# 行動モデルの導出

愛媛大学　倉内慎也
kurauchi@cee.ehime-u.ac.jp



## プレゼンの概要

代表的な行動モデル

- ランダム効用最大化（RUM: Random Utility Maximization）モデル
  - ロジットモデル，プロビットモデル
  - ミックストロジットモデル

RUMモデルの拡張

- 将来行動を見据えた選択
  - ネスティッドロジットモデル
  - 再帰的ロジットモデル
  - 割引効用モデル



## 合理的選択と効用最大化

合理的選択（rational choice）

ある条件下で目的を最も達成できるような選択⇒

再帰性/完全性：{車，鉄道}→（車≽鉄道）and/or（鉄道≽車）

推移性：（車≻バス）and（バス≻鉄道）⇔（車≻鉄道）

複数の選択肢を選好（望ましさ）の順に並べることができる

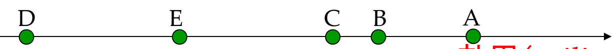
例）{A,B,C,D,E}

(A ≻ B), (B ≻ C), (C ≻ D), (D ≻ E), (C ≻ E)　再帰性/完全性

推移性

(A ≻ B ≻ C ≻ E ≻ D)

連続性




効用（utility）

効用最大化(utility maximization)

「人は最大の効用を与える選択肢を選ぶ」

Aさん：車を選択⇔U（車）＞ U（バス），U（鉄道）



## ランダム効用（1）

効用を構成する要因　＜例＞交通手段選択（自動車，バス，鉄道）

- ✓ 代替案の属性：料金，所要時間，乗換え回数etc.
- ✓ 個人属性：性別，年齢，免許の有無etc.
- ✓ トリップ属性：トリップ目的，時間帯etc.

パラメータ$\beta$：属性の重要度を表す（嗜好：taste）

$$U(car) = \beta_1 + \beta_3 * time_{car} + \beta_4 * \cos t_{car} + \beta_5 * carown + \varepsilon_{car}$$
$$U(bus) = \beta_2 + \beta_3 * time_{bus} + \beta_4 * \cos t_{bus} + \beta_6 * age60 + \varepsilon_{bus}$$
$$U(rail) = \beta_3 * time_{rail} + \beta_4 * \cos t_{rail} + \varepsilon_{rail}$$

確定項（$V$）
(systematic component)

誤差項
（error component）

*分析者にとって意思決定者のもつ真の効用は不明*

→ランダム（誤差）項を用いて効用を確率的に表す

# ランダム効用(2)

誤差項に含まれるもの

- ✓ 非観測属性:快適性，移動の自由度etc.
- ✓ 測定誤差:駅までのアクセス時間etc.
- ✓ 情報の不完全性:認知所要時間と実際の所要時間のずれetc.
- ✓ Instrumental (proxy) variables :「快適性」の代わりに「座席数」を代理変数として用いたときの差異etc.
- ✓ 異質性:所要時間や費用の重み(効用パラメータ)の個人差etc.
- ✓ 効用最大化以外の意思決定ルールによる影響:所要時間や費用の重み(効用パラメータ)の個人差etc.



# 誤差項の分布とモデル(1)

$$U(car) = V_{car} + \varepsilon_{car}$$
$$U(rail) = V_{rail} + \varepsilon_{rail}$$

誤差項は確率的に変動
→分析者から見て効用が最大となる選択肢は確率的
→分析者から見た意思決定者の選択行動は確率的

$$\begin{aligned} choice = car &\Leftrightarrow U(car) > U(rail) \\ &\Leftrightarrow V_{car} + \varepsilon_{car} > V_{rail} + \varepsilon_{rail} \\ &\Leftrightarrow \varepsilon_{rail} - \varepsilon_{car} < V_{car} - V_{rail} \\ &\Leftrightarrow \varepsilon < V \end{aligned}$$

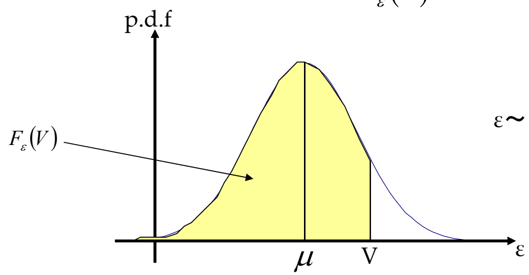
$$\begin{aligned} \Pr ob(choice = car) &= \Pr ob(\varepsilon < V) \\ &= F_{\varepsilon}(V) \end{aligned}$$

累積分布関数



# 誤差項の分布とモデル(2)

$$\begin{aligned} \Pr ob(choice = car) &= \Pr ob(\varepsilon < V) \\ &= F_{\varepsilon}(V) \end{aligned}$$




ε~ $N(\mu, \sigma^2)$

選択確率はεとVに依存



# 誤差項の分布とモデル(3)

$$U(car) = \beta X_{car} + \varepsilon_{car}$$
$$U(bus) = \beta X_{bus} + \varepsilon_{bus}$$
$$U(rail) = \beta X_{rail} + \varepsilon_{bus}$$

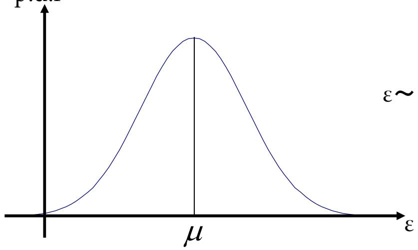
εの分布形は？

| | | |
|---|---|---|
| ε～IIDガンベル分布 | → | 多項ロジットモデル |
| ε～一般化極値(GEV)分布 | → | GEVモデル<br>(NL,PCL,CNL,GNL等) |
| ε～多変量正規分布 | → | 多項プロビットモデル |
| ε～ GEVと正規分布などの合成分布 | → | ミックストロジットモデル |

## 多項プロビット（MNP; Multinomial Probit）モデル（1）

$$U(car) = \beta X_{car} + \varepsilon_{car}$$
$$U(bus) = \beta X_{bus} + \varepsilon_{bus}$$
$$U(rail) = \beta X_{rail} + \varepsilon_{bus}$$

ε～多変量正規分布




$\varepsilon \sim N(\mu, \sigma^2)$

εが非常に多くの要因を含む
→中心極限定理より分布の正規性は意味あり



## 多項プロビット（MNP; Multinomial Probit）モデル（2）

$$U(car) = \beta X_{car} + \varepsilon_{car}$$
$$U(bus) = \beta X_{bus} + \varepsilon_{bus}$$
$$U(rail) = \beta X_{rail} + \varepsilon_{bus}$$

ε～多変量正規分布

$$U(car) = \beta X_{car} + \theta_{car}\varepsilon_{delay} + \varepsilon_{car,other}$$
$$U(bus) = \beta X_{bus} + \theta_{bus}\varepsilon_{delay} + \omega_{bus}\varepsilon_{access} + \varepsilon_{bus,other}$$
$$U(rail) = \beta X_{rail} + \omega_{rail}\varepsilon_{access} + \varepsilon_{rail,other}$$

Cov(U)

$$\begin{bmatrix} \sigma^2_{car} & \sigma_{car,bus} & \sigma_{car,rail} \\ \sigma_{car,bus} & \sigma^2_{bus} & \sigma_{bus,rail} \\ \sigma_{car,rail} & \sigma_{bus,rail} & \sigma^2_{rail} \end{bmatrix}$$

εは互いに分散が異なり相関も持つ
→多変量正規分布は最も一般的



## 多項プロビット（MNP; Multinomial Probit）モデル（3）

$$U(car) = \beta X_{car} + \varepsilon_{car}$$
$$U(bus) = \beta X_{bus} + \varepsilon_{bus}$$
$$U(rail) = \beta X_{rail} + \varepsilon_{bus}$$

ε～多変量正規分布

$$P(i) = \int_{\varepsilon_1=-\infty}^{\varepsilon_i+V_i-\varepsilon_1} \cdots \int_{\varepsilon_i=-\infty}^{\infty} \cdots \int_{\varepsilon_J=-\infty}^{\varepsilon_i+V_i-\varepsilon_J} \phi(\varepsilon)\, d\varepsilon_J \cdots d\varepsilon_1$$

$$\phi(\varepsilon) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{J-1} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\varepsilon\Sigma^{-1}\varepsilon'\right)$$

Open-formのため計算コストが高い



## 多項ロジット（MNL; Multinomial Logit）モデル（1）

$$U(car) = \beta X_{car} + \varepsilon_{car}$$
$$U(bus) = \beta X_{bus} + \varepsilon_{bus}$$
$$U(rail) = \beta X_{rail} + \varepsilon_{bus}$$

ε～I.I.D.ガンベル分布
独立で同一の分散をもつ
Independently and Identically Distributed

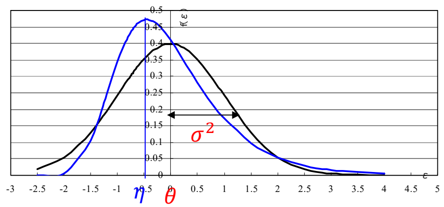



図2.1 正規分布とガンベル分布の確率密度関数

$\varepsilon \sim N(\theta, \sigma^2)$

$\varepsilon \sim G(\eta, \mu)$

μ: スケールパラメータ

$$V(\varepsilon) = \frac{\pi^2}{6\mu^2}$$

$$f(\varepsilon) = \mu \exp\{-\mu(\varepsilon-\eta)\} \cdot \exp[-\exp\{-\mu(\varepsilon-\eta)\}]$$
$$F(\varepsilon) = \exp[-\exp\{-\mu(\varepsilon-\eta)\}]$$

## 多項ロジット（MNL; Multinomial Logit）モデル（2）

### ◘ ガンベル分布の特徴

1. 正規分布とよく似ている

   中心極限定理より誤差分布の正規性は理にかなっている

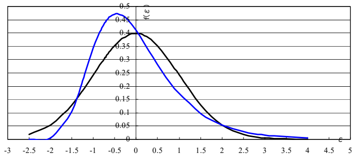


図2.1　正規分布とガンベル分布の確率密度関数

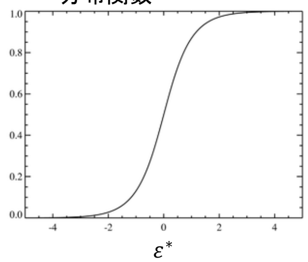
2. 独立で同一の分散をもつ2つのガンベル分布に従う変数の差はロジスティック分布に従う

$$\varepsilon_1 \sim G(\eta_1, \mu), \varepsilon_2 \sim G(\eta_2, \mu)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \varepsilon^* \sim \text{ロジスティック}$$

$$\mathrm{F}(\varepsilon^*) = \frac{1}{1 + exp\{\mu(\eta_2 - \eta_2 - \varepsilon^*)\}}$$

F$(\varepsilon^*)$：ロジスティック分布の累積分布関数






## 多項ロジット（MNL; Multinomial Logit）モデル（3）

### ◘ ガンベル分布の特徴

3. 独立で同一の分散をもつガンベル分布に従ういくつかの変数の最大値の分布（極値分布）もまたガンベル分布に従う

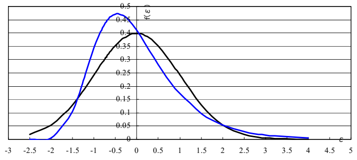
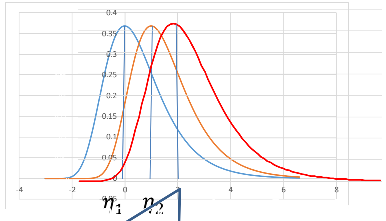


図2.1　正規分布とガンベル分布の確率密度関数

$$\varepsilon_1 \sim G(\eta_1, \mu), \dots, \varepsilon_J \sim G(\eta_J, \mu)$$

$$\Rightarrow max(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_J) \sim G\left(\frac{1}{\mu} ln \sum_j exp(\mu\eta_j), \mu\right)$$




$$\frac{1}{\mu} ln\{exp(\mu\eta_1) + exp(\mu\eta_2)\}$$



## 多項ロジット（MNL; Multinomial Logit）モデル（4）

### ◘ MNLモデルの導出

$$U_n(C) = V_n(C) + \varepsilon_n(C)$$
$$U_n(B) = V_n(B) + \varepsilon_n(B)$$
$$U_n(R) = V_n(R) + \varepsilon_n(R)$$

$$\varepsilon_n(*) \sim G(0, \mu)$$
$$\Downarrow$$
$$U_n(*) \sim G(V_n(*), \mu)$$

nさんが（car, bus, rail）からcarを選択

$$\Rightarrow U_n(C) > U_n(B) \,\&\, U_n(C) > U_n(R)$$
$$\Rightarrow U_n(C) > max(U_n(B), U_n(R))$$

3より，

$$max(U_n(B), U_n(R)) \sim G\left(\frac{1}{\mu} ln\{exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))\}, \mu\right)$$

$$\boxed{\varepsilon_n^* \sim G(0, \mu)}$$

$$V_n(C) + \varepsilon_n(C) > \frac{1}{\mu} ln\{exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))\} + \varepsilon_n^*$$

$$\varepsilon_n^* - \varepsilon_n(C) < V_n(C) - \frac{1}{\mu} ln\{exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))\}$$



## 多項ロジット（MNL; Multinomial Logit）モデル（5）

### ◘ MNLモデルの導出

$$U_n(C) = V_n(C) + \varepsilon_n(C)$$
$$U_n(B) = V_n(B) + \varepsilon_n(B)$$
$$U_n(R) = V_n(R) + \varepsilon_n(R)$$

$$\varepsilon_n(*) \sim G(0, \mu)$$
$$\Downarrow$$
$$U_n(*) \sim G(V_n(*), \mu)$$

$$\varepsilon_n^* - \varepsilon_n(C) < V_n(C) - \frac{1}{\mu} ln\{exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))\}$$

$$\varepsilon_n^* \sim G(0, \mu), \ \varepsilon_n(C) \sim G(0, \mu)$$

2より，

$\varepsilon_n^* - \varepsilon_n(C)$はスケールパラメータ$\mu$のロジスティック分布

$$P_n(C) = F_{\varepsilon_n^* - \varepsilon_n(C)}$$

$$= \frac{1}{1 + exp\left\{\mu\left(\frac{1}{\mu} ln\{exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))\} - V_n(C)\right)\right\}}$$

## 多項ロジット（MNL; Multinomial Logit）モデル（6）

- MNLモデルの導出

$$U_n(C) = V_n(C) + \varepsilon_n(C)$$
$$U_n(B) = V_n(B) + \varepsilon_n(B)$$
$$U_n(R) = V_n(R) + \varepsilon_n(R)$$

$$\varepsilon_n(*) \sim G(0, \mu)$$
$$\Downarrow$$
$$U_n(*) \sim G(V_n(*), \mu)$$

$$P_n(C) = \frac{1}{1 + exp\left\{\mu\left(\frac{1}{\mu} ln\{exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))\} - V_n(C)\right)\right\}}$$

$$= \frac{1}{1 + exp\{ln\{exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))\} - \mu V_n(C)\}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))}{exp(\mu V_n(C))}}$$

$$= \frac{exp(\mu V_n(C))}{exp(\mu V_n(C)) + exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))}$$



## 多項ロジット（MNL; Multinomial Logit）モデル（7）

- MNLモデルの導出

$$U_n(C) = V_n(C) + \varepsilon_n(C)$$
$$U_n(B) = V_n(B) + \varepsilon_n(B)$$
$$U_n(R) = V_n(R) + \varepsilon_n(R)$$

$$\varepsilon_n(*) \sim G(0, \mu)$$

$$P_n(C) = \frac{exp(\mu V_n(C))}{exp(\mu V_n(C)) + exp(\mu V_n(B)) + exp(\mu V_n(R))}$$

一般に，

$$P_n(i) = \frac{exp(\mu V_n(i))}{\sum_j exp(\mu V_n(j))}$$

シェア型モデル



## 多項ロジットモデルと多項プロビットモデル

$$U(car) = V_{car} + \varepsilon_{car}$$
$$U(bus) = V_{bus} + \varepsilon_{bus}$$
$$U(rail) = V_{rail} + \varepsilon_{bus}$$

### 多項ロジットモデル

- closed-formであるため計算が容易
- 便益計算が簡便

$$P(i) = \frac{\exp(\mu V_i)}{\sum_{j \in C} \exp(\mu V_j)}$$

### 多項プロビットモデル

- 中心極限定理より誤差項の仮定は尤もらしい
- open-formであるため計算負荷が大きい（J-1重積分）

$$P(i) = \int_{\varepsilon_1=-\infty}^{\varepsilon_i+V_i-\varepsilon_1} \cdots \int_{\varepsilon_i=-\infty}^{\infty} \cdots \int_{\varepsilon_J=-\infty}^{\varepsilon_i+V_i-\varepsilon_J} \phi(\varepsilon) d\varepsilon_J \cdots d\varepsilon_1$$

$$\phi(\varepsilon) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{J-1} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\varepsilon \Sigma^{-1} \varepsilon'\right)$$

## ミックストロジット(MMNL)モデル（1）

プロビットモデルの柔軟な誤差構造

$$U_{car} = \beta X_{car} + \eta_{car} + \nu_{car}$$
$$U_{bus} = \beta X_{bus} + \eta_{bus} + \nu_{bus}$$
$$U_{rail} = \beta X_{rail} + \eta_{rail} + \nu_{rail}$$

$\varepsilon$

ロジットモデルの操作性

プロビットタイプのフレキシブルな誤差項

IIDガンベル分布

$$\varepsilon = \overset{\eta}{\begin{bmatrix} \sigma_{car}^2 & \sigma_{car,bus} & \sigma_{car,rail} \\ \sigma_{car,bus} & \sigma_{bus}^2 & \sigma_{bus,rail} \\ \sigma_{car,rail} & \sigma_{bus,rail} & \sigma_{rail}^2 \end{bmatrix}} + \overset{\nu}{\begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}}$$

## ミックストロジット(MMNL)モデル（2）

$$
\begin{aligned}
U_{car} &= \beta X_{car} + \eta_{car} + \nu_{car} \\
U_{bus} &= \beta X_{bus} + \eta_{bus} + \nu_{bus} \\
U_{rail} &= \beta X_{rail} + \eta_{rail} + \nu_{rail}
\end{aligned}
$$

ロジットモデルの操作性

IIDガンベル分布

$$\Lambda(car|\eta) = \frac{e^{\beta X_{car}+\eta_{car}}}{e^{\beta X_{car}+\eta_{car}} + e^{\beta X_{bus}+\eta_{bus}} + e^{\beta X_{rail}+\eta_{rail}}}$$

$$P(car) = \iiint_{\eta} \Lambda(car|\eta) f(\eta) d\eta$$

ηは*unknown*

## ミックストロジット(MMNL)モデル（3）

$$P(car) = \iiint_{\eta} \Lambda(car|\eta) f(\eta) d\eta$$

open-form→どうやって推定？

**シミュレーション法**

$$\hat{P}(car) = \frac{1}{D}\sum_{d=1}^{D} \frac{e^{\beta X_{car}+\eta_{car}^d}}{e^{\beta X_{car}+\eta_{car}^d} + e^{\beta X_{bus}+\eta_{bus}^d} + e^{\beta X_{rail}+\eta_{rail}^d}}$$

Step1:　分布f(η)に従う乱数ηを発生
Step2:　それを用いて選択確率を計算
Step3:　これをD回繰り返し選択確率の平均値を計算
Step4:　それを尤度として最尤推定法により未知パラメータを推定

## ミックストロジット(MMNL)モデル（4）

**Nested**

$$
\begin{aligned}
U_{car} &= \beta X_{car} + \nu_{car} \\
U_{bus} &= \beta X_{bus} + \sigma_{transit}\eta_{transit} + \nu_{bus} \\
U_{rail} &= \beta X_{rail} + \sigma_{transit}\eta_{transit} + \nu_{rail}
\end{aligned}
$$

自動車
バス
鉄道

$$\eta_{transit} \sim N(0,1)$$

$$
\overset{\eta}{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{transit}^2 & \sigma_{transit}^2 \\ 0 & \sigma_{transit}^2 & \sigma_{transit}^2 \end{bmatrix}}
+
\overset{\nu}{\begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}}
=
\overset{\varepsilon}{\begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2+\sigma_{transit}^2 & \sigma_{transit}^2 \\ 0 & \sigma_{transit}^2 & \sigma^2+\sigma_{transit}^2 \end{bmatrix}}
$$

NLモデルとは違う!!

## ミックストロジット(MMNL)モデル（5）

**Cross-Nested**

$$
\begin{aligned}
U_{car} &= \beta X_{car} + \sigma_{road}\eta_{road} + \nu_{car} \\
U_{bus} &= \beta X_{bus} + \sigma_{transit}\eta_{transit} + \sigma_{road}\eta_{road} + \nu_{bus} \\
U_{rail} &= \beta X_{rail} + \sigma_{transit}\eta_{transit} + \nu_{rail}
\end{aligned}
$$

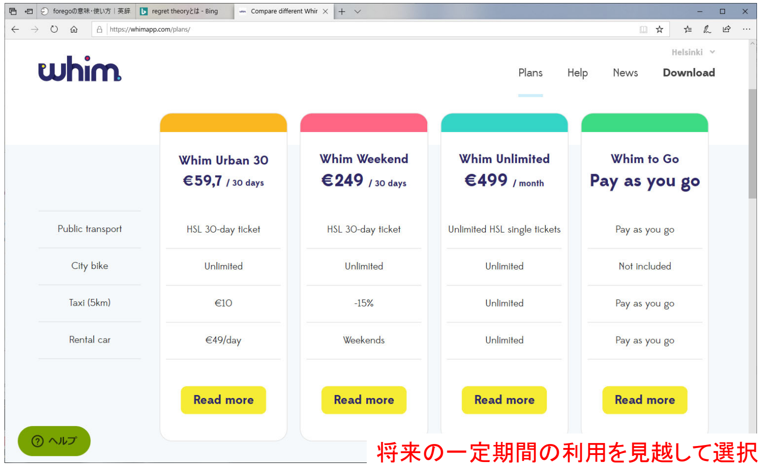
自動車
バス
鉄道

$$\eta_{transit}, \eta_{road} \sim N(0,1)$$

$$
\overset{\eta}{\begin{bmatrix} \sigma_{road}^2 & \sigma_{road}^2 & 0 \\ \sigma_{road}^2 & \sigma_{transit}^2+\sigma_{road}^2 & \sigma_{transit}^2 \\ 0 & \sigma_{transit}^2 & \sigma_{transit}^2 \end{bmatrix}}
+
\overset{\nu}{\begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}}
=
\overset{\varepsilon}{\begin{bmatrix} \sigma^2+\sigma_{road}^2 & \sigma_{road}^2 & 0 \\ \sigma_{road}^2 & \sigma^2+\sigma_{transit}^2+\sigma_{road}^2 & \sigma_{transit}^2 \\ 0 & \sigma_{transit}^2 & \sigma^2+\sigma_{transit}^2 \end{bmatrix}}
$$

CNLモデルとは違う!!

# MaaS




将来の一定期間の利用を見越して選択
対象期間や賦課方式も異なる



# 複数の将来行動を見越した選択モデル

複数の行動を見越した選択モデル

- multidimensional choiceにおけるNested Logitモデル

- 目的地・交通手段選択の例
  - 目的地選択の選択肢$d$:　$d$={$C$:中心部, $S$:郊外}
  - 手段選択の選択肢$m$:　$m$={$A$:自動車, $R$:鉄道}
- 同時選択の選択肢$dm$の効用関数

$$U_{dm} = V_d + V_m + V_{dm} + \varepsilon_d + \varepsilon_m + \varepsilon_{dm}$$

- $V_d$ :目的地選択肢$d$に固有な効用の確定項　例)店舗密度
- $V_m$ :手段選択肢$m$に固有な効用の確定項　例)自動車保有D
- $V_{dm}$ :目的地選択肢dと手段選択肢mの組み合わせで決まる効用の確定項　例)所要時間



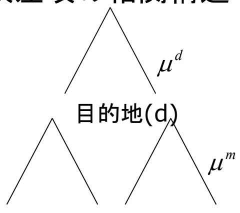
# ネスティッドロジットモデル(1)

- 同時選択の選択肢$dm$の効用関数

$$U_{dm} = V_d + V_m + V_{dm} + \varepsilon_d + \varepsilon_m + \varepsilon_{dm}$$

- 誤差項に関する仮定
  - $\varepsilon_m$ : $Var(\varepsilon_m) = 0$
  - $\varepsilon_d$ : $\max_{m\in\{A,R\}} U_{dm}$ がスケールパラメータ $\mu^d$ をもつガンベル分布
  - $\varepsilon_{dm}$ :スケールパラメータ $\mu^m$をもつIIDガンベル分布

誤差項の相関構造




- 同時選択確率

$$P(d,m) = P(m|d)P(d)$$

$$= \frac{\exp\{\mu^m(V_m + V_{dm})\}}{\sum_{m'\in\{A,R\}}\exp\{\mu^m(V_{m'} + V_{dm'})\}} \frac{\exp\{\mu^d(V_d + V'_d)\}}{\sum_{d'\in\{C,S\}}\exp\{\mu^d(V_{d'} + V'_{d'})\}}$$

$$V'_d = \frac{1}{\mu^m}\ln \sum_{m\in\{A,R\}}\exp\{\mu^m(V_m + V_{dm})\}$$



# ネスティッドロジットモデル(2)

- 周辺確率

$$P(d) = \frac{\exp\{\mu^d(V_d + V'_d)\}}{\sum_{d'\in\{C,S\}}\exp\{\mu^d(V_{d'} + V'_{d'})\}}$$

$$V'_d = \frac{1}{\mu^m}\ln \sum_{m\in\{A,R\}}\exp\{\mu^m(V_m + V_{dm})\}$$

ログサム変数:交通手段選択段階での最大効用の期待値

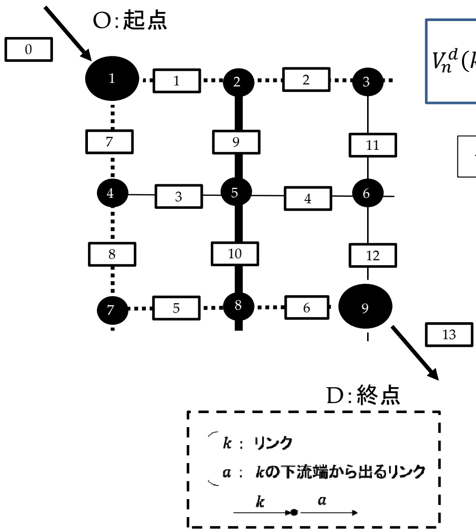
- 目的地選択における効用関数

$$U_d = V_d + \varepsilon_d + \max_{m\in\{A,R\}}(V_m + V_{dm} + \varepsilon_{dm})$$

$$= V_d + \varepsilon_d + V'_d + \varepsilon'_d$$

ただし　$\varepsilon'_d \equiv \max_{m\in\{A,R\}}(V_m + V_{dm} + \varepsilon_{dm}) - V'_d$

# 再帰的ロジット(Recursive Logit)モデル




$$V_n^d(k) = E\left[\max_{a \in A(k)} \left(v_n(a|k) + V_n^d(a) + \mu\varepsilon_n(a)\right)\right]$$

$$u_n(a|k) = v_n(a|k) + V_n^d(a) + \mu\varepsilon_n(a)$$

リンクaの即時効用　終点までの効用最大値の期待値　誤差項

<最初にリンク1を選ぶ時の効用>

$$u_n(1|0) = v(1|0) + V^d(1) + \mu\varepsilon(1)$$



# 複数の将来行動を見越した選択モデル

- 複数の行動を見越した選択モデル

  現在直面している選択に伴う効用と, 将来の選択から得られるであろう効用の最大値を考えることでモデル化が可能

- 将来の選択

  時間遅れが伴う⇒不確実性が伴う

  ⇒一般に, 効用が割り引かれる

- サービス供給者の戦略

  例)航空運賃

  不確実性を利用者が受け持つ対価として割引運賃を提供



# 時間選好理論

- 割引効用

  *未来に得られる財の効用を現在価値に変換したもの*

  - 離散型

  $$U(x,t) = \frac{U(x,0)}{(1+i)^t}$$

  - 連続型

  $$U(x,t) = U(x,0)e^{-it}$$

時間選好率一定モデル

$U(x,t)$ :現在から$t$後に得られる$x$の割引き効用

$i$ :時間選好率(割引率)



# 時間軸の考慮

- 夜更かし:0時から1時まで効用60

$$DU = \int_0^1 \frac{60}{1+t} dt = 42$$

- 就寝:9時から17時まで効用60

$$DU = \int_9^{17} \frac{60}{1+t} dt = 35$$

## 繰り返し選択行動

10日間を見越すと. . .

- 夜更かし：0時から1時まで効用60

$$DU = \int_0^1 \frac{60}{1+t}dt + \int_{24}^{25} \frac{60}{1+t}dt + \cdots = 48$$

- 就寝：9時から17時まで効用60

$$DU = \int_9^{17} \frac{60}{1+t}dt + \int_{33}^{41} \frac{60}{1+t}dt + \cdots = 79$$

- 最初の1日だけ夜更かし

$$DU = \int_0^1 \frac{60}{1+t}dt + \int_{33}^{41} \frac{60}{1+t}dt + \cdots = 86$$

**明日から寝よう寝ようとは思うものの**
**常に夜更かしをしてしまう．．．．**



## おわりに

- 一般に，あらゆる選択が将来行動を見越した選択
  - 居住地選択，自動車保有，活動選択，etc.
- 人間は近視眼的（myopic）であるため目先の利得を重視してしまい，長期的にみて不合理な選択をしてしまう
- 時間選好を考慮した交通行動モデルも存在
  - 活動スケジューリング（張ら，2004）
  - 料金プランの選択（倉内ら，2011）
  - 経路選択（大山・羽藤，2017）
- MaaSにおいて供給者便益を最大とするようなプランの提示ではなく，長期的な社会的便益が最大となるような（利用者の不合理な選択を回避できるような）プランの提示が重要