第4章　2人交渉ゲーム:非協力ゲームアプローチによる定式化について

今井晴雄, 岡田章:ゲーム理論の応用, 勁草書房, 2005.

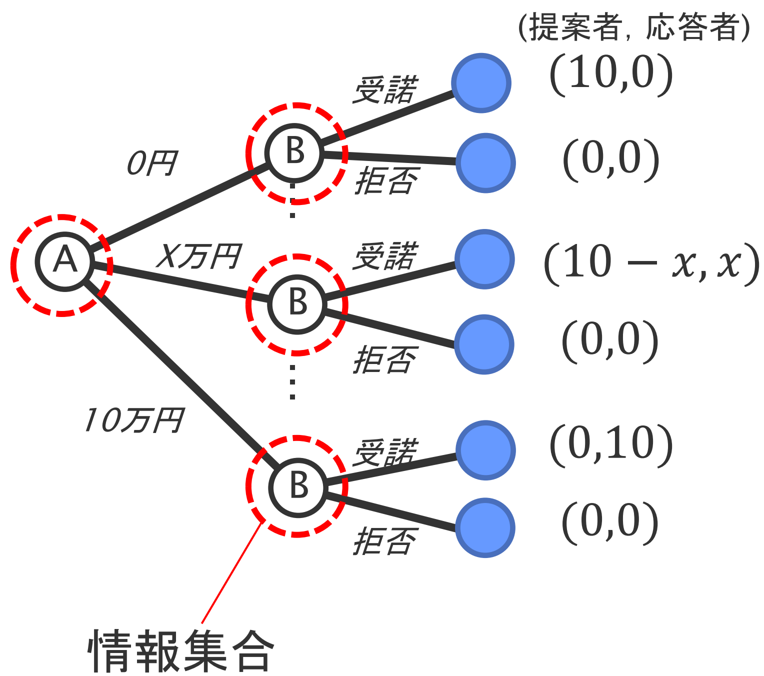
2 協力ゲームと非協力ゲーム

- 協力ゲーム
  - 拘束力のある合意を結べるゲーム
  - 企業の共同事業
- 非協力ゲーム
  - 提案反応型交渉(4,5節)
    - 交互提案交渉のモデル
    - 一方が提案をして相手がそれに反応する
  - 双方要求型交渉(6,7節)
    - 消耗戦による定式化
    - 両者がそれぞれ要求できて，(どちらかが要求を下げ)お互いの要求の和が1以下になった時妥結する.
  - ポイント:「交渉力」と「効率性」

3 最後通牒ゲーム

- ルール
  - 提案者Aと応答者Bが10万円を以下のルールで分ける.
  - 先に提案者が相手にいくら渡すかを1万きざみで提案.
  - 提示額を見て、応答者は受諾か拒否かを表明.
  - 受諾時は提示額が貰え、拒否時は両者とも1円も貰えない.

- 部分ゲーム完全均衡
  - 0万円を提案し受諾
    - 応答者はどんな提案も受諾する
  - 1万円を提案し受諾
    - 提案が0だと拒否も最適戦略
    - 0以外の提案のみ受諾する



3 割引因子

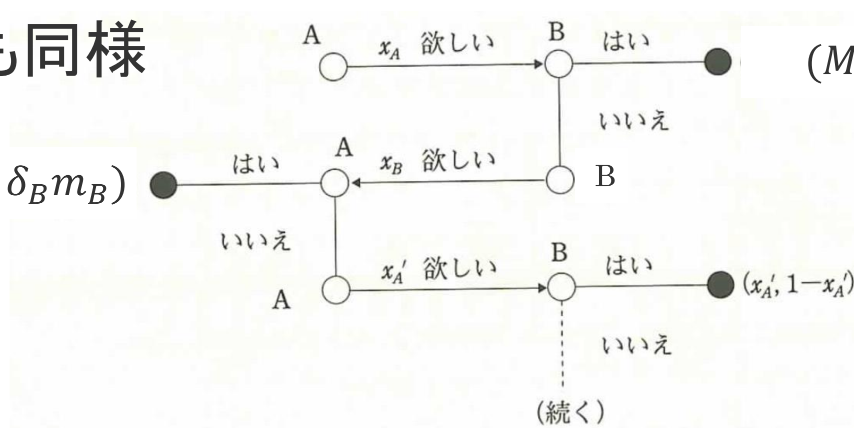
- 無限回繰り返しゲーム
  - 前期の結果を受けて、次期の選択を決める
  - 当期の利得は回数が増えるにつれ割り引かれていく
  - A提案→B拒否→B提案→A拒否→A提案・・・
  - A提案→B拒否→A提案→B拒否→・・・
- t期の利得u_tとすると利得の総和は
- $\sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} u_t$、$0 \leqq \delta < 1$となる
- δを割引因子といい、小さい(tが増加→δ^tがかなり小)と将来得られる利得を軽視

4 交互提案交渉

- 交互に各プレイヤーが提案を出し合い，どちらかの要求が受け入れられる（妥結）まで続く
- 特徴
  - 結果として，交渉がすぐ妥結する
  - 自分の提案で妥結するほうが有利
  - 我慢強さ（割引因子が1に近い）が結果に正の影響
- サブゲーム完全均衡
  - 解のパターンは唯一に決まる
  - 過去の行動は現在の利得に直接の影響は無い（何回目のサブゲームでも同じ状況）であることを用いる

4 サブゲーム完全均衡

- プレイヤーの最大・最小利益
  - プレイヤーAについて
    - Aがx_Aを要求→Bは受け入れて$1-x_A$をもらうか次の自分の提案時に最大M_Bをもらう(今からみると価値は$\delta_B M_B$)か.
    - なので，$1-x_A \geqq \delta_B M_B$ならばBは要求を受け入れる
    - Aは$1-x_A=\delta_B M_B$のときがBに要求を飲ませるのに最低限必要な利益であるので$m_A \geqq 1-\delta_B M_B$
    - Bの提案時の最低利益m_B（今からみると価値は$\delta_B m_B$）とすると，利益の和は1よりAの最大利益は$M_A \leqq 1-\delta_B m_B$
  - Bについても同様



$(M_A, 1-M_A)$

$(1-\delta_B m_B, \delta_B m_B)$

4 基本方程式

- 前頁をまとめると

$$m_A \geqq 1-\delta_B M_B$$
$$M_A \leqq 1-\delta_B m_B$$
$$m_B \geqq 1-\delta_A M_A$$
$$M_B \leqq 1-\delta_A M_A$$

これらより$m_A \geqq \frac{1-\delta_B}{1-\delta_A\delta_B}$, $M_A \leqq \frac{1-\delta_B}{1-\delta_A\delta_B}$,となるので$m_A \leqq M_A$から

$$m_A = M_A = \frac{1-\delta_B}{1-\delta_A\delta_B} = x_A^*$$

同様に

$$m_B = M_B = \frac{1-\delta_A}{1-\delta_A\delta_B} = x_B^*$$

このようにサブゲームで得られる利得は（受け入れられるぎりぎりの）1つに定まる

書き換えると

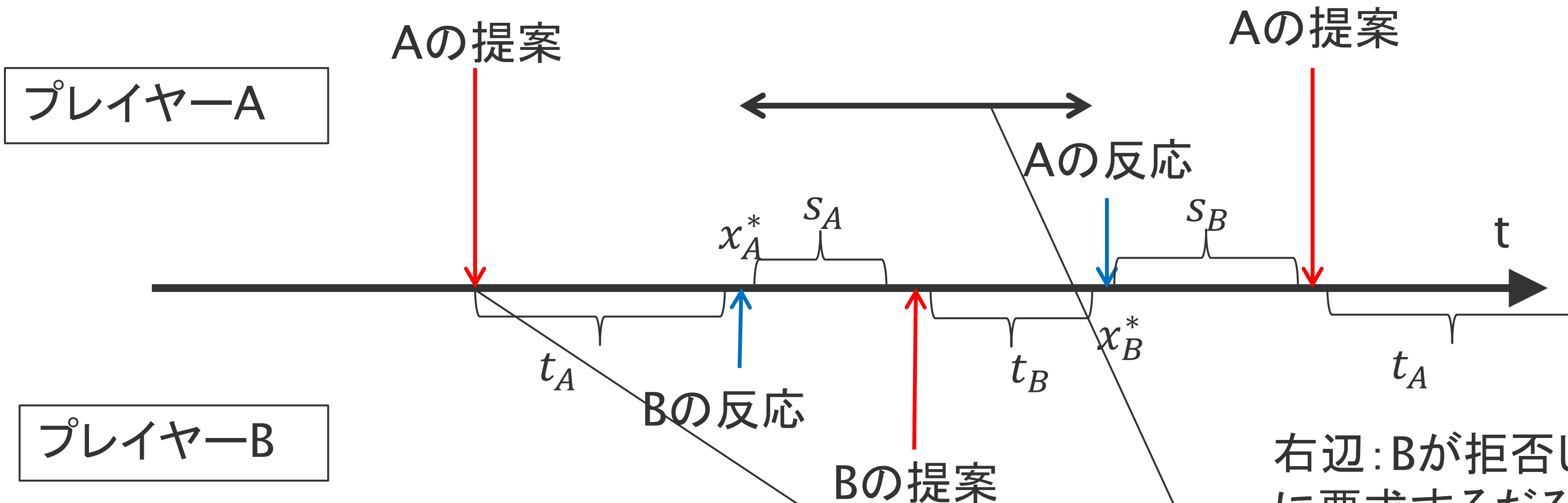
$$1-x_A^* = \delta_B x_B^*$$
$$1-x_B^* = \delta_A x_A^*$$

x_A^*, x_B^*はこの連立方程式の解であり，これを基本方程式という.

この解は唯一のサブゲーム完全均衡となる.

5 交互提案交渉の問題点

- 反応のタイミングを選ぶという戦略も本来ある



右辺：Bが拒否して次にAに要求するだろう利得

AのBに対する要求　$1 - x_A^* = e^{-r_B(s_A+t_B)} x_B^*$

BのAに対する要求　$1 - x_B^* = e^{-r_A(s_B+t_A)} x_A^*$

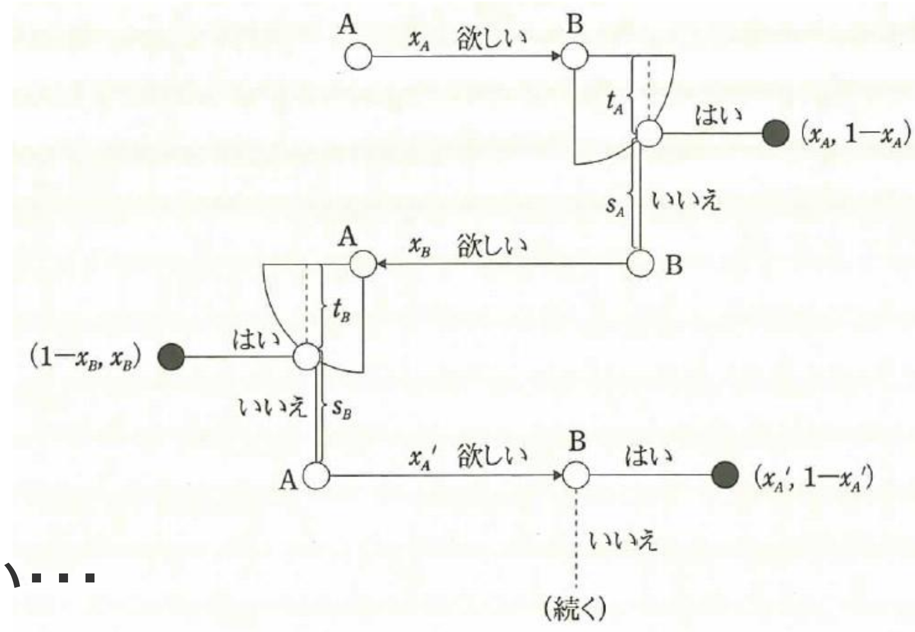
r：割引率

前はここを定数δとしていた

- Aの利得x_A^*は$s_A + t_B$が長いと大，$s_B + t_A$が長いと小
  - そこでs_Aとs_B，t_Aとt_Bがそれぞれ固定された2つの場合を考える

5.1 反応のタイミング

- s_Aとs_Bが固定された場合
  - tを最初に全部決めるとtは長くなる．実は反応のたびにtの長さを選べるとすると，均衡時は毎回すぐに両者が反応する（ $t = 0$ ）.
- なぜか？→相手の要求が与えられている点がポイント
  - Aは当然t_Aを短くしたい
  - Bにとってt_Aとは，要求が提示されてから受諾まで考えてる時間
  - 受諾時は，t_Aは短い方がいい（利得が割り引かれる）
  - 拒否時も，t_Aが短い方が次の自分の提案の利益が大



- T_AとT_Bが固定しても同様
  - 互いに瞬間的に反応？
  - 現実的でない
  - タイミングを決める理論は無い･･･

5.2 マネーバーニングモデル

- 要求を拒否されると一定時間交渉に応じない(ひねくれ)
  - 前節　A要求→B拒否→B考える→B要求→A反応
  - 今回　A要求→B拒否→AがBの考える時間決定→B要求→A反応
  - 拒否された側はΔ期後かnΔ期後に応じることを選べるとする

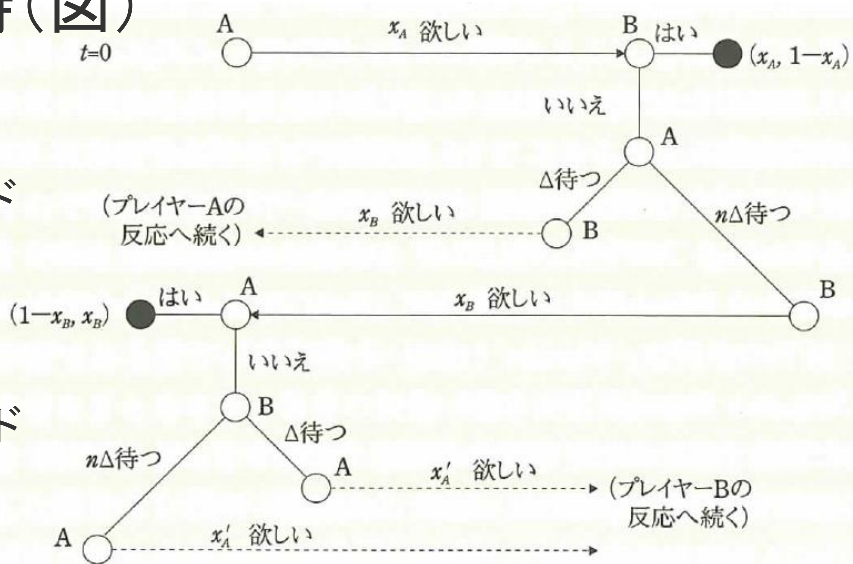
- A,Bが必ず(nΔ, Δ)後に応じる時(図)
  - $1-\bar{x}_A = \delta_B^n \underline{x}_B$
  - $1-\underline{x}_B = \delta_A \bar{x}_A$

  Bの利得が下の例より低い＝Bへの罰則コード

$\bar{x}\underline{x}$：最適反応

- 逆の時
  - $1-\underline{x}_A = \delta_B \bar{x}_B$
  - $1-\bar{x}_B = \delta_A^n \underline{x}_A$

  Aの利得が上の例より低い＝Aへの罰則コード



- サブゲーム完全均衡
  - $n \to \infty$の時の上記4式の収束値より，任意のn，xに対し
    $1-\delta_A \le x \le 1$ならn回目に$\delta_A(x, 1-x)$で妥結する(複数存在)

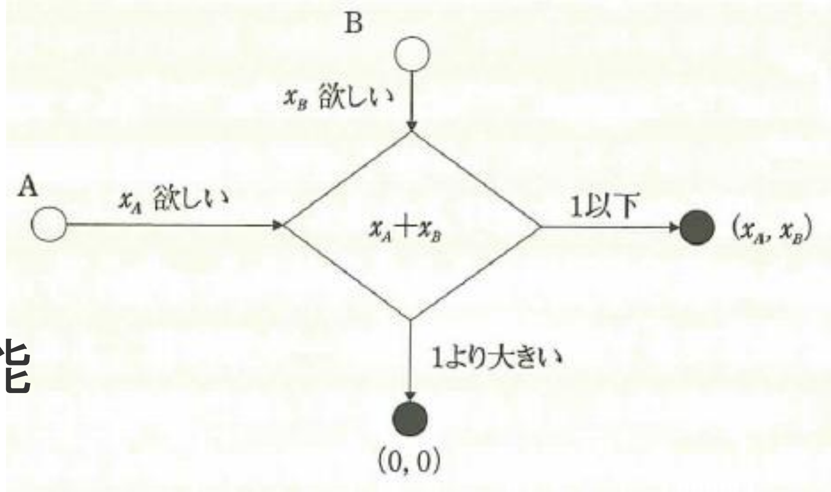
5 交互提案交渉の問題のまとめ

- 本来は均衡が唯一に定まることが魅力だが・・・
  - 逐次的に反応時間を決める場合，それが0に
  - 複数均衡が存在する場合も
  - 要求を拒否された側が反応タイミングを決める場合
    - 早く反応したいのに相手が応じてくれない
  - 交渉力を下げても利得を上げる行動がある場合
    - サボタージュ（自分の労力を使い相手の利得を下げる）

- 交互提案交渉の理論的頑健性に疑問符
  - そこで双方要求交渉を考える

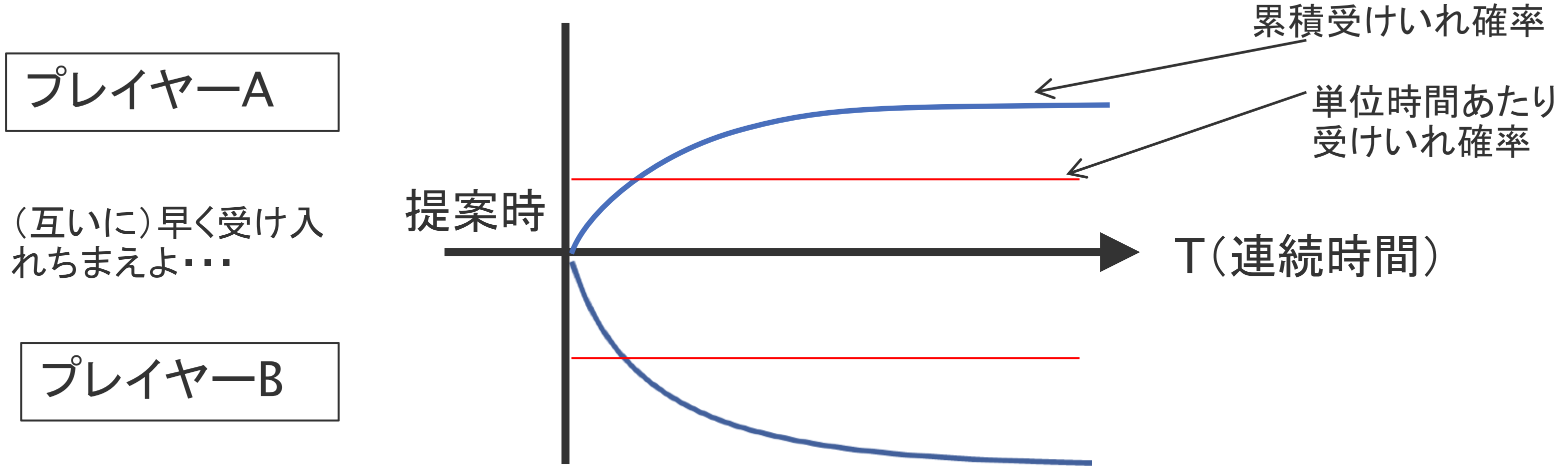
6 双方要求型交渉

- 交互提案型交渉
  - 要求側に先手優位がある
- 双方要求型交渉
  - 両者で要求の引き下げ可能
- 簡単な例：要求ゲーム
  - プレイヤーA，Bが同時に要求
  - 互いの要求の和が1以下なら受け取り，1より大きいと交渉が決裂して終了
  - 和が1以下になる要求の組は全てナッシュ均衡
    - 互いに妥結を望むなら和が1以下になる要求をする
    - 結果は不確定となる（複数均衡）



6.2 消耗戦

- 消耗戦とは
  - 要求の和が1より多い時，要求を変えず，どちらかが相手の要求を受け入れるまで待つ



  - 相手の要求は確率的に受け入れることになる
    - 受諾と待ちの利得期待値が等しい時，サブゲーム完全均衡

6.2 消耗戦の均衡

- 単位時間あたり受け入れる確率をp_A, p_Bとする
  - Aが今すぐ受け入れる時の利得は$1 - x_B$
  - Δだけ待ってから受け入れる時の利得は

$$\underbrace{\int_{j=0}^{\Delta} e^{-r_A j} x_A p_B e^{-p_B j}\, dj}_{\Delta\text{までにBが先に受け入れる期待利得}} + \underbrace{e^{-r_A \Delta} e^{-p_B \Delta}(1 - x_B)}_{\Delta\text{になりAが受け入れる時の利得}}$$

r_A: 割引率

ΔまでにBが先に受け入れる期待利得　ΔになりAが受け入れる時の利得

  - 均衡状態では両者が等しい
- ロピタルの定理を用いて等式を変形すると
  - $p_B = r_A(1 - r_B)/(x_A + x_B - 1)$
  - Aも同様に$p_A = r_B(1 - r_A)/(x_A + x_B - 1)$とするとこの$(p_A, p_B)$がサブゲーム完全均衡
  - 最初の要求が何であっても均衡になるが，それ故最初の提案を予測できないのが問題

7 双方要求型交渉と頑固なプレイヤー

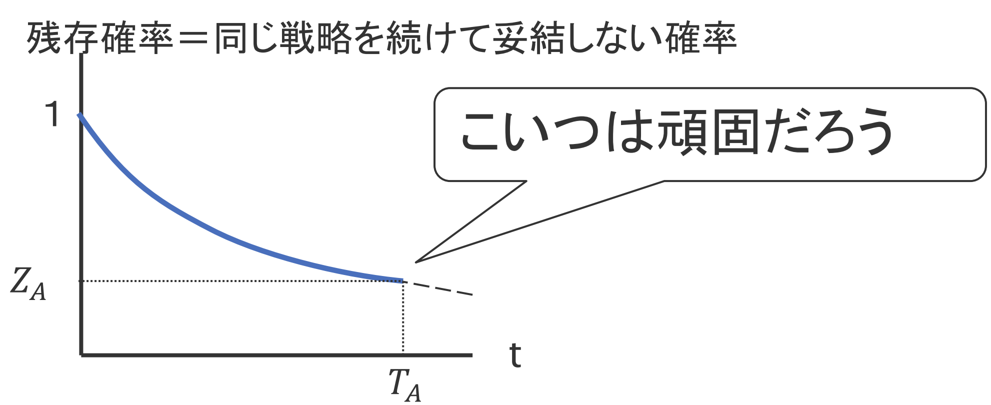
- 消耗戦の最初の要求がどう決まるかを分析
  - 決して相手の要求を受け入れない頑固なタイプのプレイヤーを仮定する(⇔合理的なタイプ)
- 自分が頑固かはわかるが，相手は不明な場合
  - 不完全情報のゲーム→完全ベイジアン均衡
  - 相手が頑固か否かの分布確率をベイズ理論で仮定.
  - 相手が見かけ上頑固である限りこの確率を更新していく. 頑固でない行動をした瞬間100%合理的と信じる.
  - 仮定した相手の属性に対して最適な行動を取る

例	1期	2期	3期	4期
相手の見かけの行動	頑固	頑固	頑固	合理的
相手の頑固率の仮定	$P_0 \times X$%	$P_1 \times X$%	$P_2 \times X$%	0%

7.1 消耗戦と頑固なタイプの可能性

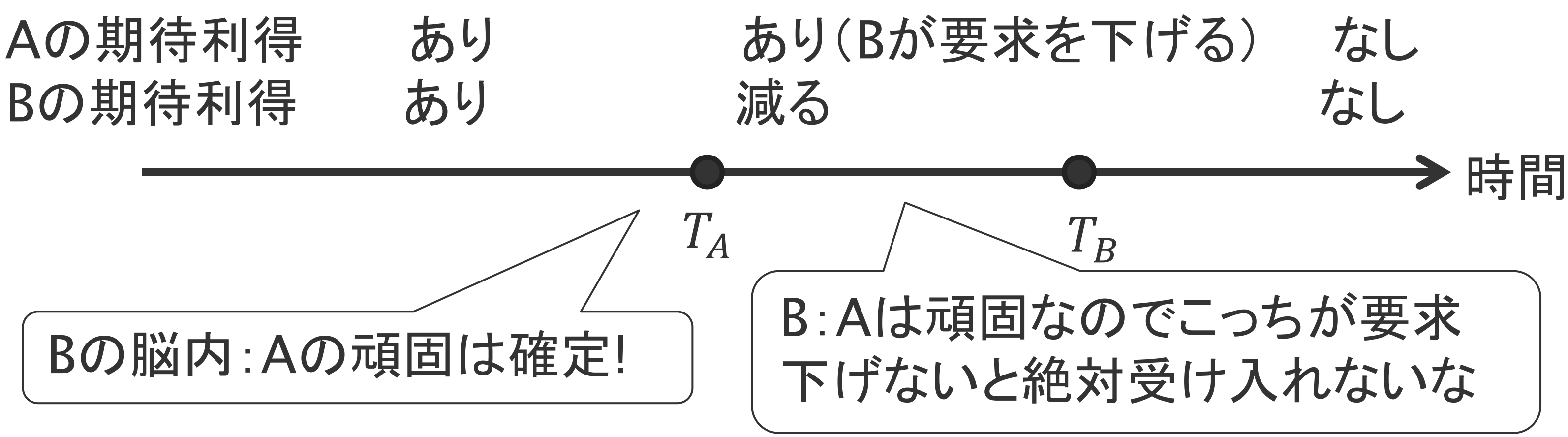
- 頑固なタイプの要求が既に決まっている場合
  - 最初から「グー」をずっと出すと決まっている人
  - 相手が頑固とわかっていれば，拒否し続けることが最適
- もし相手が頑固でない場合，拒否し続ける可能性$e^{-p_A t}$は時間とともに減少（ p_A:単位時間あたり受入確率）
  - 合理的な人がグーを連続で出す可能性
- 頑固である確率z_Aとすると，$e^{-p_A t} < z_A$になったら受け入れを停止（＝ある程度時間が経つと，相手が頑固であることが妥当として行動するようになる）

停止する時間T_Aを潜在的消耗時間という



7.1 潜在的消耗時間の差

- Tが長い方（先に相手を頑固だと認識する）は長引くと損なので，ゲーム当初に受け入れる**可能性**がある
- $T_A < T_B$の場合
  - T_A：Bが，Aは頑固だと判断するまでの時間
  - T_B：Aが，Bは頑固だと判断するまでの時間



  - T_A～ T_B間ではBが相対的に損することになる
  - だったら最初に受け入れたほうが**時間のロス**もない！

7.1 ゲームの進行

1. はじめに潜在的消耗時間の長いプレイヤーが正の確率で相手も納得の要求を提示→提示しない場合2へ
2. プレイヤーAはa，Bはbを要求し，短い方の潜在的消耗時間の間，消耗戦をプレイ→受け入れたら終了
3. 時間を過ぎると両者頑固ということで妥結せず痛み分け

- 合理的なタイプの人の均衡パターン（証明略）は，
  - 基本的に「頑固である時と同じ要求を出し，そのふりを続ける」で，
  - T が長い方については「最初に相手の要求を（確率的に）受け入れる」が加わる
- 消耗戦との違い
  - 最初の要求は頑固なタイプが正当と考える値になる
  - その値a，bがどうやって決まるかはわからない

7.2 頑固なふりをすることの交渉力

- 頑固なタイプの要求が最初は決まってない場合
  - 最初の提案直後，確率z_A， z_Bで要求の変更不可に
  - 1回目でじゃんけん勝てなかったので後全部同じ手
- 最初の要求が出た後は7.1と一緒
  - 潜在的消耗時間の長いプレイヤーが最初に受け入れ
- 違いは交渉のはじめに必ず妥結が起きる点
  - 最初の要求が非整合的である場合（ $x_A + x_B > 1$）
  - AのT_Aが長い時，消耗戦に入り，そこで受け入れると利得は$1 - x_B$，時間経過で決裂するとこれ以下.
  - はじめに$1 - x_B$でなくx_Aの要求は最適反応でない

7.2 頑固なふりをすることの交渉力

- 交渉の最初に，相手に受け入れさせる必要
  - Tが長いと受け入れる羽目に→自分のTを小さく！
  - $e^{-p_A t} = z_A$と$p_A = r_B(1 - r_A)/(x_A + x_B - 1)$から
  - T_A/T_Bはx_Aが小さいほど小さい．一方x_Aは大きいほど利得が大きい．両者のバランスでx_Aが決められる．
- まとめると
  - $z_A > 0$, $z_B > 0$で最初の提案後に頑固なタイプになるとすると，完全ベイジアン均衡では最初の提案が整合的（$x_A + x_B = 1$）となり，Aの要求x_Aはz_A, z_B, r_A, r_Bの関数として一定範囲に定まる
  - 細かい交渉手順に結果がほとんど影響されない利点
  - ただし，頑固になる確率zはわからない

まとめ

- 交互提案型交渉
  - δが大きい方（将来利得も重視する）が利得が高まる
  - 自分の提案で妥結するほうが有利
  - 複数均衡がある
  - 反応時間が0の場合がある
- 相互提案型交渉
  - 消耗戦になり，頑固なプレイヤーの存在がある
  - 潜在的消耗時間
  - 交渉のはじめに確率的or確定的に妥結する
  - 相手がそもそも頑固になる確率は不明