ゼミ #06

Matthew O.Jackson: Social And Economic Networks,

PRINCETON UNIVERSITY PRESS, 2008

2009/05/20(水)

M2　浦田淳司

本の構成

PART I ・BACKGROUND AND FUNDAMENTALS OF NETWORK ANALYSIS
- Chapter 1 Introduction
- Chapter 2 Representing and Measuring Networks
- Chapter 3 Emprical Background on Social and Economic Networks

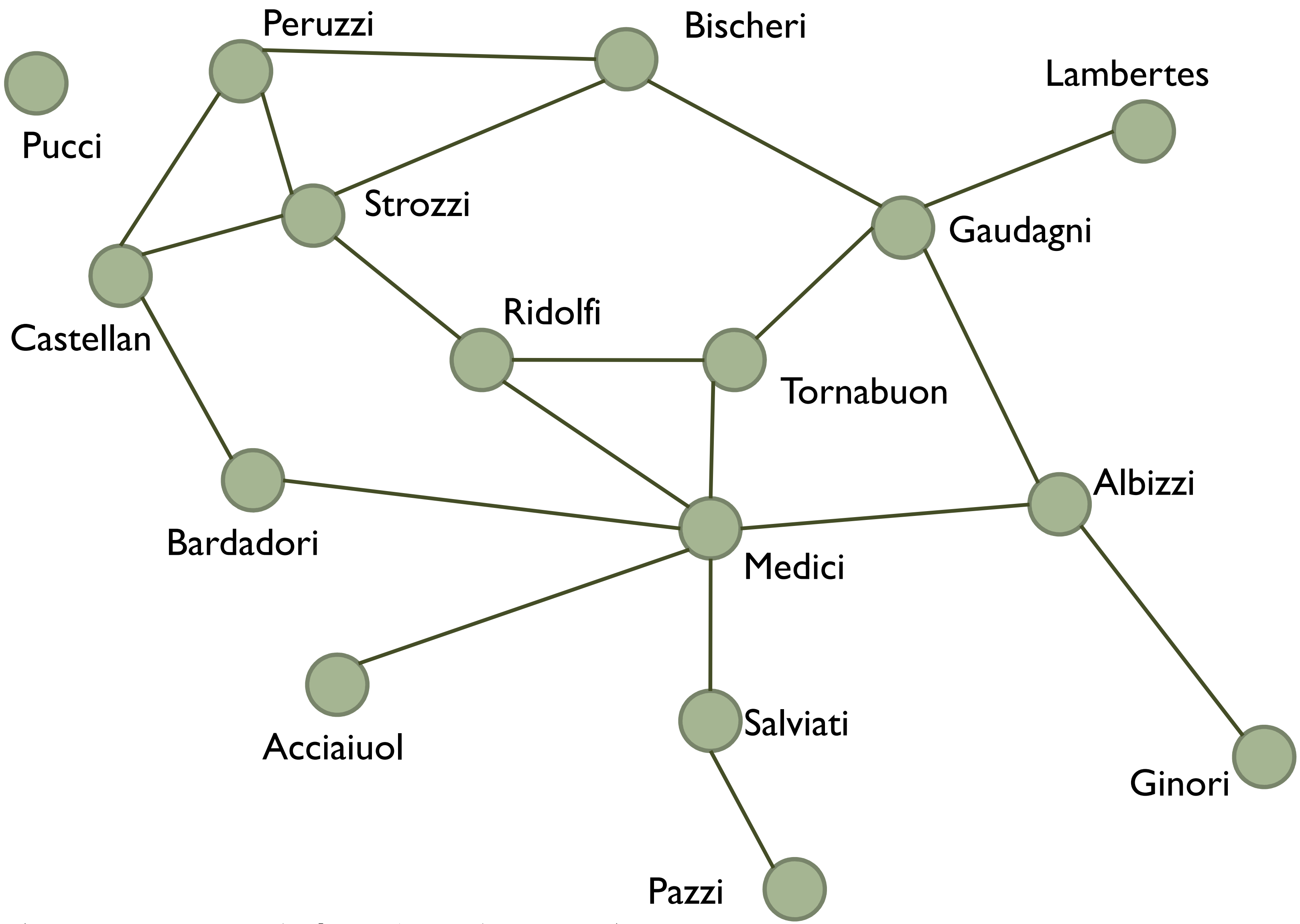
PART II ・MODELS OF NETWORK FORMATION
- Chapter 4 Random-Graph Models of Networks
- Chapter 5 Growing Random Networks
- Chapter 6 Strategic Network Formation

PART III ・IMPLICATIONS OF NETWORK STRUCTURE
- Chapter 7 Diffusion through Networks
- Chapter 8 Learning and Networks
- Chapter 9 Decisions, Behavior, and Games on Networks
- Chapter10 Networked Markets

PART IV ・METHODS, TOOLS, AND EMPIRICAL ANALYSIS
- Chapter11 Game-Theoretic Modeling of Network Formation
- Chapter12 Allocation Rules, Networks, and Cooperative Games
- Chapter13 Observing and Measuring Social Interaction

PART I
BACKGROUND AND FUNDAMENTALS OF NETWORK ANALYSIS
（背景とネットワーク分析の基礎）

ネットワークモデル？？



（フィレンチェの名家の婚姻関係図より）

ザンビアの亜鉛精錬工場において

（Kapherer 1969）

工場内組織図

班長：ジャクソン(48)

- 剥膜係 アベル(44)
  - 剥膜係補佐 ドナルド(36)
- 剥膜係 ダミアン(57)
  - 剥膜係補佐 ソフト(33)
- 剥膜係 アブラハム(58)
  - 剥膜係補佐 ベンソン(52)
- 剥膜係 ロトソン(37)
  - 剥膜係補佐 マクスウェル(66)

計量取次係 ジョシュア(34)

計量取次係 ゴッドフリー(34)

計量取次係 スチーブン(50)

計量取次係 ノア(26)

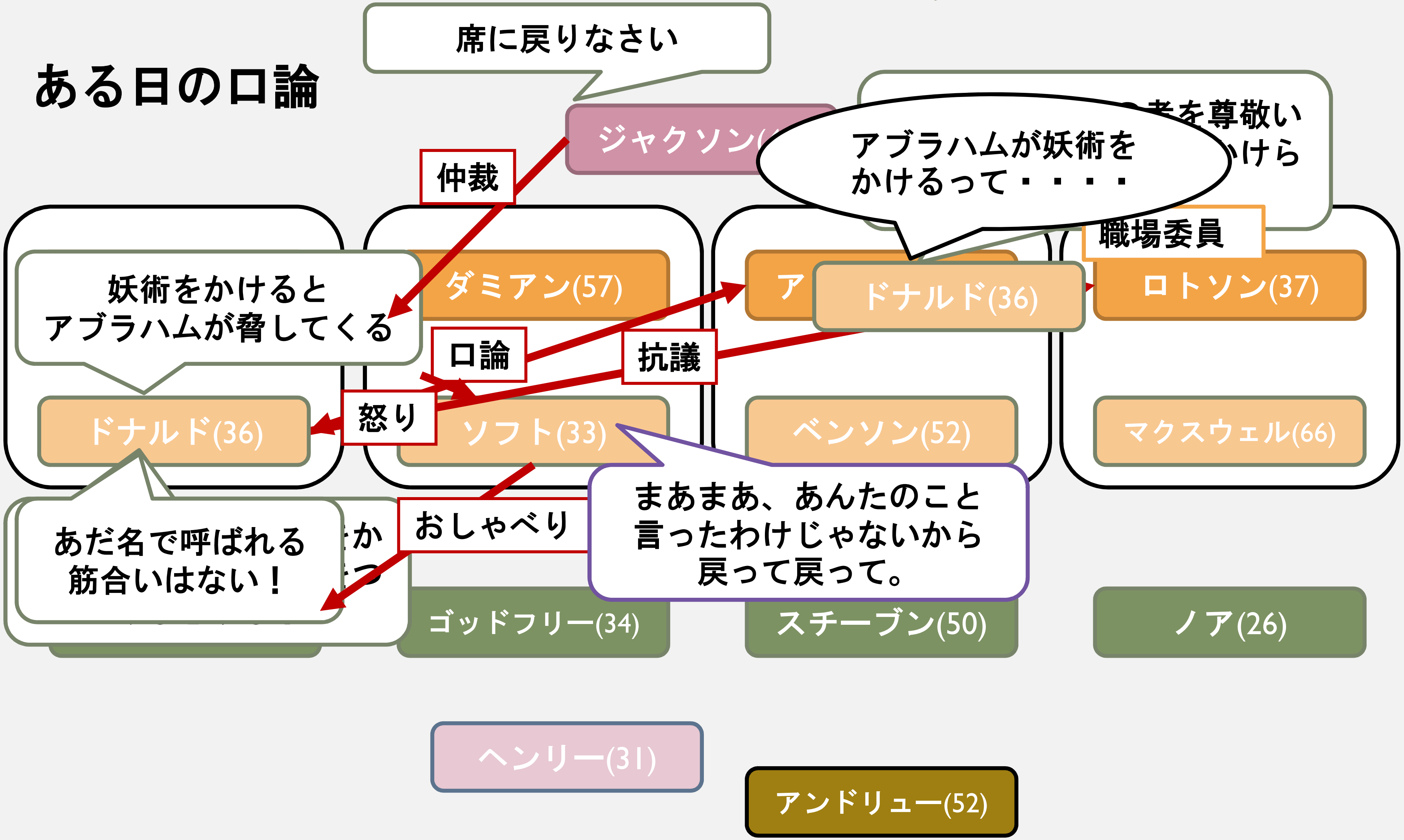
乾燥係：ヘンリー(31)

洗浄係：アンドリュー(52)

社会ネットワークゼミ（2008.10）より

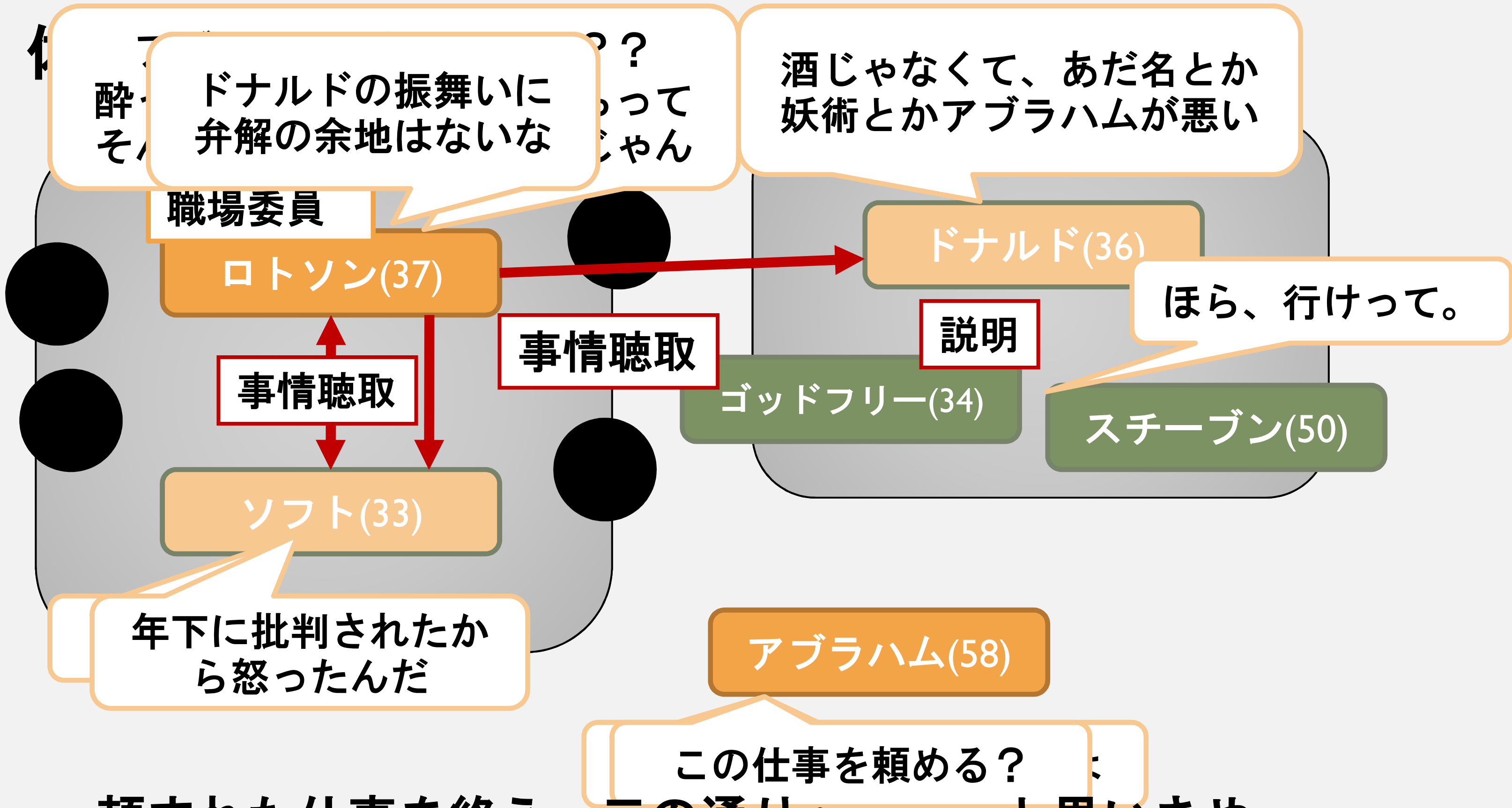
ザンビアの亜鉛精錬工場において

ある日の口論



社会ネットワークゼミ（2008.10）より

ザンビアの亜鉛精錬工場において

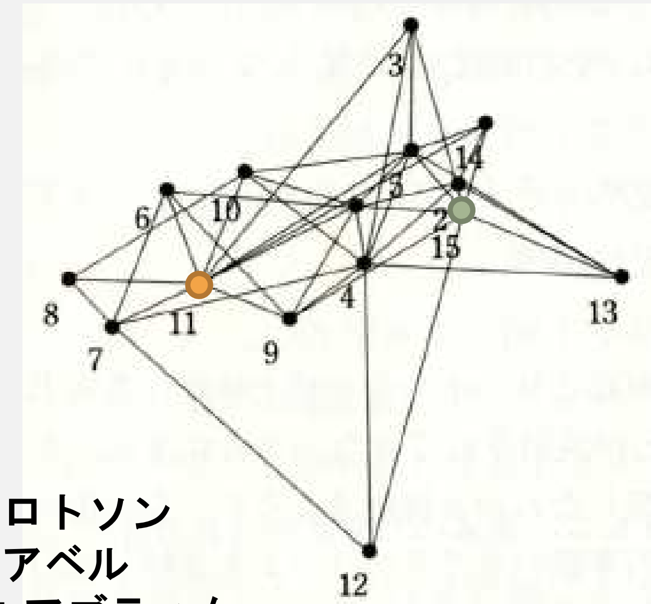


頼まれた仕事を終え、元の通りへ、、、と思いきや

後日、ドナルドは妖術の件を蒸し返し、他の部門へ

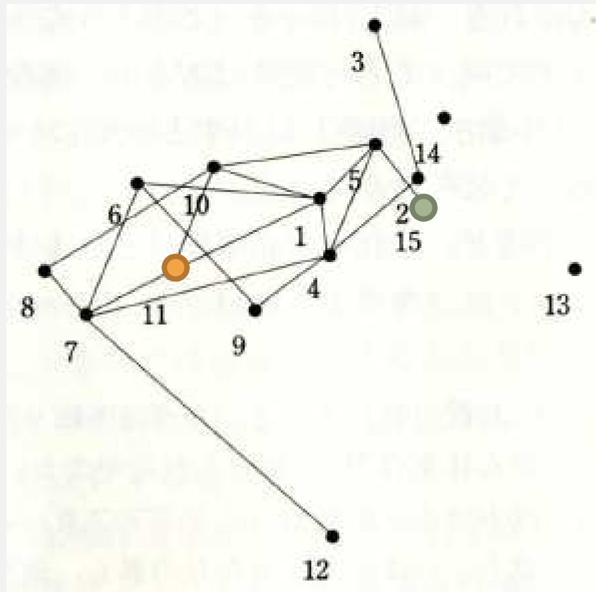
社会ネットワーク分析に基づく説明

•エゴを点
•相互作用（交換関係）のリンクを線
（会話、仕事援助、金銭援助など）



4：ロトソン
9：アベル
11：アブラハム
15：ドナルド

多重送信性のリンクのみ抽出
（2種以上の交換関係）



•リンク数　アブラハム3 vs ドナルド1
•アベルはロトソンと結節

⇒アブラハムはアベルでなく、ドナルドを非難
　そして、ドナルドは敗れ去る

社会ネットワークゼミ（2008.10）より

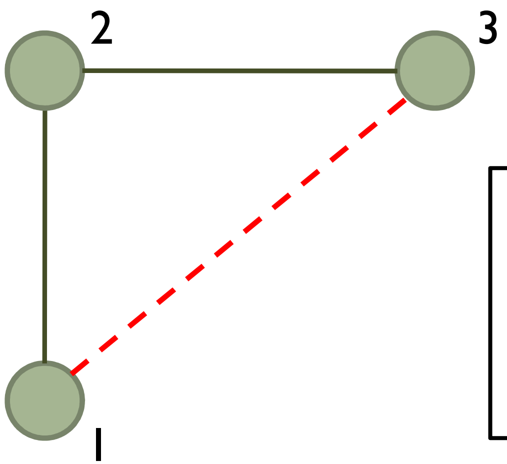
ネットワークゲーム？？

$\delta + \delta^2 + \delta^3 - c$ $\quad$ $2\delta + \delta^2 - 2c$ $\quad$ $2\delta + \delta^2 - 2c$ $\quad$ $\delta + \delta^2 + \delta^3 - c$

$$u_i(g) = \sum_{j \neq i} \delta^{l_{ij}(g)} - d_i(g) \cdot c$$

δ : benefit from a direct relationship, $0 < \delta < 1$

c : cost for a player of maintaining a link



結合の条件 $\delta^2 < \delta - c$

非結合の条件 $\delta^2 > \delta - c$

フリーライダー問題

●通常のフリーライダー問題

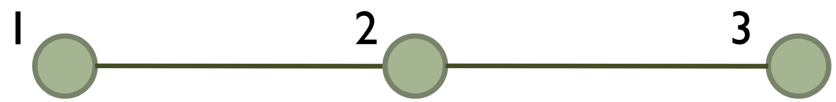
排除不可能かつ非競合的な財の生産とそれによる効用について．

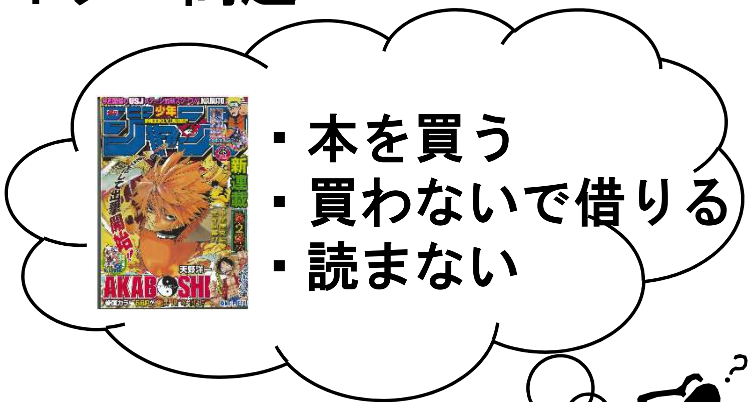
→一部の人の努力によって，それ以外の人も利益を受けること．

ex.温暖化対策に取り組む国と取り込まない国
ex.商店街における駐車場の設置（お金を出す店，出さない店）

▶ n人のうち，k人が生産協力し，他のn-k人はただで利得を得る

●ネットワークを利用したフリーライダー問題

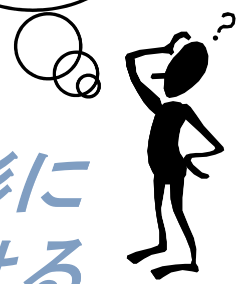




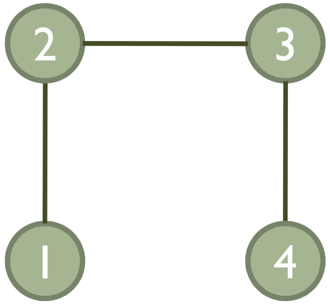
・買う→コストがかかる
・隣の人が買っている
→借りて読める

2 | 3	買う	買わない
買う	(2，2)	(1，4)
買わない	(4，1)	(0，0)

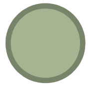
ネットワークの形に戦略が影響を受ける



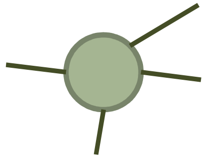
基礎用語



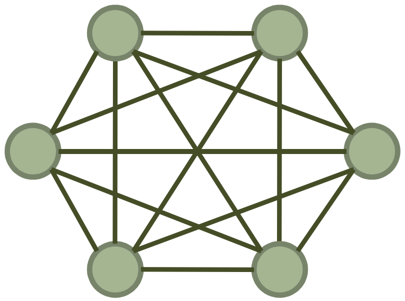
：グラフ

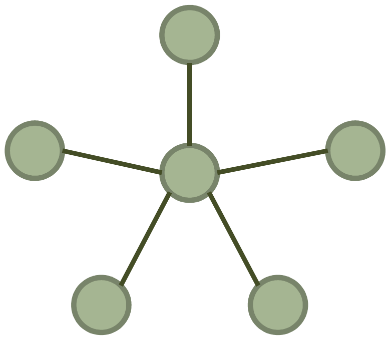

：ノード（アクター，プレイヤー）

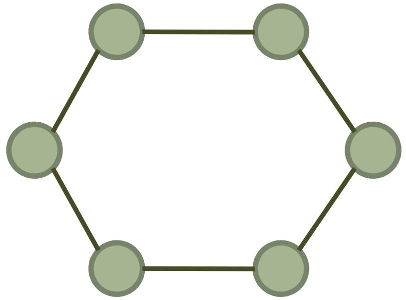
：パス


：次数（ノードの持つ人の数）

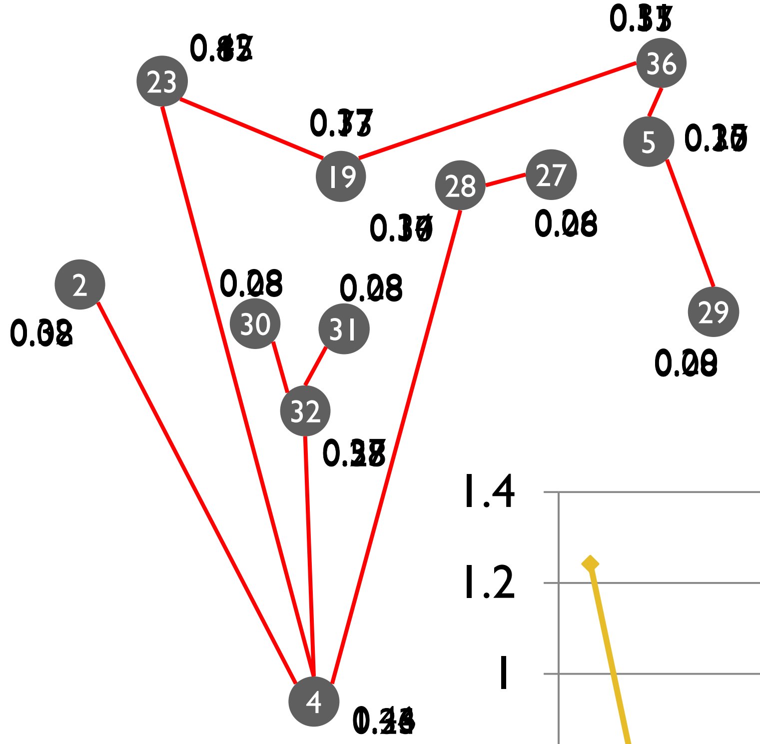

：距離，ノード間のパスの数


完全グラフ


スターグラフ


サイクルグラフ

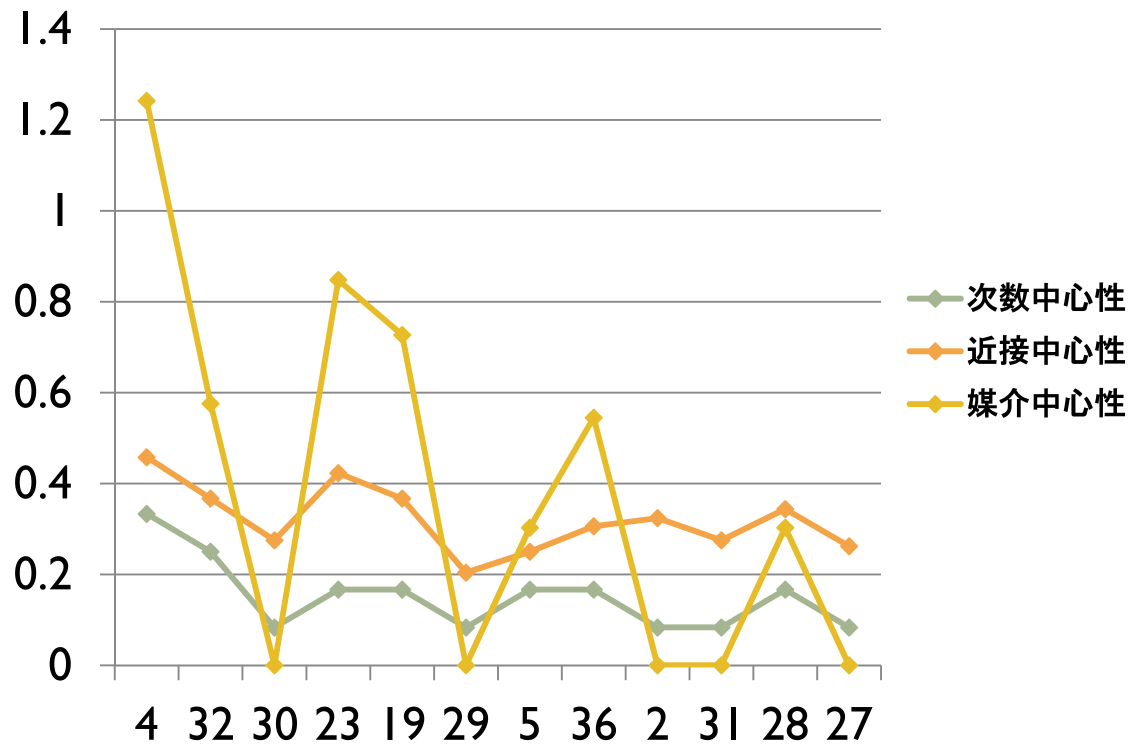
中心性



次数中心性：
各ノードの持つ次数をもとに導出

$$(Degree) = d(v)/N - 1$$

近接中心性：



媒介中心性：他

PART II
MODELS OF NETWORK FORMATION
（ネットワーク形成過程）

ランダムグラフモデル

実グラフの
特徴の読み込み

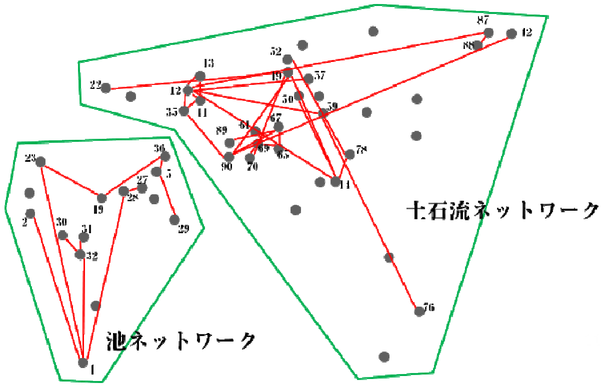
実グラフ

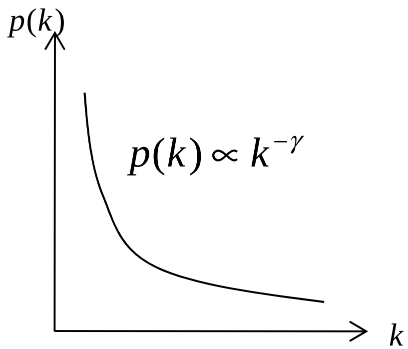
- Internet page link
- SNSリンク
- 論文共著

理論グラフ
ランダムグラフ

- スケールフリー
- スモールワールド
- 次数分布

現実社会の
ネットワークを表現



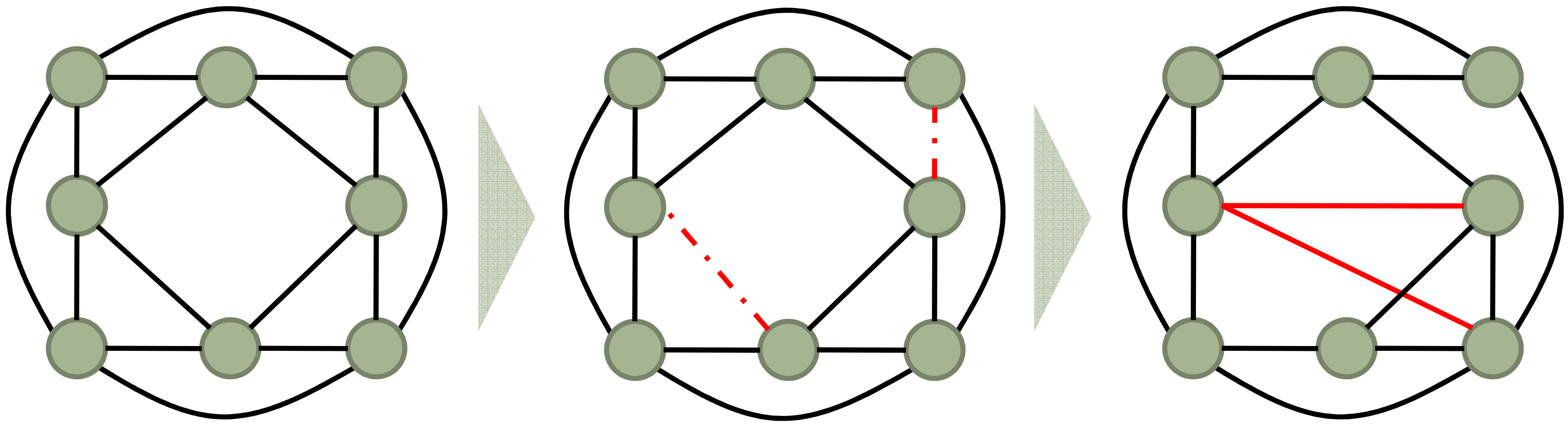


- 大きいクラスター係数（推移性）
- 小さいL（平均距離）
- 次数分布のベキ則（スケールフリー性）

スモールワールドネットワーク

Watts & Strogatz(1998)など

生成アルゴリズム



隣接ノードと，二つ隣のノードにリンクをはる

確率 p で，貼り替えるリンクを選ぶ

新しいリンク先を選んで，つなぐ

●小さい平均距離の実現　　cf．ベーコン数，6次の隔たり
　（弱い紐帯の生成による）
●大きいクラスター性（推移性）の実現
●平均次数はそれほど大きくない，かつ分散小
　（格子モデルからの生成による空間的な制約）

増田直紀ら，複雑ネットワークの科学，産業図書，pp67－72，2005　を一部参考

p*ネットワーク

Wasserman & Pattison(1996)など

ネットワークグラフの中で，
ij間にリンクがあるかどうかは，他のネットワーク構造に因る

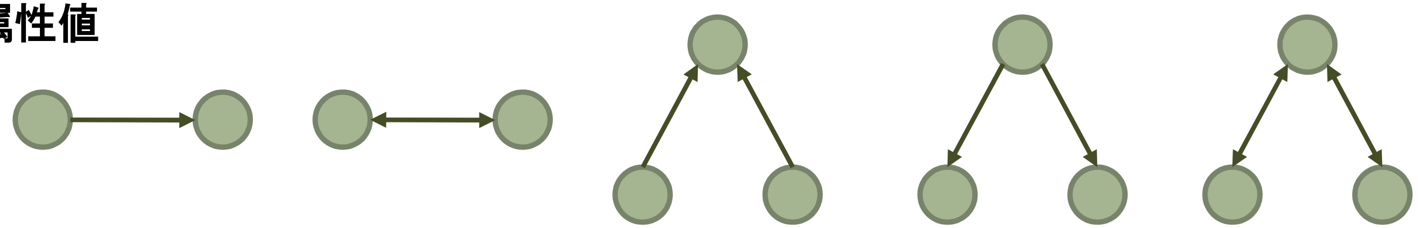
$$d_{ij}(z) = \frac{\Pr(X_{ij} = 1 \mid X_{ij}^{c})}{\Pr(X_{ij} = 0 \mid X_{ij}^{c})}$$

条件つき確率の比で，リンク生成確率を表す

条件つき確率は，結合数、相互対数などの属性値から与える

$$\Pr(X_{ij} = x) = \frac{\exp\{\theta L\}}{k(\theta)}$$

属性値



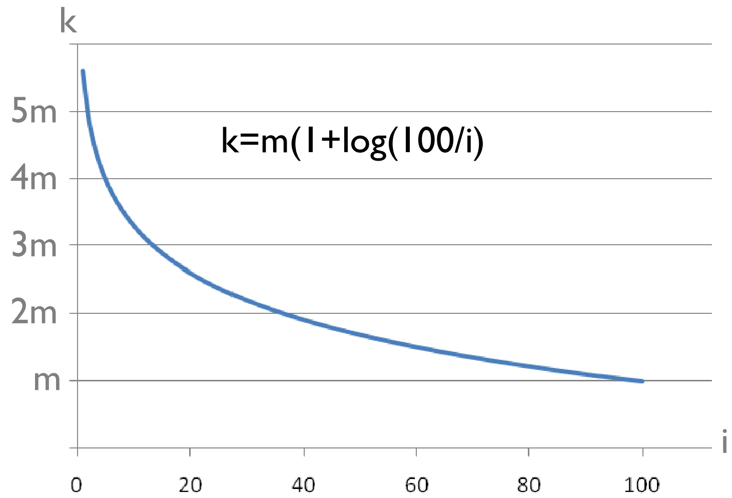
etc

次数分配法～成長型ランダムネットワーク～

生成アルゴリズム

1. ノード数（m＋1）コの完全グラフを与える
2. i 期にノード i をーつ生成，はじめの次数はmとする
3. t 期のノードの次数をdi(t)とすると，
   i+1期以降にできたリンクは　di(t)ー di(i)
4. 期ごとにノードが一つずつ増える.
   t期にあるノードにリンクができる確率はm/t
   ノードiの次数の期待値は

$$m+\frac{m}{i+1}+\frac{m}{i+2}+\cdots+\frac{m}{t}=m\left(1++\frac{1}{i+1}+\cdots+\frac{1}{t}\right)\cong m\left(1+\log\left(\frac{t}{i}\right)\right)\quad (\text{t十分大})$$



スケールフリーに近い次数分布を実現

t の大きさによらず，
t/ i の値で分布・次数が決まる

選好結合

t 期にできる新しいノードは次数mを持つ

→ノードi とリンクする確率は $P_i(t) = m\dfrac{d_i(t)}{\sum_{j=1}^{t} d_j(t)}$

※次数が多いノードにリンクしやすい

$\sum_{j=1}^{t} d_j(t) = 2tm$ より(期毎にm本のリンクが増⇔次数和は＋2m),

$$P_i(t) = \frac{d_i(t)}{2t} \Leftrightarrow \frac{dd_i(t)}{dt} = \frac{d_i(t)}{2t}$$

$d_i(i) = m$ より， $d_i(t) = m\left(\dfrac{t}{i}\right)^{1/2}$

次数 d 以下のノードの割合は $F_t(d) = \dfrac{t - t(m/d)^2}{t} = 1 - m^2 d^{-2}$

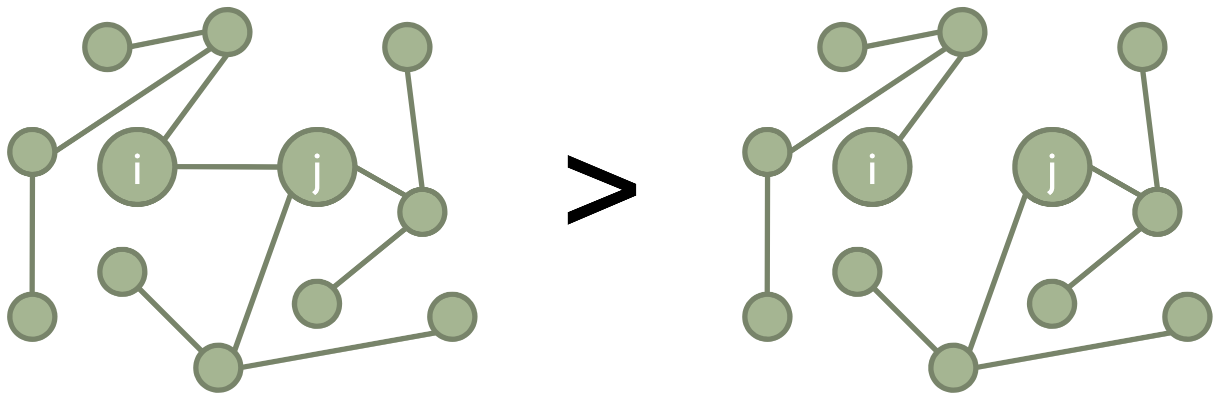
次数 d のノードの確率密度分布は $f_t(d) = 2m^2 d^{-3}$

t 期にできるノードの数をβとすると， $f_t(d) = 2\beta \cdot m^{2\beta} \cdot d^{-1-2\beta}$

スケールフリー

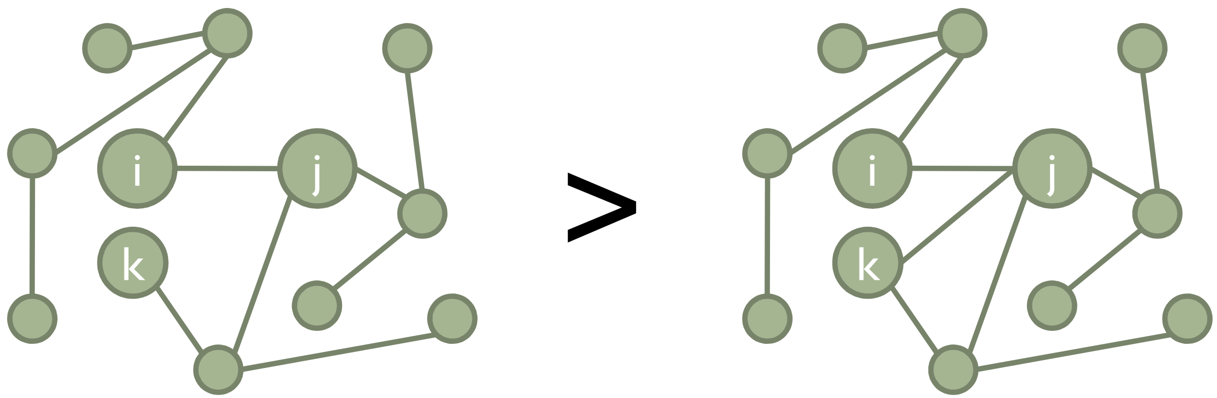
ネットワークの安定性

リンクを切らない



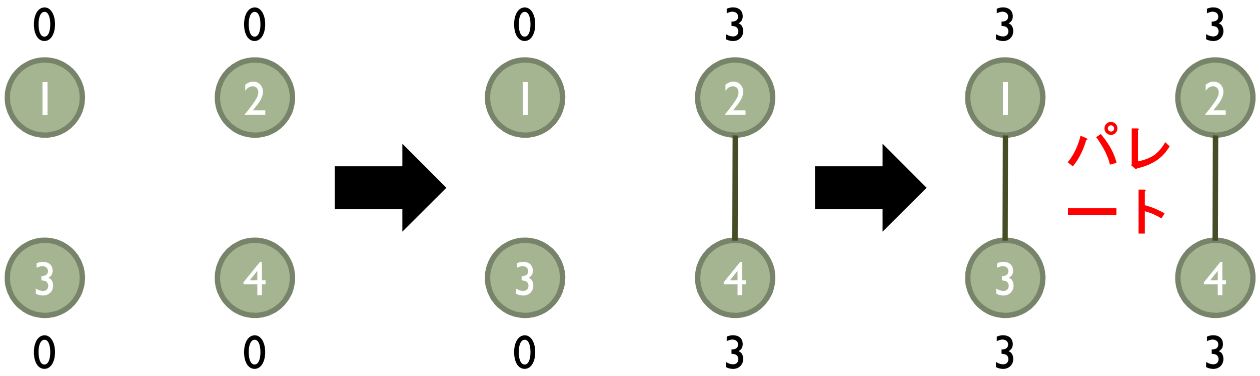
$$for\ \ all\ \ i, j \in g,\ \ u_i(g) \geq u_i(g - ij)\ \ and\ \ u_j(g) \geq u_j(g - ij)$$

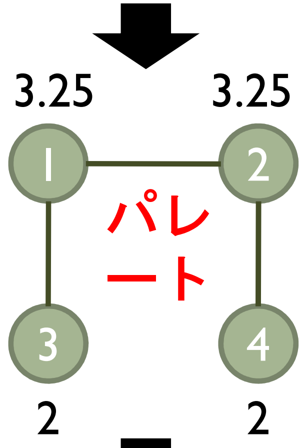
リンクを増やさない



$$for\ \ all\ \ j,k \in g,\ \ u_j(g + jk) \geq u_j(g)\ \ then\ \ u_k(g) > u_k(g - jk)$$

最適ネットワーク



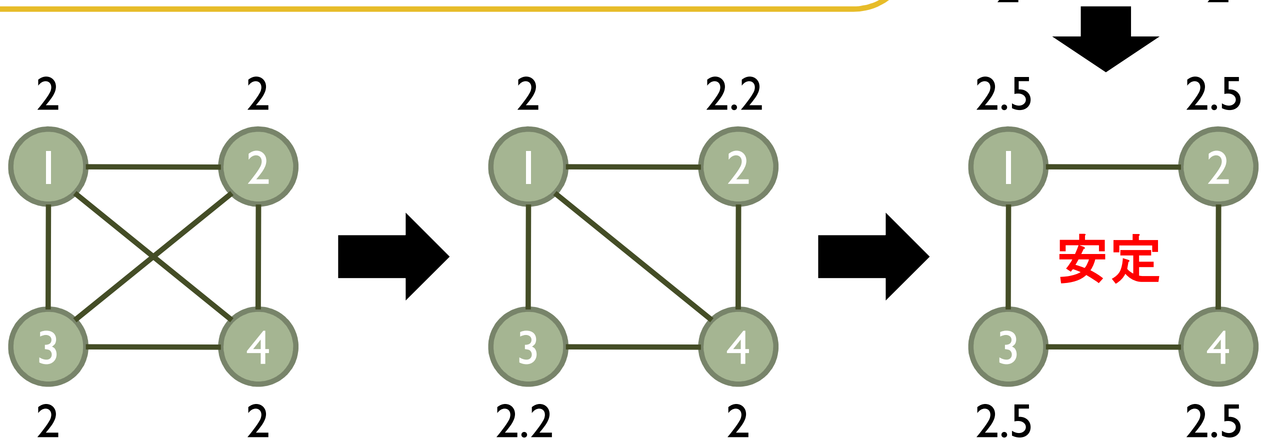


Pairwise stable(安定ネットワーク)

Efficiency(全体最適)：$\sum_i u_i(g) \ge \sum_i u_i(g') \ (all \ \ g')$

Pareto Efficiency(パレート最適)：

$u_i(g') \ge u_i(g) \ \ for \ \ all \ \ i$ となるg'が存在しない



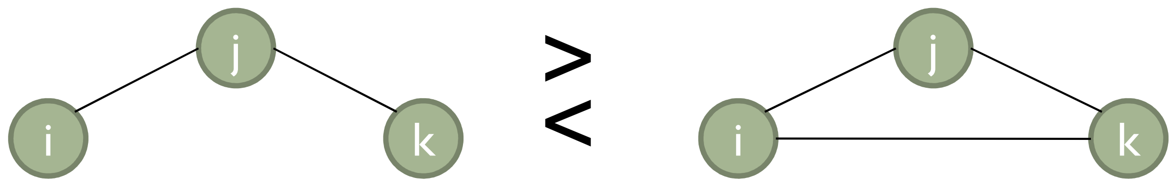
効用の設定I

距離と次数からの効用関数を設定する

$$u_i(g) = \sum_{j \neq i} b\left(l_{ij}(g)\right) - d_i(g)c$$

$$\mathrm{cf.}\ b(k) = \delta^k$$

lijはi, j間の最短距離
diはノードi の次数
b(k)>b(k+1)>0
k, c >0



・**完全グラフになる条件**

$$b(2) < b(1) - c$$ （距離2を維持よりも，リンクしたほうがいい）

・**スターグラフになる条件**

$$b(2) > b(1) - c \quad \text{かつ} \quad \left(b(1) - c\right) + \frac{n-2}{2} b(2) > 0$$

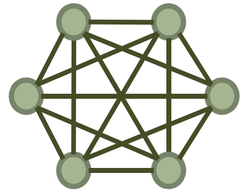
（スターグラフの効用和が正）

・**空グラフになる条件**

$$\left(b(1) - c\right) + \frac{n-2}{2} b(2) < 0$$

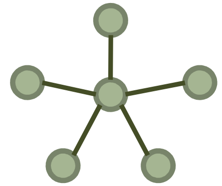
効用の設定2

●無政府対価モデル



$$u_i(g) = \sum_{j \neq i} -l_{ij}(g) - d_i(g)c$$

c<1　完全グラフ
c>1　スターグラフ



距離のよる効用を負に設定
リンクを渡るごとにコストが発生する
（その人にたどり着くまでのコスト）　ex.情報発信

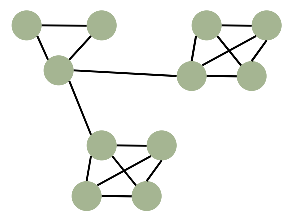
●共著モデル

$$u_i(g) = \sum_j \left(\frac{1}{d_i(g)} + \frac{1}{d_j(g)} + \frac{1}{d_i(g) \cdot d_j(g)} \right)$$

次数の逆数を効用として設定
少数の人と密接な関係を結ぶほうが効用が高い
（相手も自分も他のことに煩わされない方がいい）
ex.自助＞共助
被災時は強い関係だけが生きる？

●閾接続型モデル

ノード間距離が一定値以上のものはb(k)=0と足切り
→クリーク型のネットワークができる



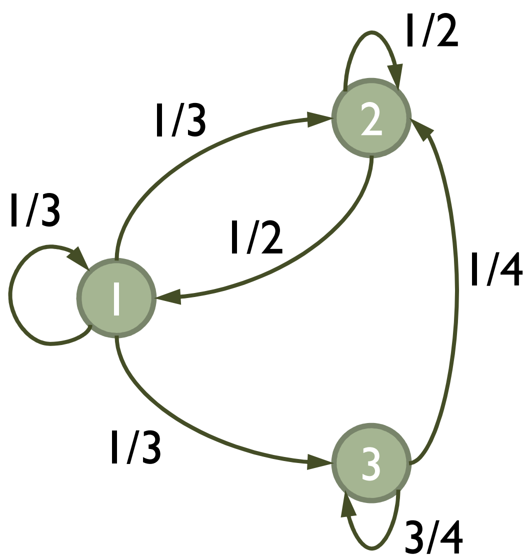
PART III
IMPLICATIONS OF NETWORK STRUCTURE
（ネットワーク構造の影響）

影響力モデル

ネットワークのでき方，構造ではなく，
　　　与えられてた構造の中で，なにが起こるのか.

プレイヤー間の意見のやりとり，広まりに着目

前期の他のプレイヤーの意見（状態）から影響を受ける



影響量 $T=\begin{pmatrix}1/3 & 1/3 & 1/3\\ 1/2 & 1/2 & 0\\ 0 & 1/4 & 3/4\end{pmatrix}$

$$p(0)=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\quad p(1)=Tp(0)=\begin{pmatrix}1/3 & 1/3 & 1/3\\ 1/2 & 1/2 & 0\\ 0 & 1/4 & 3/4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/3\\1/2\\0\end{pmatrix}$$

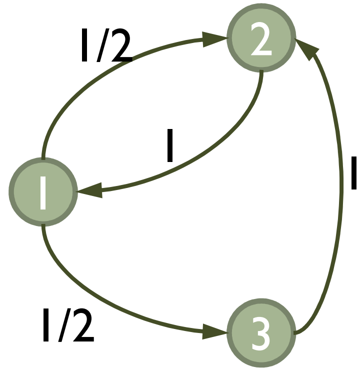
$$p(2)=Tp(1)=\begin{pmatrix}5/18\\5/12\\1/8\end{pmatrix},\ p(t)=Tp(t-1)=T^t p(0)\rightarrow\begin{pmatrix}3/11\\3/11\\3/11\end{pmatrix}$$

Tは影響力の強さ，与え方によって結果が異なる

ex. じかに見てきた人の情報を信じる，消防を信じる

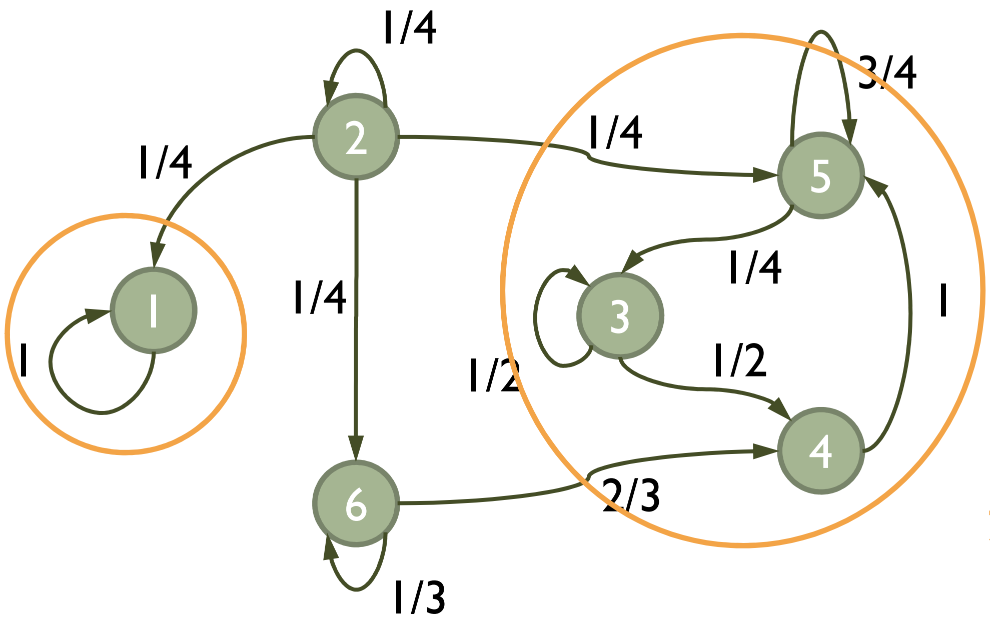
影響力モデル

$$T=\begin{pmatrix}0 & 1/2 & 1/2\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix},\quad T^t\to\begin{pmatrix}2/5 & 2/5 & 1/5\\ 2/5 & 2/5 & 1/5\\ 2/5 & 2/5 & 1/5\end{pmatrix}$$



$$p_1(\infty)=p_2(\infty)=p_3(\infty)=\frac{2}{5}p_1(0)+\frac{2}{5}p_2(0)+\frac{1}{5}p_3(0)$$

どのアクターも同じ割合で，意見を採りいれるようになる



グループ内で
意見が集約される

Graphical Game(隣人との相互関係ゲーム)

プレイヤー数 N，プレイヤーは行動{0,1}をとる
プレイヤーi の効用は，

$$u_i(x_i, x_{N_i(g)})$$

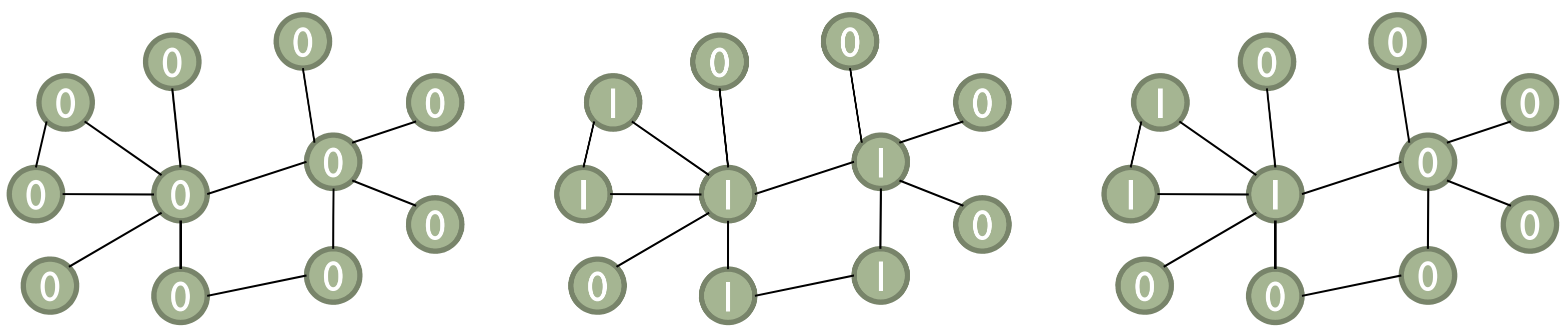
$x_{N_i(g)}$：i の隣のノードの行動

プレイヤーの効用は隣接プレイヤーの行動に影響を受ける（行動の影響は，非接続プレイヤーへも波及）

●閾値型の効用関数

$$\begin{cases} u_i(1, x_{N_i(g)}) = a_i(\sum_{j \in N_i(g)} x_j) - c_i \\ u_i(0, x_{N_i(g)}) = 0 \end{cases}$$

ある人数より，
行動1を取るプレイヤーが多ければ，行動1をとる



閾値2の場合の均衡

Randomly Chosen Neighbors and Network Game

→Graphical Gameの定式化

プレイヤーは自分の次数と隣接プレイヤーの次数のみ知ると仮定

$\sigma(d)$：次数dのプレイヤーが行動1をとる確率
$\tilde{P}(d)$：次数の分布（次数dのノードの出現確率）

$p_\sigma = \sum_d \sigma(d)\tilde{P}(d)$ ー隣接プレイヤーが行動1を取る確率

プレイヤーi （次数di）が行動Xiをとる期待効用は

$$U_{d_i}(x_i, p_\sigma) = \sum_{m=0}^{d_i} u_{d_i}(x_i, m)\binom{d_i}{m} p_\sigma{}^m (1-p_\sigma)^{d_i-m}$$

（udは，Graphical Gameのプレイヤーごとの効用）
（mは隣接プレイヤーのうち，行動1をとるプレイヤーの数）

$U_{d_i}(x_i, p_\sigma)$ について，Xi=0or1で比較

公共財ゲーム（行動の拡張）

効用関数

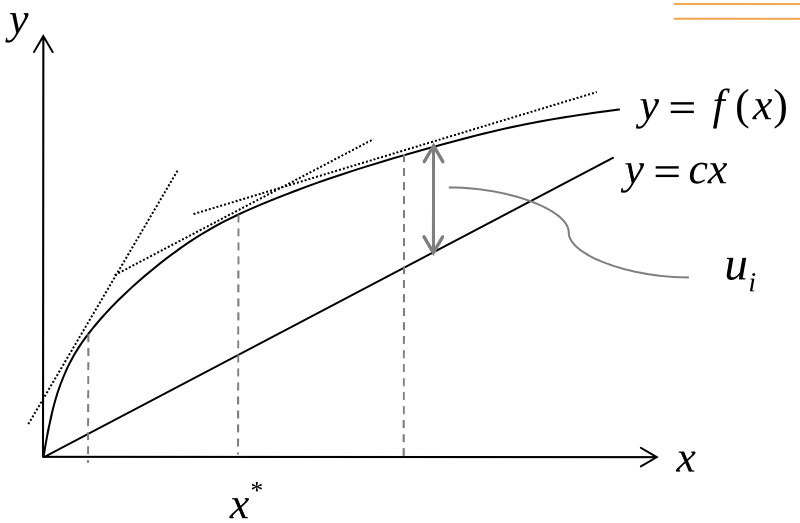
$$u_i(x_i, x_{N_i(g)}) = f\left(x_i + \sum_{j \in N_i(g)} x_j\right) - cx_i \qquad x_i = [0, \infty)$$

※f(x)は非減少関数，上に凸

→均衡解を求める．総投資額Xの状態から，⊿xを追加投資

$\boxed{\text{効用増分}}$ $f'(X)\Delta x$ $\not\gtrless$ $\boxed{\text{追加コスト}}$ $c\Delta x$

→均衡解　$f(x^*) = c$ となるx^*が均衡解



公共財ゲーム

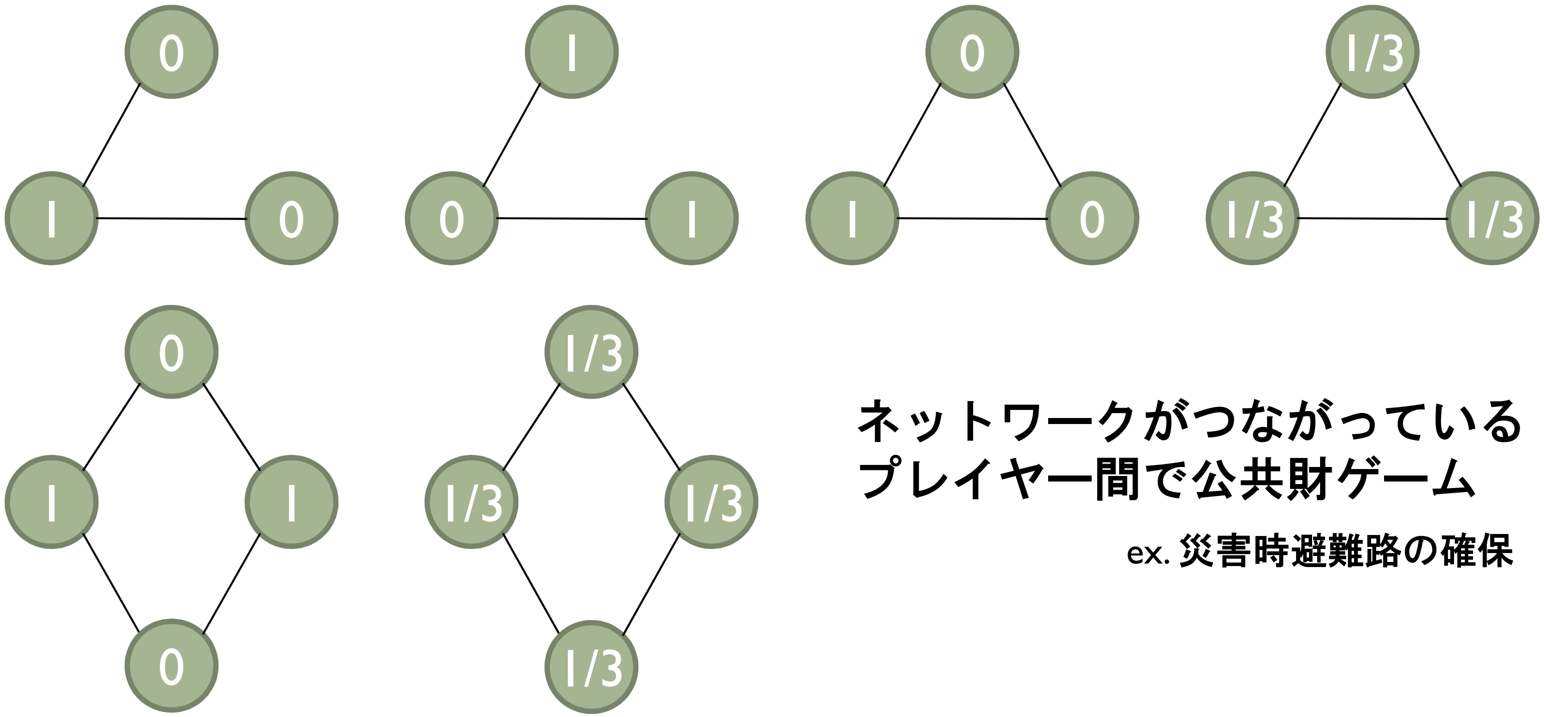
→プレイヤーの選択は？

x^* ・・・効用を最大にする投資を行う

または

0 ・・・コストを払わず，効用を受ける（フリーライダー）

均衡解の例　($x^* = 1$とする)



ネットワークがつながっている
プレイヤー間で公共財ゲーム

ex. 災害時避難路の確保

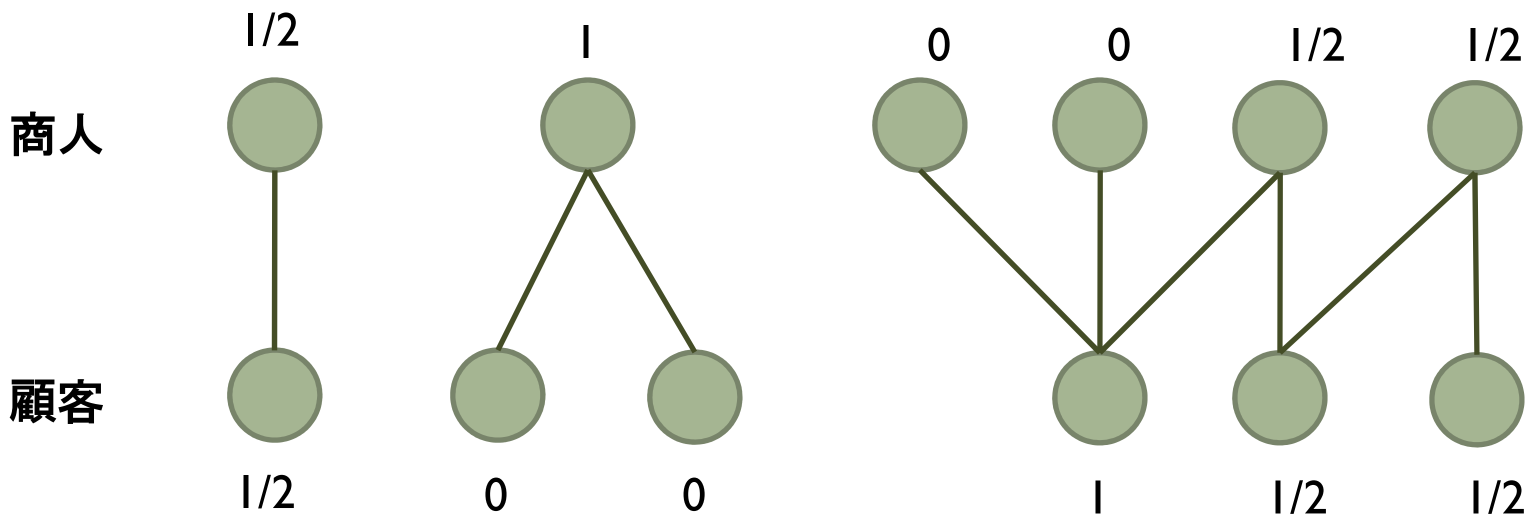
A Networked Trading Model

Seller(商人)　　価値0→利益p

商品Aを売買（値段p)

Buyer(顧客)　　価値1→利益1-p

条件：
- 値段pは交互に提案
- リンクがある相手とのみ交渉可能

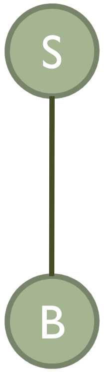


A Networked Trading Model Based on Auctions

- 売り手（商人）は一人，買い手は複数のオークションを考える
- 形式はsecond-price auction（入札額1位の人は2位の人の額で購入）

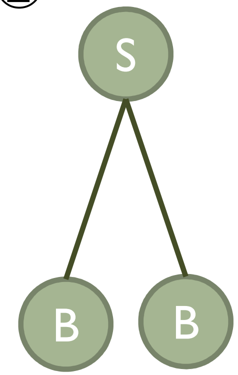
買い手の評価価格は[0, 1]をランダムに決定

①



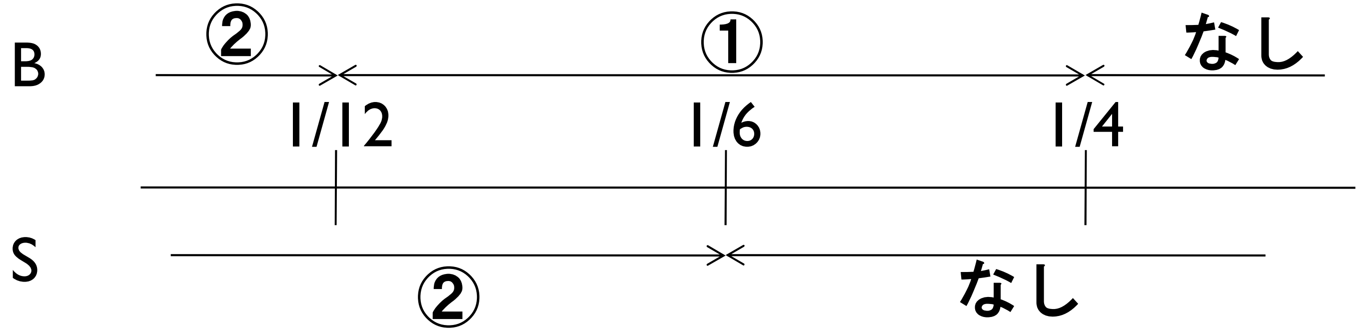
期待評価額：1/2
購入額：0
Bの期待効用：1/2
Sの期待効用：0

②



期待評価額：2/3, 1/3
購入額：1/3
Bの期待効用：1/6
Sの期待効用：1/3

リンク形成コストcを設定 →安定なネットワークは？



終