Dynamic Traffic Assignment

Takamasa Iryo

Traffic Assignment

- 静的利用者均衡配分
  - Wardropの第1原理
  - リンク交通量
  - BPR関数
  - 等価な凸最適化問題とFrank-Wolfe法
  - 単調増加な経路費用が，解の一意性と安定性を保証してくれる．
- 均衡解も，その解法も信頼できる．

Dynamic Traffic Assignment

- 動的交通量配分
- 広義には，なんらかの意味で時間軸を含む交通量配分問題を指す．
- 狭義には，時間軸を含む交通流モデルを用いた交通量配分問題．
  - LWRモデルに従う交通量モデルが通常は用いられる．

Dynamic User Equilibrium

- 動的利用者均衡配分（問題）
- Wardropの第1原理により,
  均衡状態を定義する.
  - Nash均衡として定義してもよい.
- 経路選択を内性化
- 出発時刻選択も内性化できる.

Many problems…

- 動的利用者均衡配分
  - 複数のLWR互換なリンクモデル：
    - ボトルネックモデル（渋滞の先詰まりは無視）
    - CTM (Cell Transmission Model)
    - VT (Variational Theory)
  - 行動原理：出発時刻は選べるか？
  - 経路費用は単調増加とは限らない
  - 一意とは限らないし，安定とも限らない．
  - 確実に解を導出できる解法も知られていない．

How we can solve?

- まだ問題は多いが・・・.
- とりあえず，確立している手法として，CTMと出発時刻選択問題を紹介.
- 安定性についてのコメントも簡単に紹介.

Cell Transmission Model

- Cell Transmission Model
  - QK図で示される関係を前提とする.
  - 交通流を流体としてとらえる.
    (流体モデル, LWRモデル)

$$\frac{\partial q(x,t)}{\partial x}+\frac{\partial k(x,t)}{\partial t}=0$$

交通流保存則

$$q(x,t)=Y(k(x,t))$$

QK関係

q: 交通量　(時刻 t ,断面 x での流量)
k: 交通密度(時刻 t ,断面 x にいる
単位長さあたり台数)

7

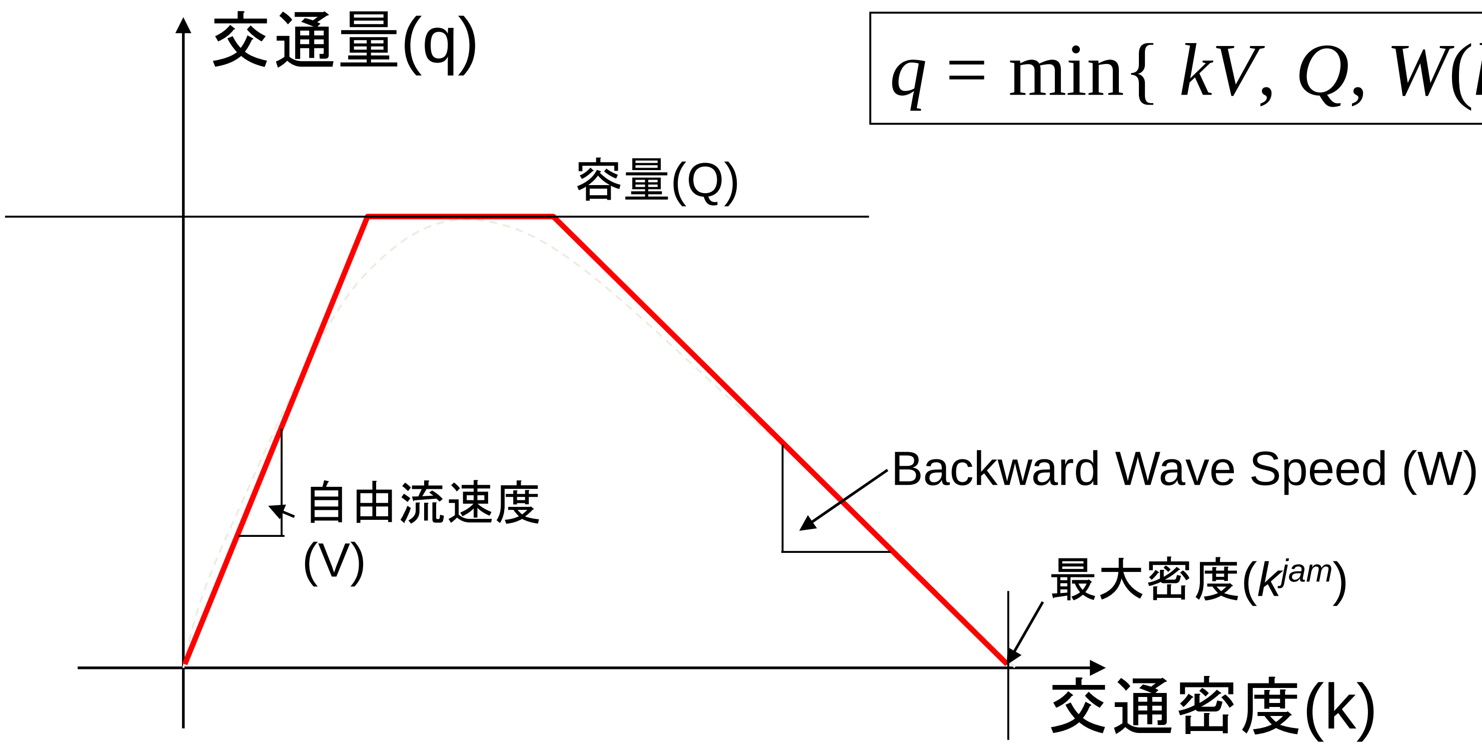
Cell Transmission Model

- LWRモデルを時間･空間とも離散化することにより，Cell Transmission Model (CTM)を得る．（Daganzo, 1994）
- まず，時間を離散化する．
- リンク長(L)＝単位時間(Δt)×自由流速度(V)とする．

Cell Transmission Model

- QK関係を3つの直線で近似

$$q = \min\{\, kV,\, Q,\, W(k^{jam} - k)\}$$



Discretisation of time and space

１．時間を離散化する.

$$\boxed{q\Delta t = \min\{\, kV\Delta t,\ Q\Delta t,\ W\Delta t\,(k^{jam} - k)\}}$$

２．$L{=}\Delta tV$ の関係を一部に代入する.

$$\boxed{q\Delta t = \min\{\, kL,\ Q\Delta t,\ (W/V)(L\,k^{jam} - Lk)\}}$$

３．空間をセルとして離散化する

$$\boxed{q\Delta t = \min\{\, n,\ Q\Delta t,\ (W/V)(N^{jam} - n)\}}$$

セルに入る車両の最大数　　セルにいる車両の数

Discretisation of time and space

単位時間あたり交通量

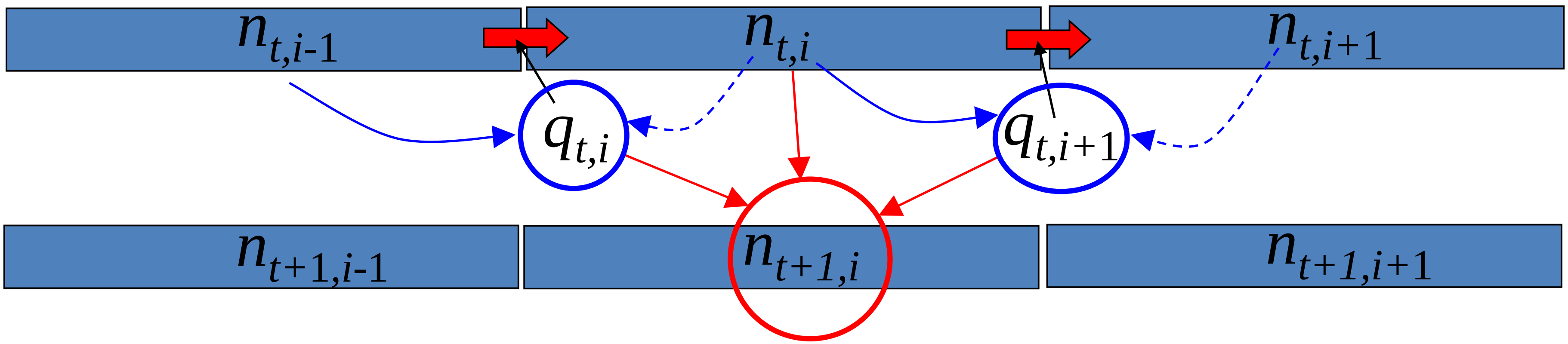
$$q_{t,i} = \min\{\, n_{t,i\text{-}1},\, Q,\, (W/V)(N^{jam} - n_{t,i})\}$$

上の式に，交通流保存則の式を連立する．

$$n_{t+1,i} = n_{t,i} + q_{t,i} - q_{t,i+1}$$

i :セル番号

t :離散化された時刻



Simple implementation by MS-Excel

セル内台数nと交通量qを時刻とセルの２次元の表として記述する.

セル内台数n

	最大密度	150	150
Time(min)	発生	1	2
0	40	0	0
1	40	40	0
2	40	40	40
3	40	40	40

交通量q

Capacity	40	40	40
Time(min)	Orig->1	1->2	2->3
0	40	0	0
1	40	40	0
2	40	40	40
3	40	40	40

=MIN(E11,E$33,($G$3/1)*(F$8-F11))

W/V

Simple implementation by MS-Excel

セル内台数nと交通量qを時刻とセルの２次元の表として記述する.

セル内台数n

	最大密度	150	150
Time(min)	発生	1	2
0	40	0	0
1	40	40	0
2	40	40	40
3	40	40	40

=E11+D36-E36

交通量q

Capacity	40	40	40
Time(min)	Orig->1	1->2	2->3
0	40	0	0
1	40	40	0
2	40	40	40
3	40	40	40

FFSpeed 1 km/min Bwave= 0.6 km/min

セル台数 (n)

	最大密度	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150
Time(min)	発生	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	40	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	40	40	40	0	0	0	0	0	0	0	0
3	40	40	40	40	0	0	0	0	0	0	0
4	40	40	40	40	40	0	0	0	0	0	0
5	40	40	40	40	55	25	0	0	0	0	0
6	40	40	40	40	70	25	25	0	0	0	0
7	40	40	40	40	85	25	25	25	0	0	0
8	40	40	40	41	99	25	25	25	25	0	0
9	0	40	40	50	105	25	25	25	25	25	0
10	0	0	40	63	107	25	25	25	25	25	25
11	0	0	0	77	108	25	25	25	25	25	25
12	0	0	0	52	108	25	25	25	25	25	25
13	0	0	0	27	108	25	25	25	25	25	25
14	0	0	0	2	108	25	25	25	25	25	25
15	0	0	0	0	85	25	25	25	25	25	25
16	0	0	0	0	60	25	25	25	25	25	25
17	0	0	0	0	35	25	25	25	25	25	25
18	0	0	0	0	10	25	25	25	25	25	25
19	0	0	0	0	0	10	25	25	25	25	25
20	0	0	0	0	0	0	10	25	25	25	25

交通流 (q)

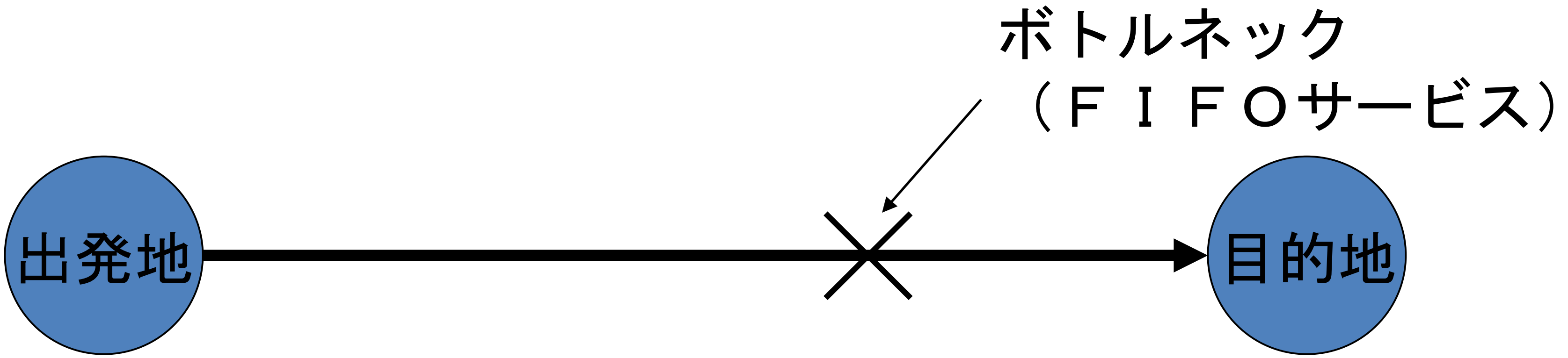
Capacity	40	40	40	40	25	40	40	40	40	40	1000
Time(min)	Orig->1	1->2	2->3	3->4	4->5	5->6	6->7	7->8	8->9	9->10	0->Dest
0	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	40	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	40	40	40	0	0	0	0	0	0	0	0
3	40	40	40	40	0	0	0	0	0	0	0
4	40	40	40	40	25	0	0	0	0	0	0
5	40	40	40	40	25	25	0	0	0	0	0
6	40	40	40	40	25	25	25	0	0	0	0
7	40	40	40	39	25	25	25	25	0	0	0

CTM and Network

- ネットワークをCTMで表現するには，
合分流のとりあつかいを明示する必要がある（Daganzo, 1995b）.
- 合流部･分流部でそれぞれ合流比と分流比を与えられれば拡張は容易.
- ただし，分流比を外生的に与えるのは簡単ではないことに注意．目的地別･セル流入時間別にセル内の交通量を管理し，FIFO原理に基づいて分流比を計算する必要がある.

Temporal equilibrium at a bottleneck

時間方向の選択に主に着目した問題：出発時刻選択問題
Vickreyモデル (1969)



Temporal equilibrium at a bottleneck

〇　到着地への希望到着時刻を持つ
（＝希望ボトルネック出発時刻を持つ）

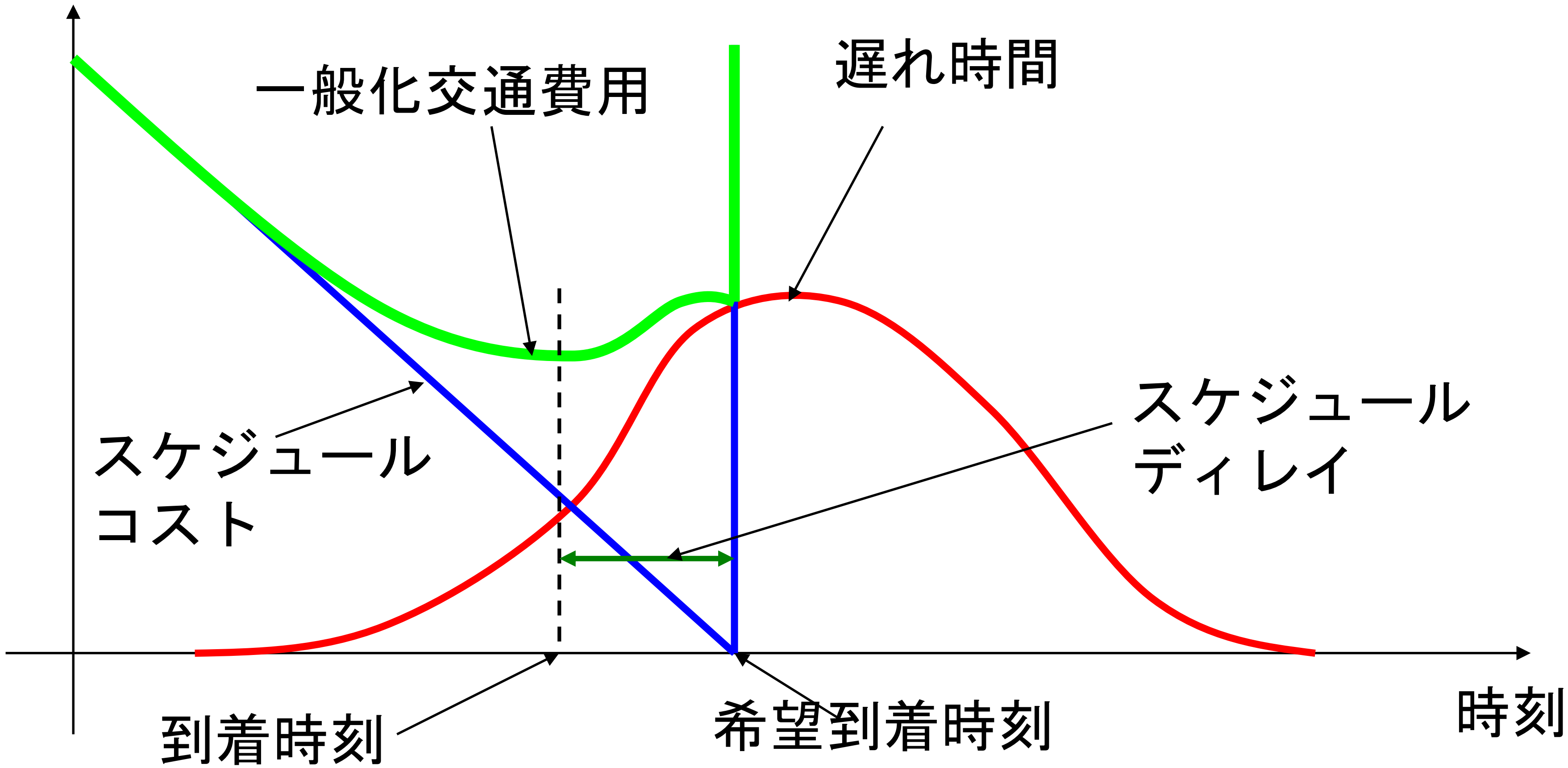
〇　利用者の費用関数が，

一般化交通費用＝
遅れ時間＋スケジュールコスト

と遅れ時間の単位で定義され，なおかつスケジュールコストがどの利用者についても，希望到着時刻と実際の到着時刻の差（スケジュールディレイ）のみに依存して定義される．

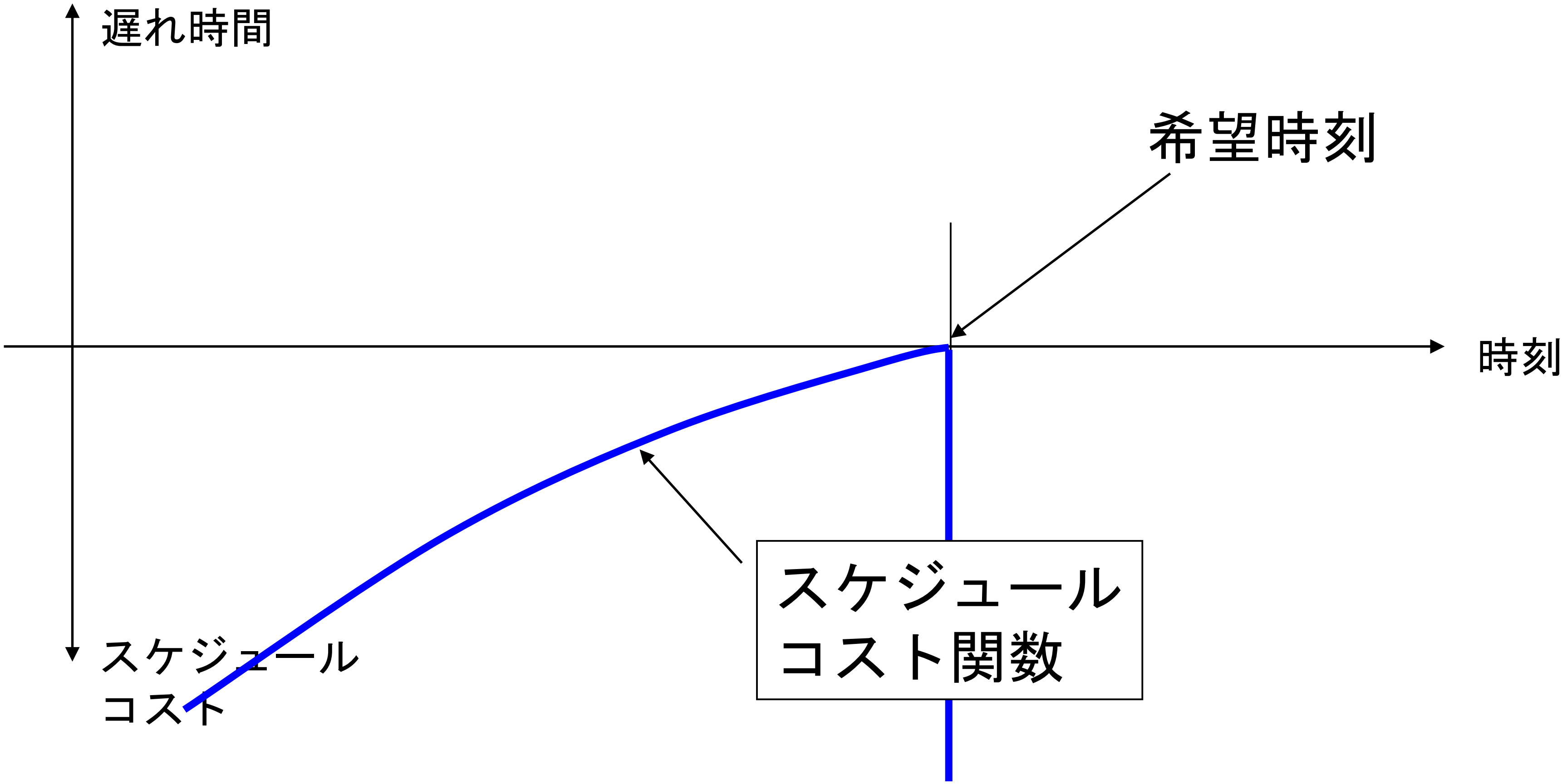
Temporal equilibrium at a bottleneck

一般化交通費用の例

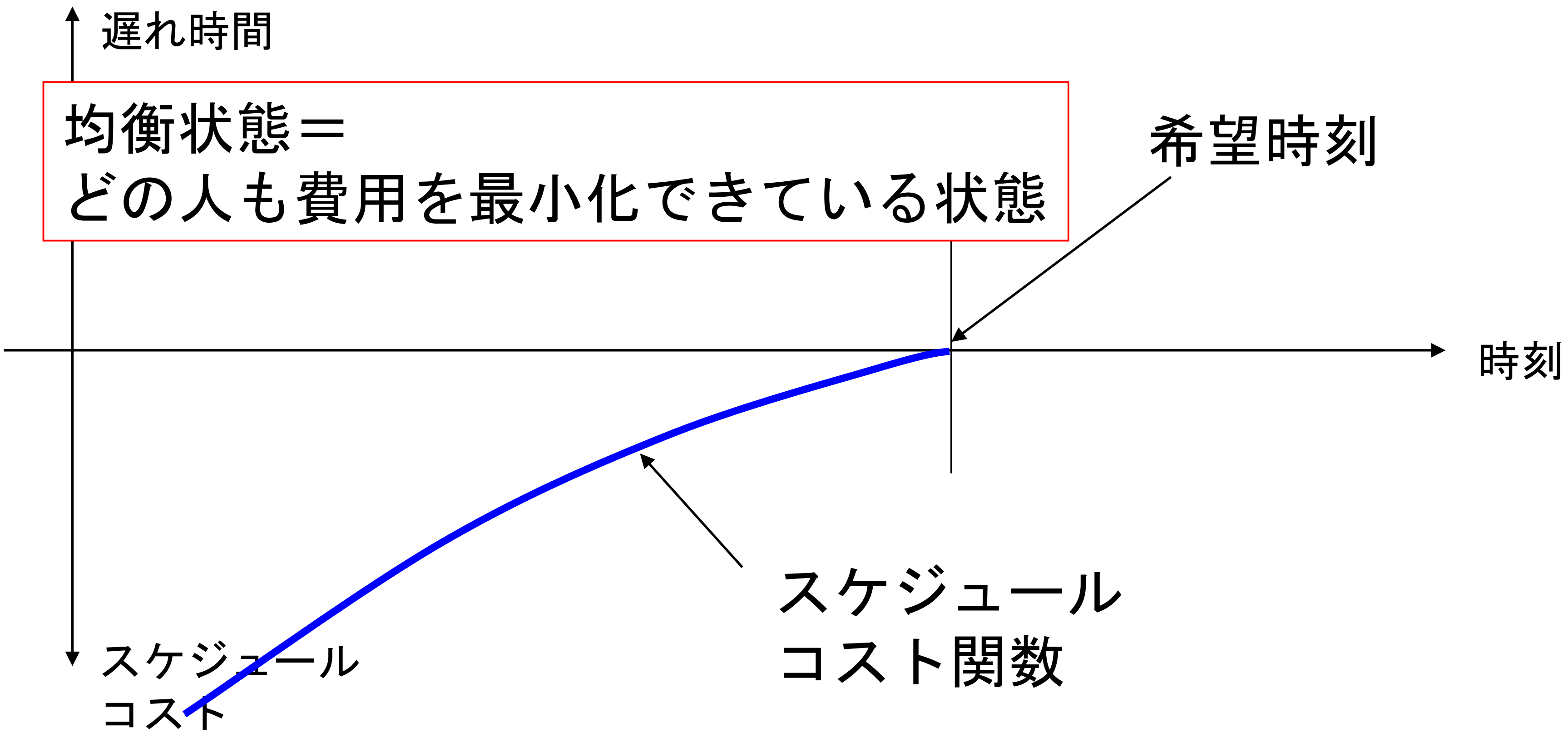


Temporal equilibrium at a bottleneck

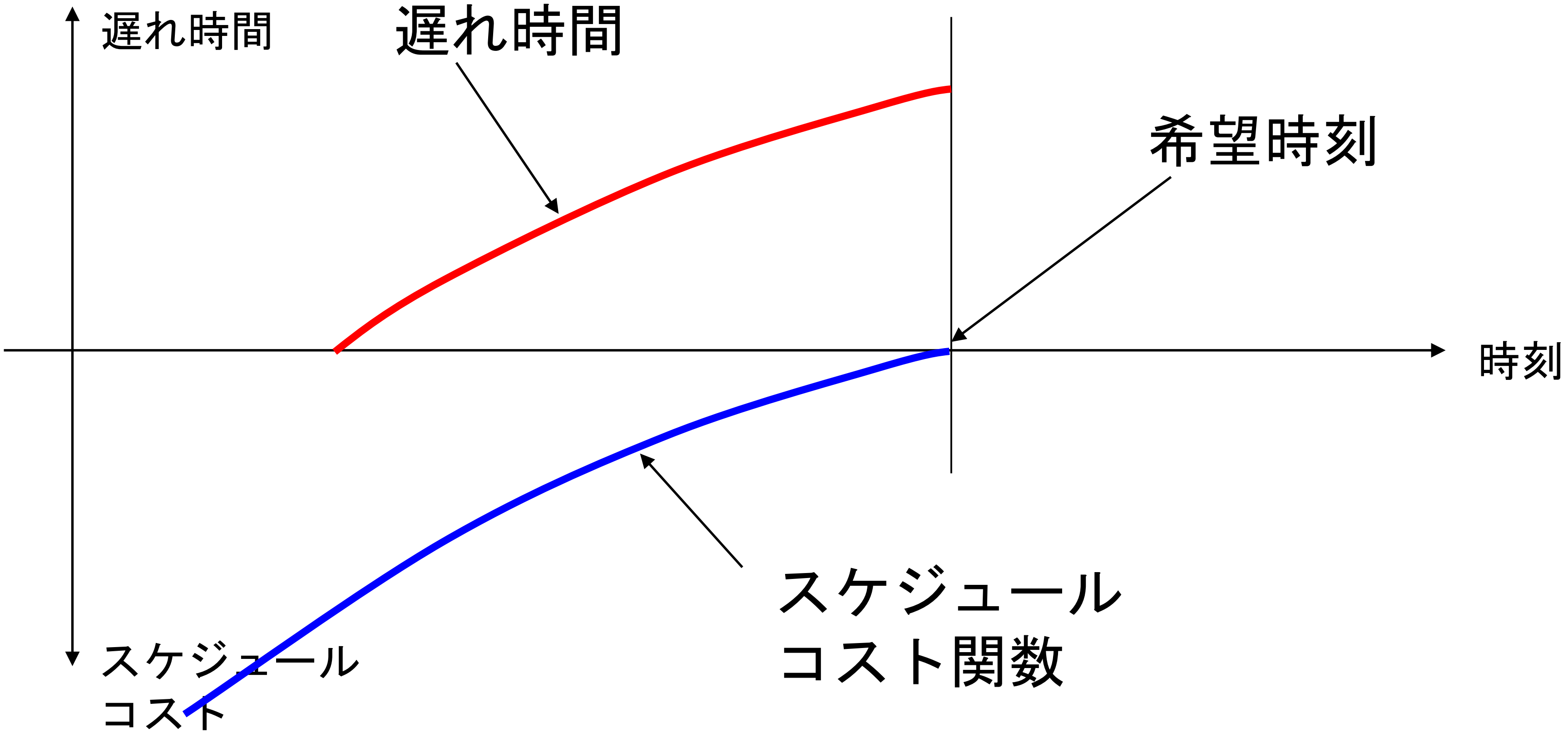
希望到着時刻にも個人差がなく，遅刻が許されない場合の解法



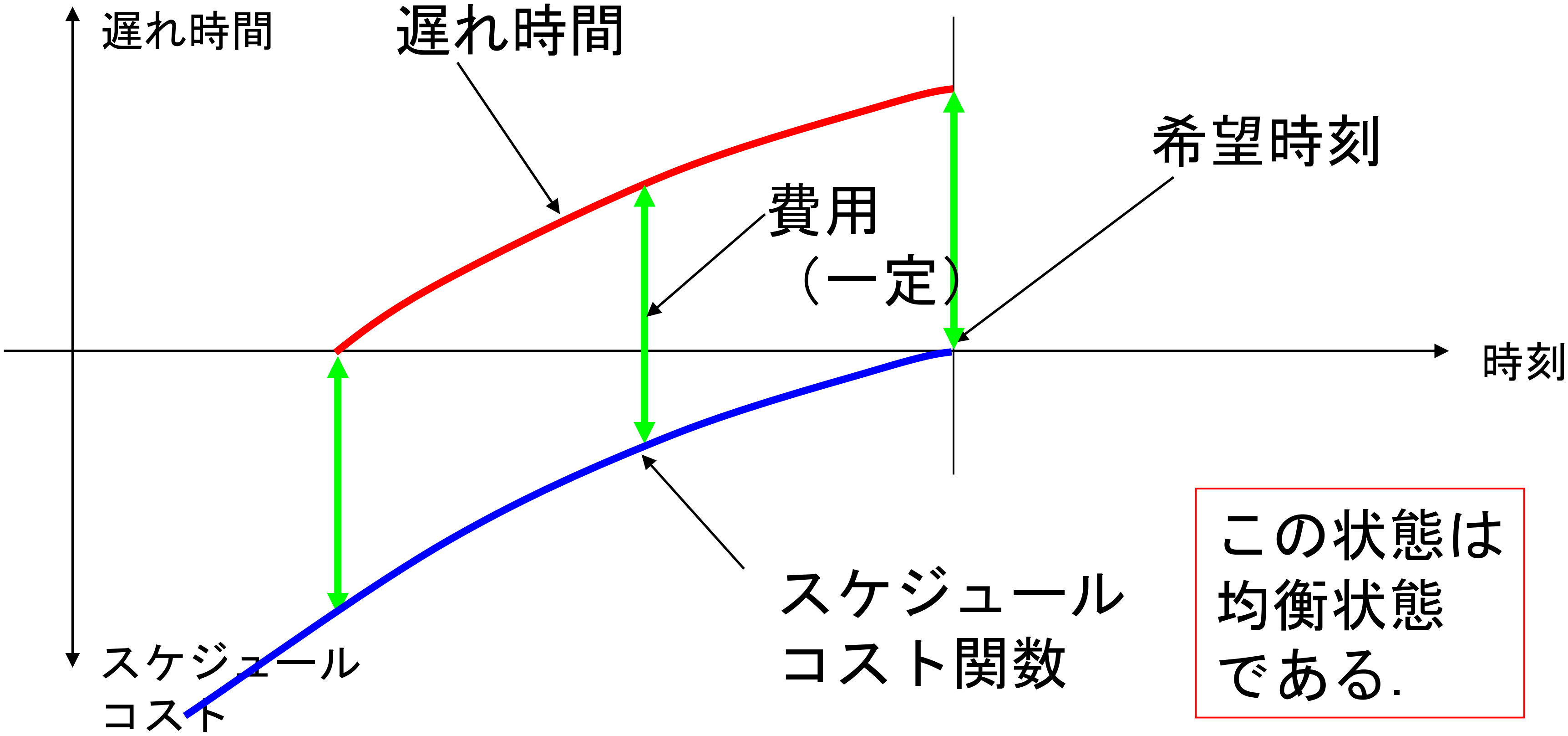
Temporal equilibrium at a bottleneck



Temporal equilibrium at a bottleneck

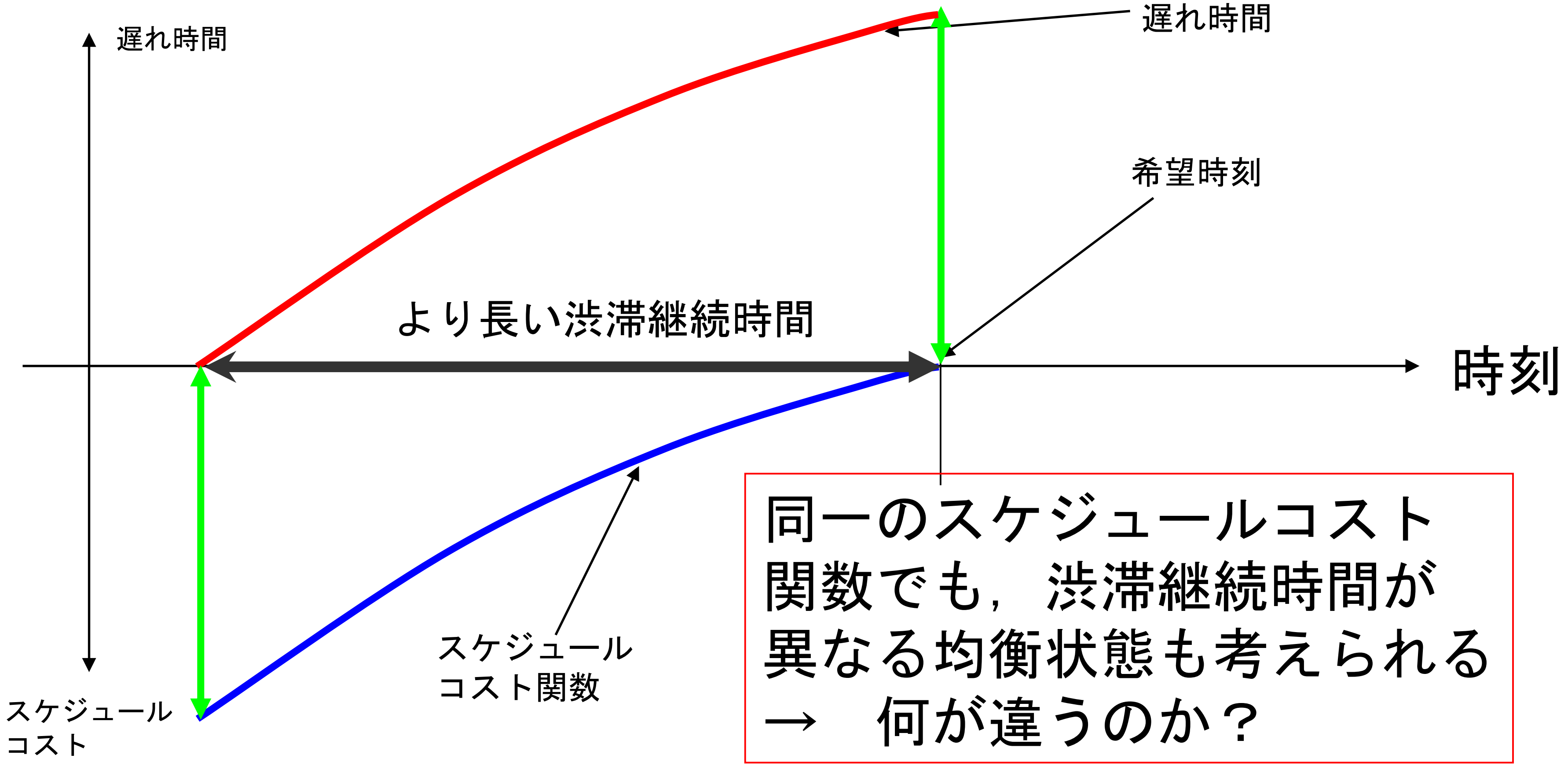


Temporal equilibrium at a bottleneck



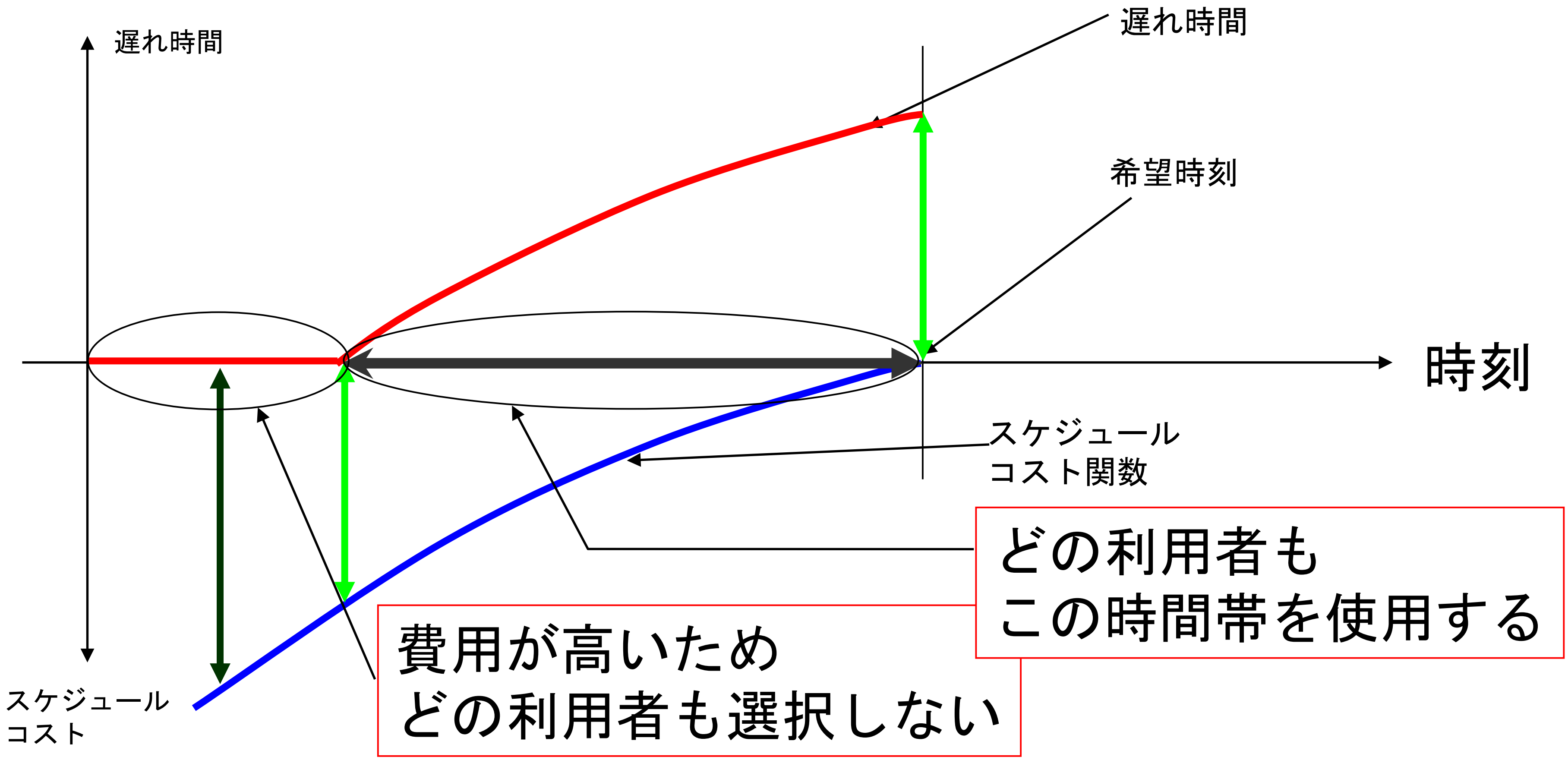
この状態は
均衡状態
である.

Temporal equilibrium at a bottleneck



同一のスケジュールコスト関数でも，渋滞継続時間が異なる均衡状態も考えられる
→　何が違うのか？

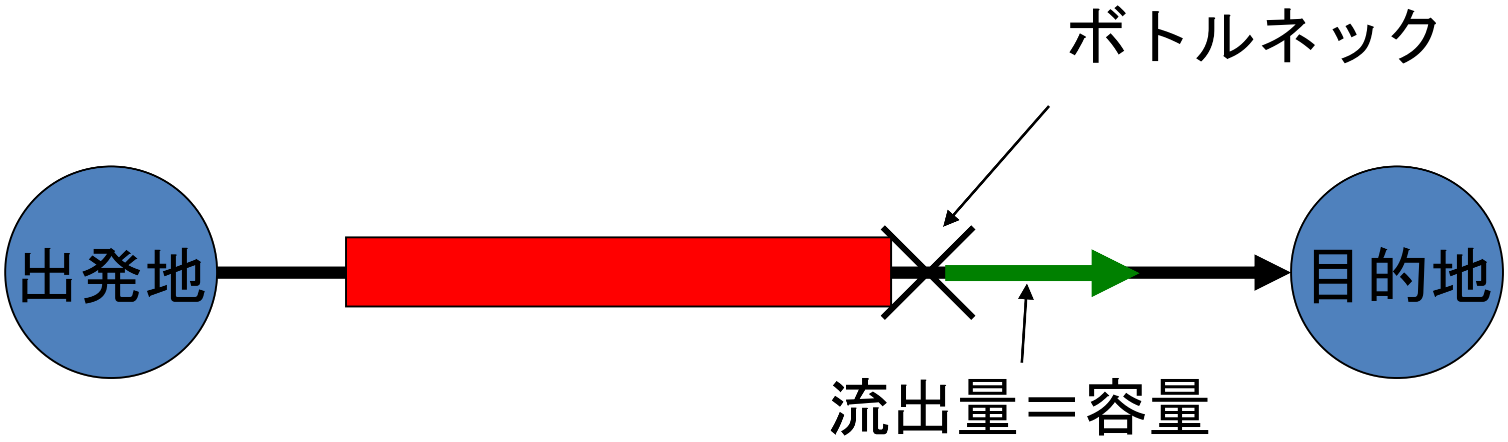
Temporal equilibrium at a bottleneck



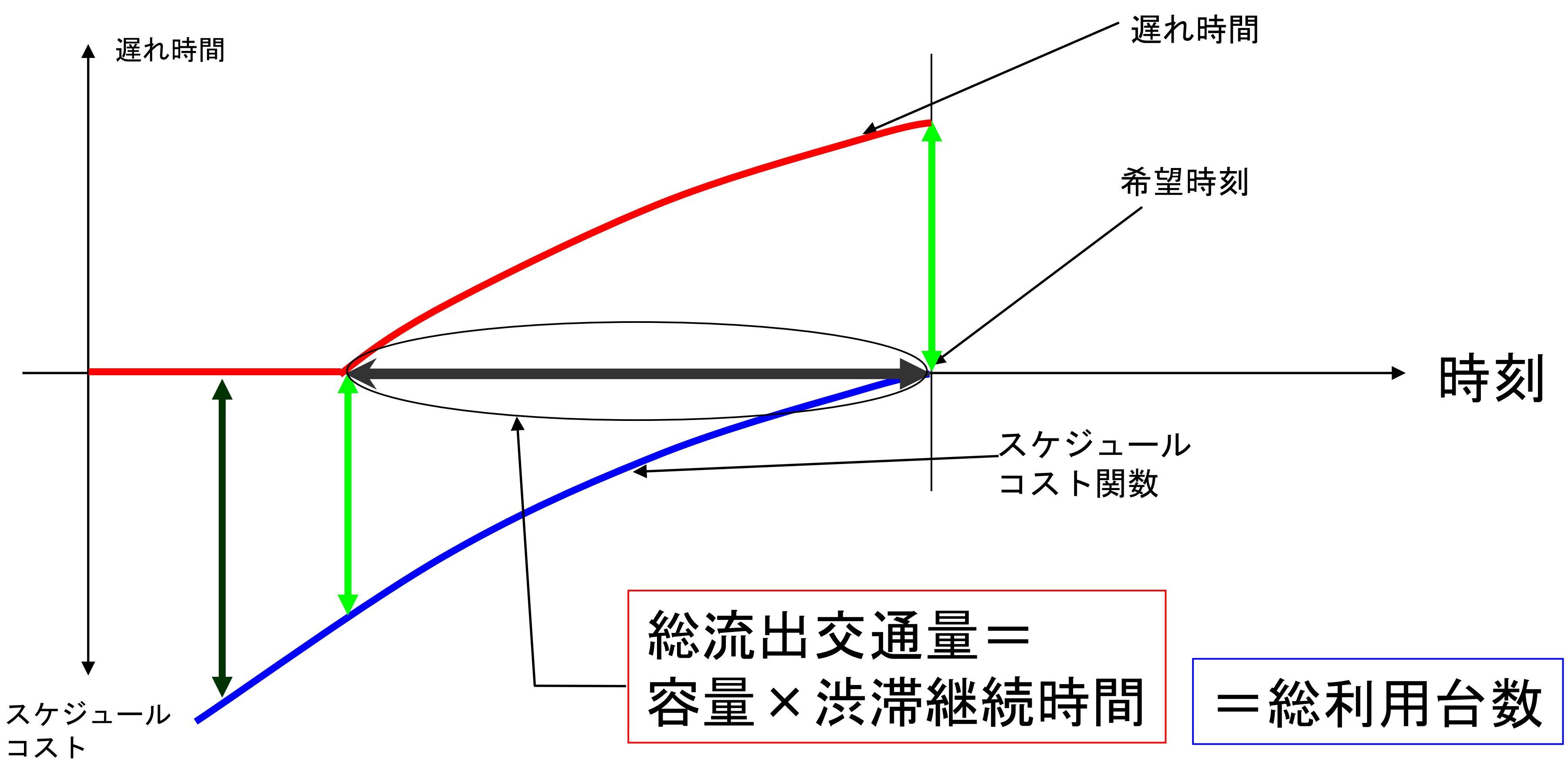
Temporal equilibrium at a bottleneck

ボトルネックモデルの特徴：

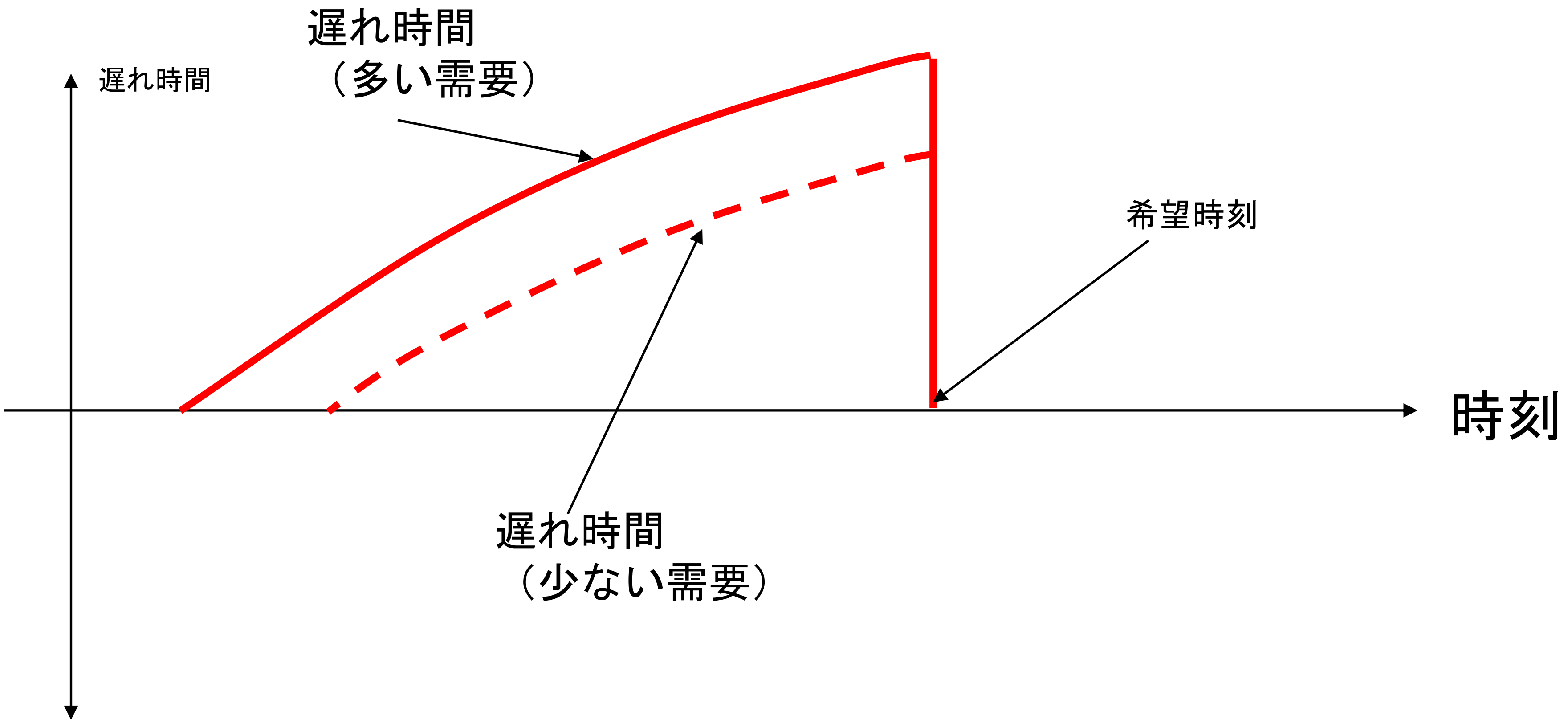
・待ち行列があるときは,
ボトルネック容量と同じ交通量が流出する



Temporal equilibrium at a bottleneck



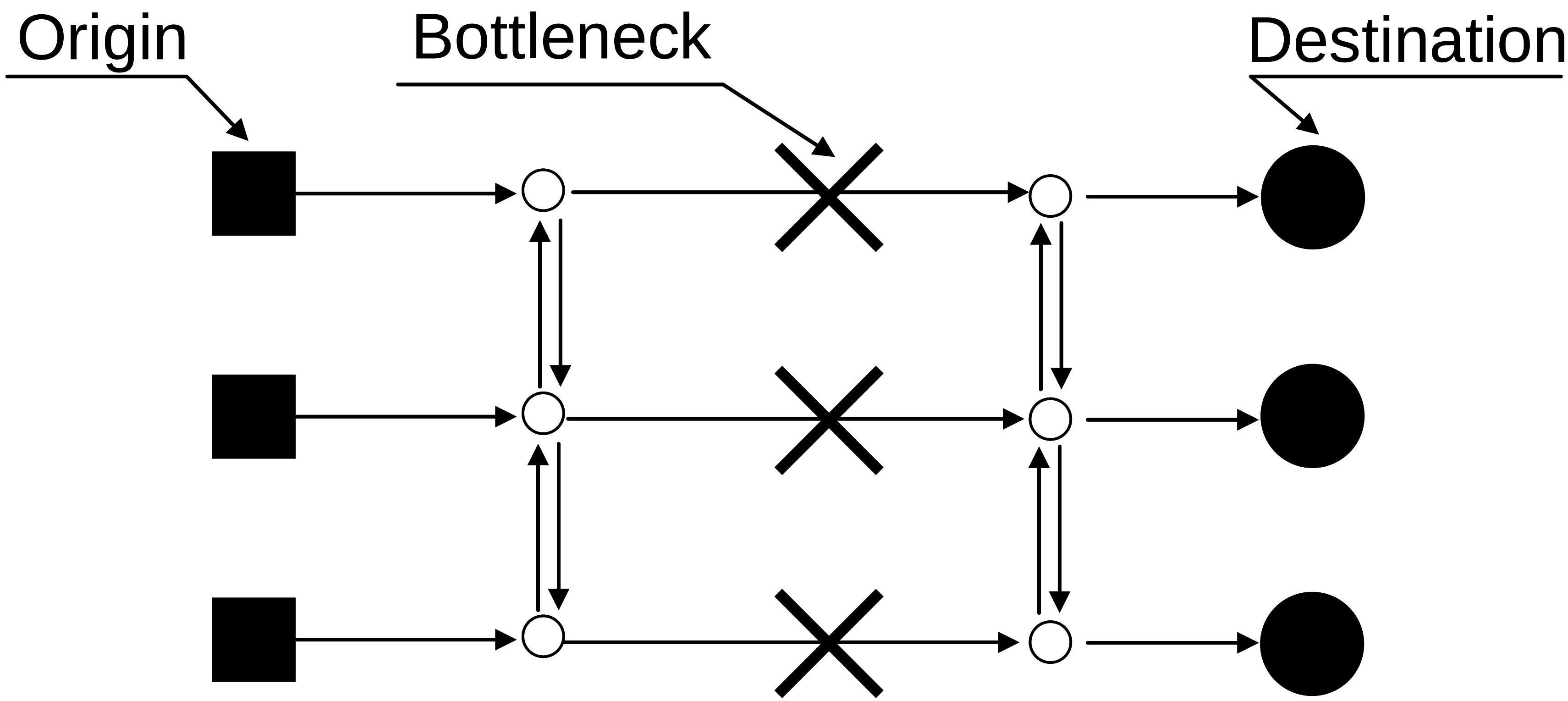
Temporal equilibrium at a bottleneck



Spatial-temporal equilibrium

- どの経路も1個しかボトルネックを持たないことが保証されているネットワークでは，出発時刻選択問題は等価な線形計画問題で置き換えることができる.
  - Iryo and Yoshii (2007)
- この手のネットワークでは，出発時刻が固定されていても解の一意性や安定性を示せる.
  - Mounce (2006, 2007)

Single-bottleneck-per-route



Stability?

- 出発時刻選択問題の均衡解は，困ったことに，安定とは限らない．
  - 安定でないとは？
    ドライバーがより一般化交通費用の低い経路や時刻を選ぶことを日々繰り返しても，最終的に均衡解が実現するとは限らない．
  - 数値計算をすると，均衡解周辺をぐるぐる回るような挙動をする．

Iryo, T. (2008). An Analysis of Instability in a Departure Time Choice Problem. *Journal of Advanced Transportation*, *42*(3), 333–356.

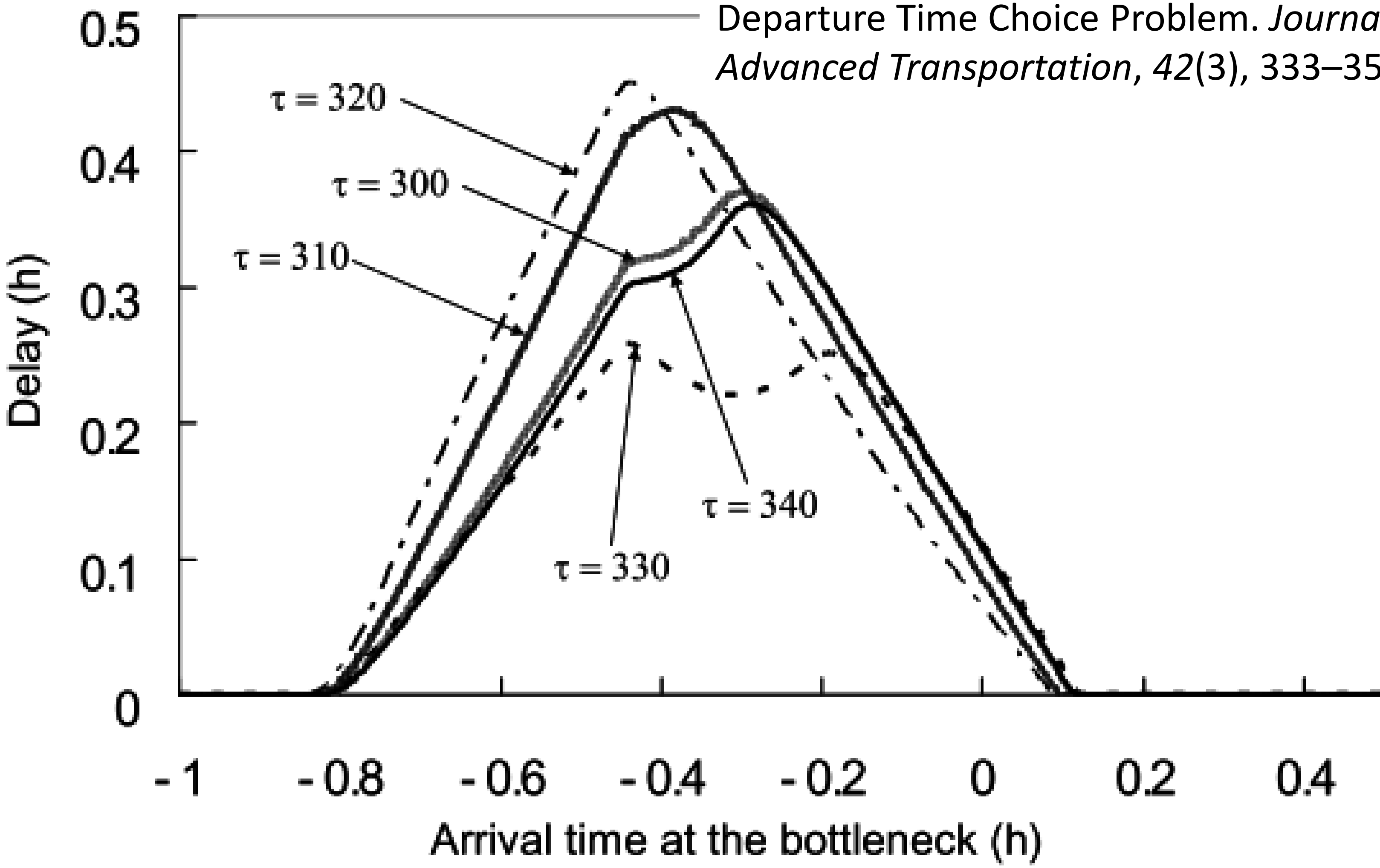


Figure 5. Bottleneck delay at different τ values when $\alpha = 0.5$ and $\beta = 5.0$

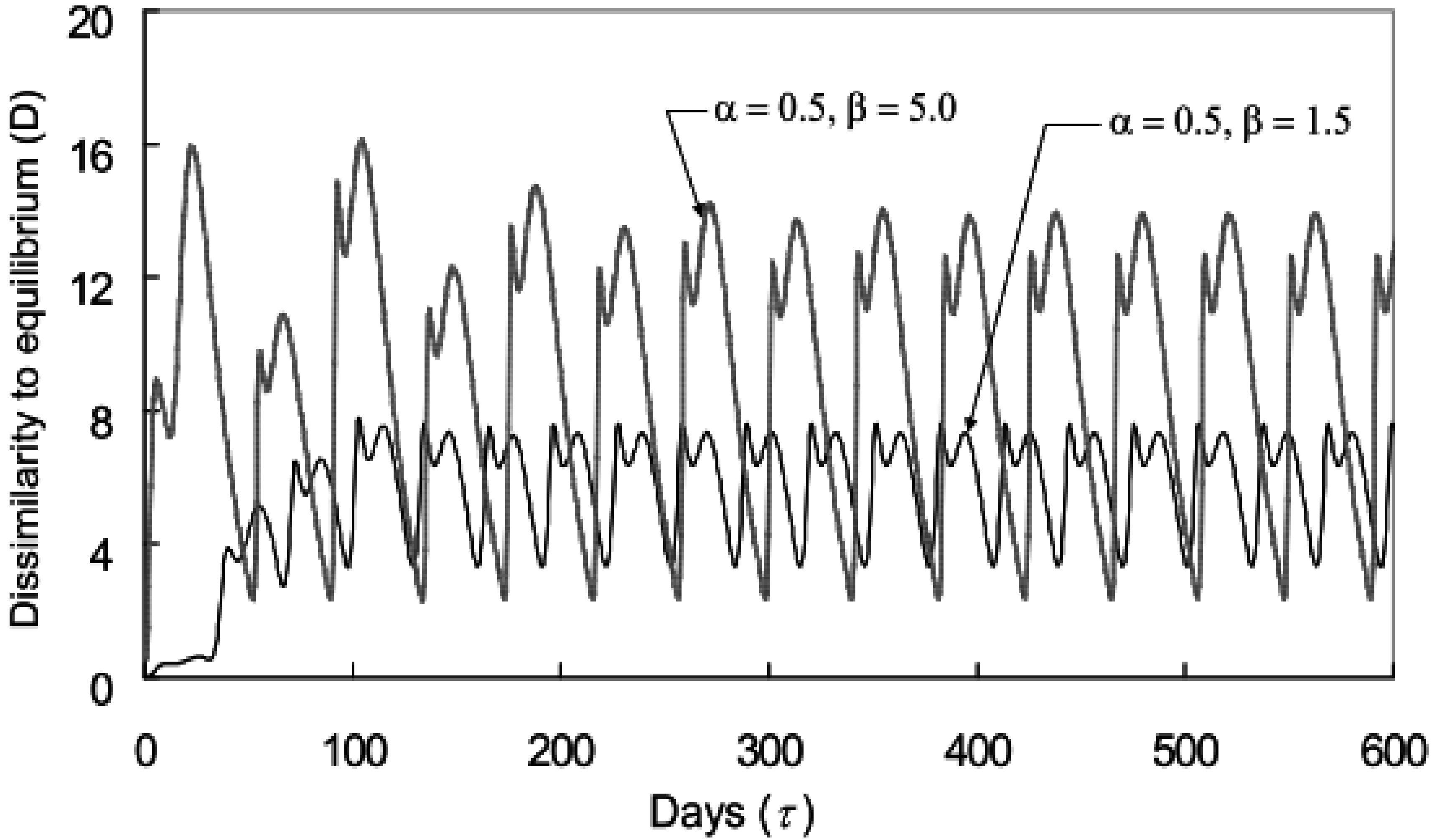


Figure 7. Change in $D\left(x^{\tau}\right)$ in the case where the equilibrium point received a perturbation at $\tau = 0$

Iryo, T. (2008). An Analysis of Instability in a Departure Time Choice Problem. *Journal of Advanced Transportation*, *42*(3), 333–356.

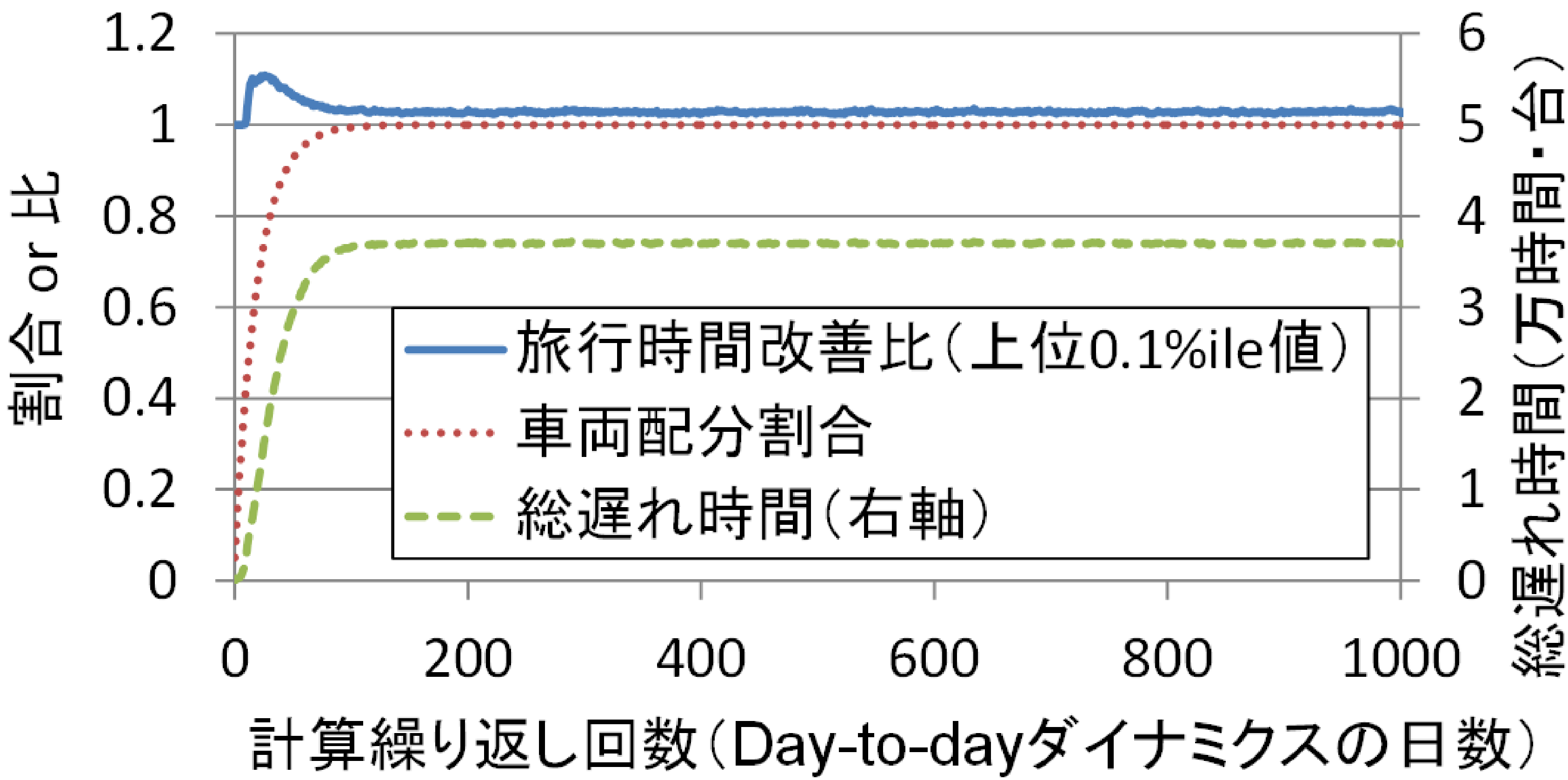
Markov-chain day-to-day assignment

- 離散マルコフ連鎖で日々のドライバーの経路変更を記述する.
  - 1日に5%のドライバーが, 前日に実現したリンク旅行時間により最短経路を更新する.
- 定常状態を均衡状態に「準ずる」ものとみなすことを試みる.

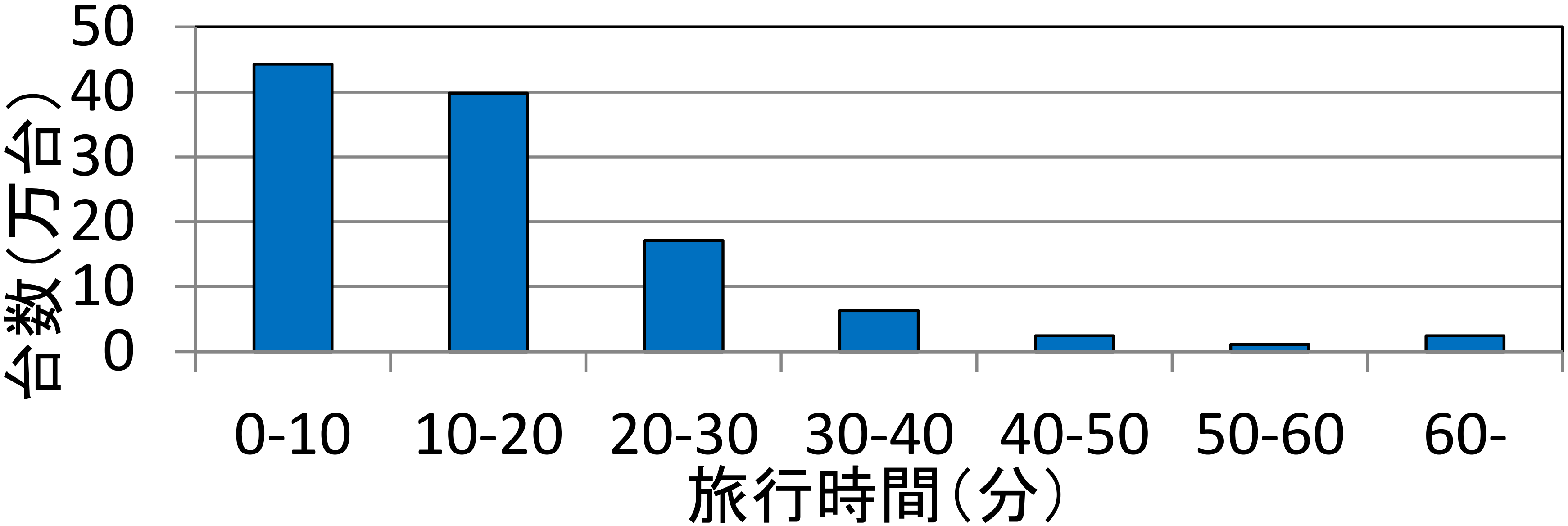
Markov-chain day-to-day assignment

Chicago Sketch Network
(Bar-Gera)

Markov-chain day-to-day assignment



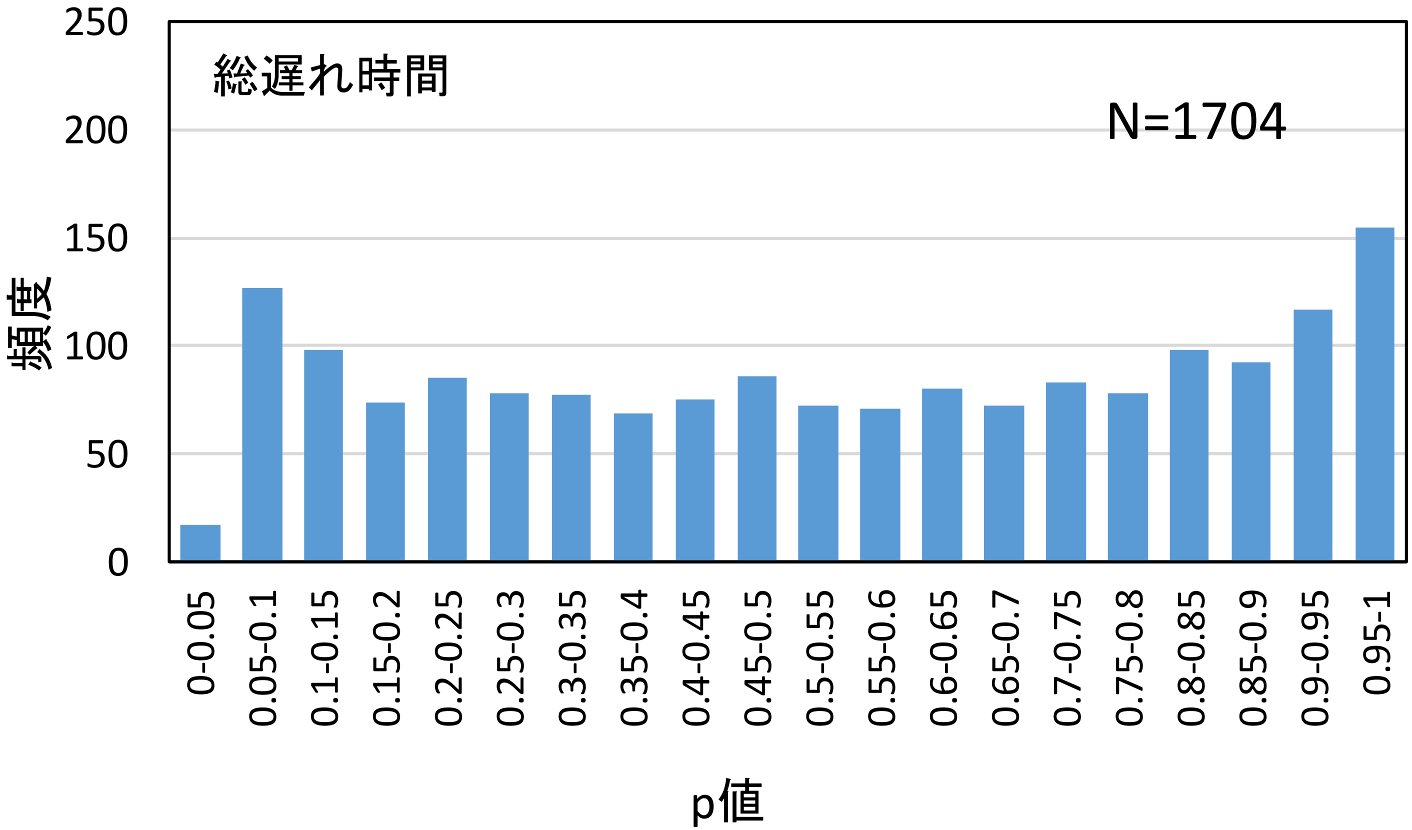
Markov-chain day-to-day assignment



Is it stationary?

- 見た目，均衡状態に近いところで安定した状況になっているようだが・・・
- マルコフ連鎖の定常状態は数学的に厳密に定義されている！
- それが実現しているかどうかを検定する.「Heidelberger and Welchの方法」
  - Rで検定できます！
    http://cran.r-project.org/web/packages/coda/index.html

Is it stationary?



帰無仮説が「定常である」なので，一般的な手法での検定にはならない．
多数ケースを試して，p値の分布が偏っていないことを確認する．