Risk-averse user equilibrium traffic assignment: an application of game theory

Michael G. H. Bell, Chris Cassir
Transportation Research Part B, Vol. **36**, (2002), pp.671-681

20140426 BinN論文セミナー#3
M2 伊藤 篤志

概要

不確実なリスクを回避するネットワーク利用者の経路選択行動を記述

macroscopic, 決定論

交通量均衡配分

"利用される経路は全て最小コスト"
⇔"最小コストを超えるどの経路も利用されない"

①等価

microscopic, 確率論

本手法(ゲーム理論)

n人 1OD

②拡張

G_1 n+1人 1OD

④拡張

B_2 n+1人 複数OD

③書き換え

B_1 2階最適化問題

⑤解法アルゴリズムの提示

⑥簡易ネットワークへの適用

既往研究

Uchida, Iida (1993)[1)]

仮定: 経路選択時, ネットワーク利用者は安全マージンを考えている.

→ 実行旅行時間の概念

ドライバーが出発前にあらかじめ見積もる旅行時間

実効旅行時間　= 予定到着時刻 – 出発時刻
　　　　　　　= 平均旅行時間 + 安全マージン

$$\text{安全マージン} \begin{cases} \sigma\phi^{-1}\left(\dfrac{\sigma}{\gamma}\right) & \text{if } \dfrac{\sigma}{\gamma} < \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

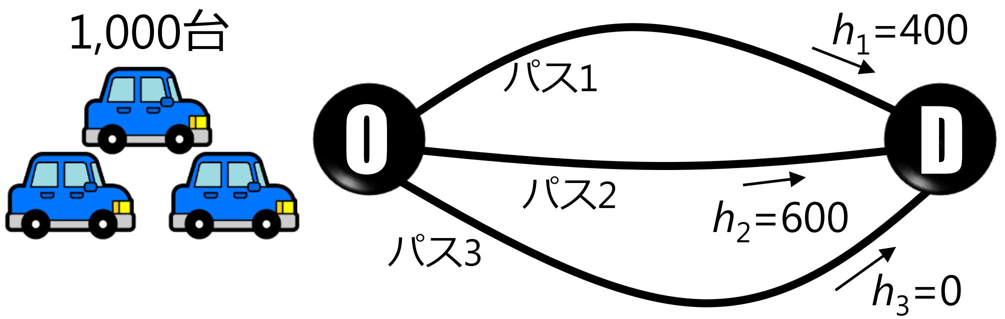
σ: 旅行時間分布の標準偏差
γ: 遅延に対するペナルティ
Φ^{-1}: 生起確率密度関数の逆関数

問題点: 混雑状態の発生確率を実データから算出する必要あり

ゲーム理論の導入 -①等価性の証明

ネットワークの条件

- ひとつのODペア
- 複数の経路選択肢
- n人の一様な利用者



h: 経路交通量ベクトル
h_j: 経路 j の交通量
g: 経路コストベクトル
$g_j(\mathbf{h})$: **h**条件下での経路 j のコスト

$\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3)$

$\mathbf{g}(\mathbf{h}) = (10, 10, 20) \Leftrightarrow \underbrace{g_1(\mathbf{h}) = g_2(\mathbf{h})}_{\text{利用者あり}} < g_3(\mathbf{h})$

利用者あり　　利用者なし

交通量均衡配分の必要十分条件

$$g_j(\mathbf{h}) > \min_k g_k(\mathbf{h}) \Rightarrow h_j = 0$$

最小コストでない経路 j は選択されない

$$h_j > 0 \Rightarrow g_j(\mathbf{h}) = \min_k g_k(\mathbf{h}) = g_{\mathrm{OD}}(\mathbf{h})$$

利用者がいる経路 j は最小コスト

ゲーム理論の導入 -①等価性の証明

ネットワークの条件

- ひとつのODペア
- 複数の経路選択肢
- n人の一様な利用者

s_a: 利用者aの混合戦略
s_{-a}: 利用者a以外の利用者の混合戦略
π_{aj}: 利用者aが経路 j を選択する純戦略
p_{aj}: 利用者aが経路 j を選択する確率
p: 経路選択確率ベクトル

利用者a (戦略s_a)

n次元混合戦略集合

$$c_a(\mathbf{s}) = \sum_j p_{aj} c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj})$$

利用者aが被るコスト期待値

利用者aが経路 j を選択して被るコスト

- ネットワーク利用者は一様である
- 大数の法則より, **h**→**p**n

$$c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) \cong g_j(\mathbf{h})$$

経路 j のコスト

利用者aが経路 j を選択して被るコスト

本手法 (混合戦略ナッシュ均衡) の必要十分条件

$$c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) > \min_k c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{ak}) \Rightarrow p_{aj} = 0$$

利用者aが最小コストでない経路 j を選択する確率は0

$$p_{aj} > 0 \Rightarrow c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) = \min_k c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{ak})$$

経路 j の選択確率が正ならば, コストは最小

概要

不確実なリスクを回避するネットワーク利用者の経路選択行動を記述

macroscopic, 決定論

交通量均衡配分

"利用される経路は全て最小コスト"
⇔"最小コストを超えるどの経路も利用されない"

①等価

microscopic, 確率論

本手法
(ゲーム理論)

n人
1OD

②拡張

G_1
n+1人
1OD

④拡張

B_2
n+1人
複数OD

③書き換え

B_1
2階最適化問題

⑤解法アルゴリズムの提示

⑥簡易ネットワークへの適用

demonの導入 -②手法の拡張 (demonの参加) G_1

ネットワークの条件

- ひとつのODペア
- 複数の経路選択肢
- n人の一様な利用者と1体のdemon

demonの参加

ネットワーク利用者のコストを最大化したい
→シナリオkの発生によりリンクコスト増大

G_1 定式化

利用者 a

$$\min c_a(\mathbf{s},\mathbf{q}) = \sum_j p_{aj} \boxed{\sum_k q_k c_{ak}(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj})}$$

シナリオk (リンクダメージ) の発生確率

全シナリオ

demon

$$\max c_{\mathrm{demon}}(\mathbf{s},\mathbf{q}) = \boxed{\sum_k q_k c_{\mathrm{demon},k}(\mathbf{s})}$$

demonがシナリオkを選択したときのコスト

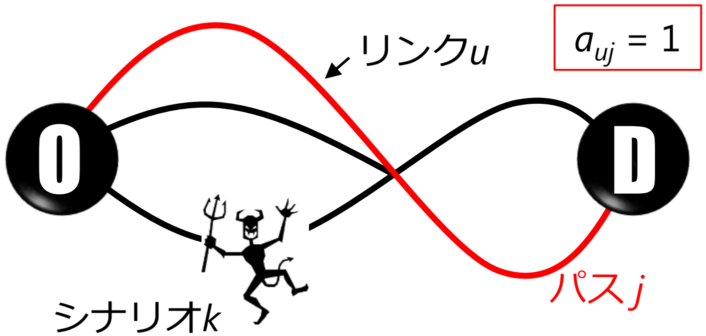
$\mathbf{s}$: 利用者の混合戦略集合
s_{-a}: 利用者a以外の利用者の混合戦略
π_{aj}: 利用者aが経路 j を選択する純戦略
p_{aj}: 利用者aが経路 j を選択する確率
p: 経路選択確率ベクトル
c_i: プレイヤーiにとってのコスト

nが大きいとき, 均衡点を特定するのは難しい
→2階最適化問題への書き換えを提案

demonの導入 -③式の書き換え B_1

ネットワークの条件

・ひとつのODペア
・複数の経路選択肢
・n人の一様な利用者と1体のdemon



B_1 2階最適化問題定式化

Upper

$$\max_{\mathbf{q}} \sum_j \sum_k q_k g_{jk}(\mathbf{h}) h_j$$

全経路, 全シナリオにおける期待コストを最大化

q_k: シナリオkの発生確率
$\mathbf{q}$: シナリオ発生確率ベクトル
$g_{jk}(\mathbf{h})$: シナリオk時の経路 jのコスト
h_j: 経路 j の交通量

Lower

$$\min_{\mathbf{h}} \sum_u \sum_k q_k \int_0^{v_u(\mathbf{h})} t_{uk}(x) \mathrm{d}x \quad \text{subject to} \quad v_u = \sum_j a_{uj} h_j$$

シナリオk時, リンクuの流量に依存するコスト

リンクu交通量

ダミー変数

全リンク, 全シナリオにおける期待コストを最小化

demonの導入 -③式の書き換え B_1

・大数の法則より, nが大きいほど ネットワークコスト は 個々の期待コストの和 に近接

$$\boxed{\sum_j g_{jk}(\mathbf{h})h_j} \cong \boxed{c_{\text{demon},k}(\mathbf{s})}$$

Upper

$$c_{\text{demon},k}(\mathbf{s}) < \max_r c_{\text{demon},r}(\mathbf{s}) \Rightarrow q_k = 0$$

コストの総和$c_{\text{demon},k}$が最大でない場合,
シナリオkの発生確率q_kは0

$$q_k > 0 \Rightarrow c_{\text{demon},k}(\mathbf{s}) = \max_r c_{\text{demon},r}(\mathbf{s})$$

シナリオkの発生確率q_kが正の場合,
コストの総和$c_{\text{demon},k}$は最大

・大数の法則より, nが大きいほど 経路 j の期待コスト は 個々の期待コスト に近接

$$\boxed{\sum_k g_{jk}(\mathbf{h})q_k} \cong \boxed{\sum_k c_{ak}(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj})q_k = c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj})}$$

Lower

$$c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) > \min_r c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{ar}) \Rightarrow p_{aj} = 0$$

経路 jのコストが最小コストより大きいとき,
jを選択する確率は0

$$p_{aj} > 0 \Rightarrow c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) = \min_r c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{ar})$$

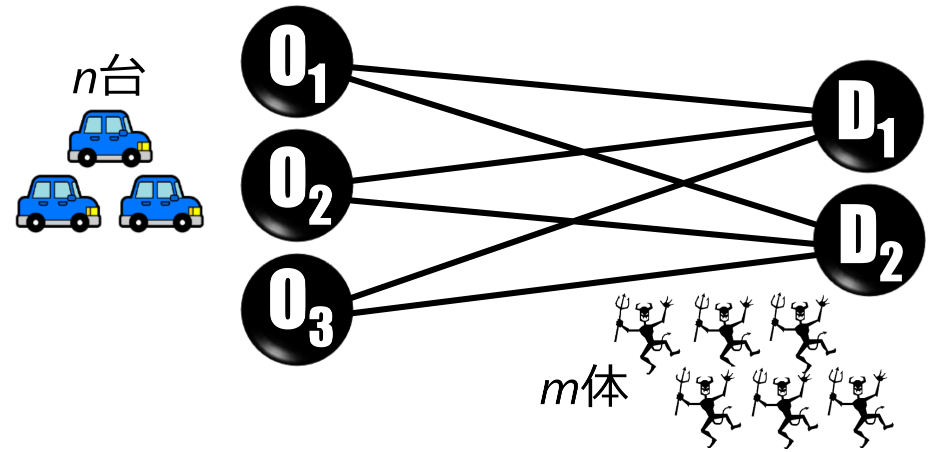
経路 jを選択する確率が正のとき,
j のコストは最小

**これらの条件は, 非協力混合戦略n+1プレイヤーナッシュ均衡問題における
必要十分条件を満たす**

複数OD -④条件の拡張 B_2

ネットワークの条件

- m組のODペア
- 複数の経路選択肢
- n人の一様な利用者とm体のdemon



B_2 定式化

$$\mathit{Upper}_{\mathrm{OD}} \quad \max_{\mathbf{q}\mathrm{OD}} \sum_j \sum_k q_{k\mathrm{OD}}\, g_{jk\mathrm{OD}}(\mathbf{h})\, h_{j\mathrm{OD}}$$

$$\mathit{Lower}_{\mathrm{OD}} \quad \min_{\mathbf{h}\mathrm{OD}} \sum_j \sum_k q_{k\mathrm{OD}} \int_0^{v_u(\mathbf{h})} t_{uk}(x)\mathrm{dx}$$

$$\mathbf{h} = (h_1, h_2, \ldots, h_m)$$

B_2 は全ての経路交通量を表す共通ベクトル**h**によって結びつく2階平行問題

概要

不確実なリスクを回避するネットワーク利用者の経路選択行動を記述

macroscopic, 決定論

交通量均衡配分

“利用される経路は全て最小コスト”
⇔“最小コストを超えるどの経路も利用されない”

①等価

microscopic, 確率論

本手法(ゲーム理論)

②拡張

n人 1OD

G_1 n+1人 1OD

④拡張

B_2 n+1人 複数OD

③書き換え

B_1 2階最適化問題

⑤解法アルゴリズムの提示

⑥簡易ネットワークへの適用

解法 -⑤アルゴリズムの提示

B_2 問題を解くにあたり, 逐次平均法 (MSA) を用いる

Step 1 各ODペアに対する期待リンクコストを算出

Step 2 最小コストの経路を示すOD表を読み込む

Step 3 OD依存リンク交通量をMSAによって更新

MSA: $$h_{\mathrm{OD}}{}^{t} = \frac{t-1}{t} h_{\mathrm{OD}}{}^{t-1} - 1 + \frac{1}{t} h_{\mathrm{OD}}{}^{*}$$

三輪, 山本, 竹下, 森川[2)]

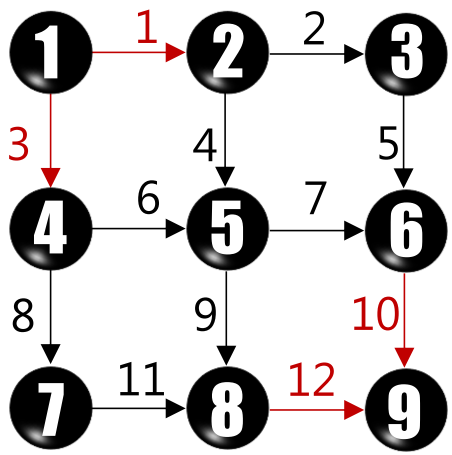
$h_{\mathrm{OD}}{}^{*}$: 各イタレーションStep2で得られたOD交通量

Step 4 最大期待コストをもつOD依存損失シナリオを特定

Step 5 OD依存リンク欠損確率をMSAによって更新

Step 6 収束するまでStep 1に戻る

例題 -⑥簡易ネットワークへの適用



リンクiのコスト関数	$cost_i = 10\left(1+\left(\frac{flow_i}{capacity_i}\right)^4\right)$
リンクiの容量 $capacity_i$	500 台/h
シナリオの影響	交通容量が50 %に低減
OD交通量	1,000 台/h

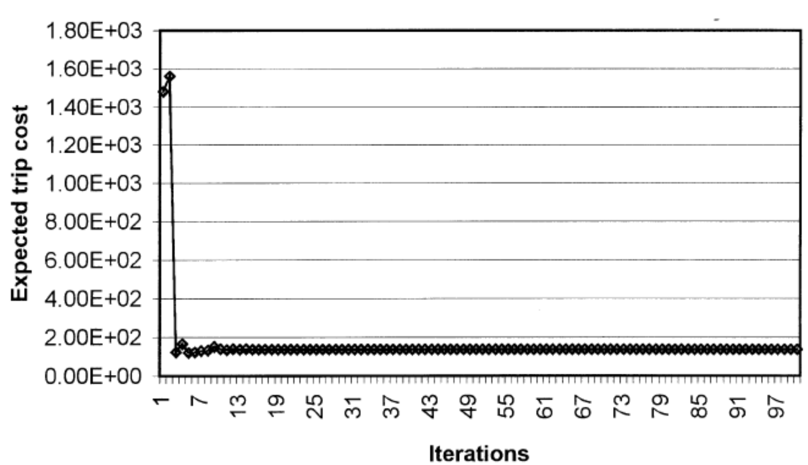


図 コスト期待値

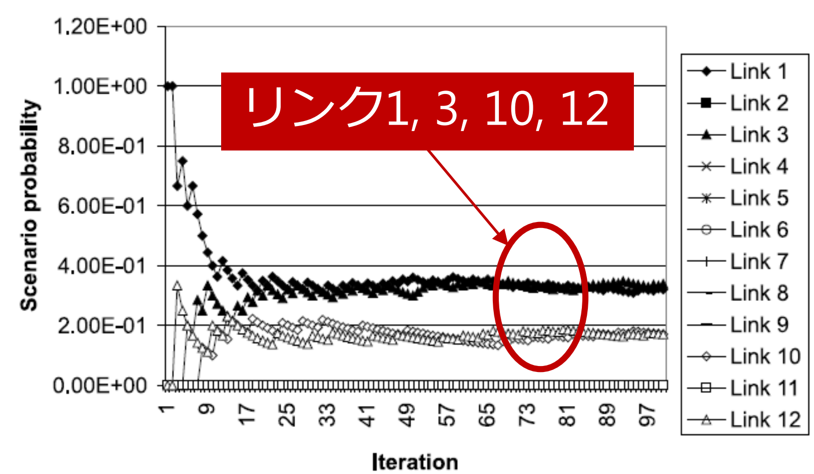


図 各リンクにおけるシナリオ発生確率

→値は急速に収束

→対象性により, シナリオ発生箇所が
特定されず収束しない

結論

まとめ

不確実なリスクを回避するネットワーク利用者の経路選択行動を記述

→ゲーム理論を用いた新しい手法を提案

2種類のプレイヤーによる, 非協力混合戦略ナッシュ均衡
→demonは各ODペアの最も脆弱なリンクを特定

課題

制約的な仮定

1. demonはネットワークの利用者コストを最大化するということ
   →交通利用者がリスクに対して悲観的過ぎる

2. どのプレイヤーも次の動きに関する情報をもたない
   →demonの支配が強すぎるため, 現実との整合性に欠ける

出典

1) T. Uchida, Y. Iida: Risk assignment model considering risk of travel time variation, Proceedings of the 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp.89-105, 1993.
2)三輪 富生, 山本 俊行, 竹下 知範, 森川 高行: プローブカーの速度情報を用いた動的OD交通量の推定可能性に関する研究, 2007.

ゲーム理論用語集

純戦略

各プレイヤーが選択し得る戦略

混合戦略

確率的に意思決定される戦略

ナッシュ均衡

全プレイヤーが相手の戦略のもとで自身の利益を最大化するよう
行動するとき成立する均衡状態 (cf. 男女の争い)