

Yang, H., Wong, S.C., A network model of urban taxi services, Transportation Research Part B, vol.32, pp.235-246, 1998.

生活研M2
齊藤いつみ

0. 目次

1.はじめに

2.モデル

2.1. 基本的な仮定

2.2. タクシーサービスの時間制約

2.3. タクシードライバーの振る舞い

2.4. 最小タクシー台数

3. 解法アルゴリズム

4. システム性能基準

4.1. 空タクシーの間隔

4.2. 平均タクシー待ち時間

5. 数値計算例

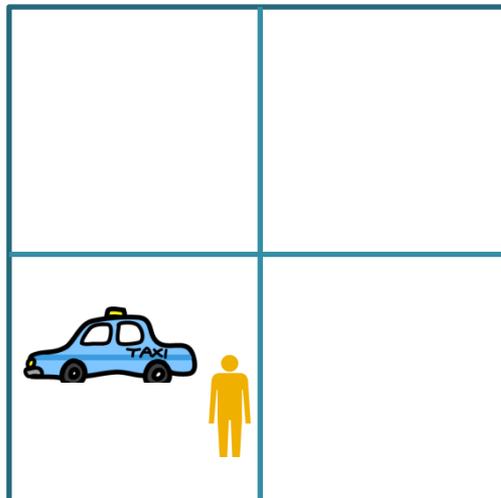
6. 結論

1. はじめに

- タクシーの規制に関して、「料金」と「参入」の大きく2つのトピックがある。
- 従来の研究では、集計的な需要・供給モデルの枠組みで検討されてきた。
 - 1) 客の待ち時間は、全体のタクシーの空き時間に依存する
 - 2) タクシーの期待需要は、客の期待待ち時間と料金に依存する
 - 3) タクシーのオペレーション費用は時間当たりで一定とする
- タクシーの需要・供給均衡は古典的な経済の枠組みよりも複雑→空間的条件が存在するため

2. 1 モデルの基本的な仮定

- 時間内あたりタクシー需要は固定と考える（需要弾力性は考慮しない）
- タクシーは以下の行動をとることで探索コストを最小化しようとする仮定する。
 - 1) 客を乗せたら最短経路で目的ゾーンまで移動する。
 - 2) タクシーは、客を降ろしたら同じゾーンにとどまるか別のゾーンに移動する



2. 2 タクシーサービスの時間制約

- 単位時間（1h）あたりの需要が定常な状態におけるオペレーションを考える

総乗車時間

(Total occupied time)

$$\text{TOT} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \underline{T_{ij}^o} \underline{h_{ij}} \quad T_{ij}^o = D_{ij}$$

客を乗せたタクシーの動き (vehicle/h)

ゾーン*i*から*j*への最短旅行時間

総空車時間

(Total unoccupied time)

探索移動時間 + 待ち時間

$$\text{TUT} = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \underline{T_{ji}^v} \{ \underline{h_{ji}} + \underline{w_i} \}$$

空タクシーの動き (vehicle/h)

ゾーン*i*(目的地)での待ち時間

総乗車時間と総空車時間の和は、総サービス時間に等しいので

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ij}^o h_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^v \{ h_{ji} + w_i \} = N$$

総タクシー台数

2. 3 タクシードライバーの振る舞い

- 客を運び終えたタクシードライバーは、同じゾーンにとどまるか他のゾーンに移動するか選択することができる。
- ドライバーは次の客を見つける費用を最小化しようとする。
- 各ゾーンでの探索費用と、客の到着率はランダム（ガンベル分布とする）

このとき、ゾーン*j*で客を運び終えたタクシードライバーが最終的にゾーン*i*で次の客と出会う確率は以下の式であらわされる。

$$P_{ij} = \frac{\exp \{-\theta(h_{ji} + w_i)\}}{\sum_{m \in I} \exp \{-\theta(h_{jm} + w_m)\}}, \text{ for any } i \in I, j \in J$$

θ はマーケットにおいてタクシードライバーが認知する客の需要やタクシーサービスの不確実性の程度を表す

2. 3 タクシードライバーの振る舞い

- 定常状態においては、空車タクシーの動きは全てのエリアの需要と一致する必要がある

$$\sum_{j \in J} D_j P_{ijj} = O_i, \quad i \in I$$

ここで、先ほどの式にもとって

$$P_{ijj} = \frac{\exp \{-\theta(h_{ji} + w_i)\}}{\sum_{m \in I} \exp \{-\theta(h_{jm} + w_m)\}}, \quad \text{for any } i \in I, j \in J$$

上記の2式で、**外生変数は、** O_i, D_i, h_{ij}

内生変数は、 w_i

よって、 w_i がきまれば $P_{i/j}$ は一意に決まる

2. 4 最小タクシー台数

- 需要パターンが与えられた時, タクシーの総台数はタクシーのサービスレベル (利用可能性, 客の待ち時間) に大きく影響する
- タクシー台数が多ければタクシー利用可能性は上昇するが, 効率性は減少する. 特に, 台数が小さすぎると均衡解が存在しなくなる.



定常均衡状態が存在するための最小台数を求める

定常状態におけるタクシー台数と動きの関係式は先ほどの式で

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ij}^o h_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^v \{h_{ji} + w_i\} = N$$

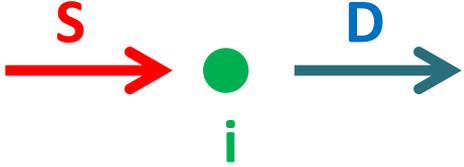
よって, 上式の左辺を w_i に関して最小化すればよい.

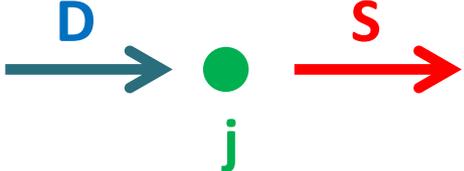
2. 4 最小タクシー台数

最小台数条件下では $w_i=0$ となるので、結局以下の式を解けばよい。

$$\text{minimize } F(T_{ji}^v) = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^v h_{ji}$$

制約条件 : 定常状態においては、以下の式が成り立つ

供給に関する等式 $\sum_{j \in J} T_{ji}^v = \sum_{j \in J} D_{ij}$ 

需要に関する等式 $\sum_{i \in I} T_{ji}^v = \sum_{i \in I} D_{ij}$ 

以上から、最小台数は以下の式であらわされる

$$N_{\min} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} D_{ij} h_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^{v*} h_{ji}$$

3. 解法アルゴリズム

タクシーの行動モデルを需要供給の均衡式に代入すると、ゾーン集合Iに含まれる任意の出発ゾーンzに対して以下の式が成り立つ

$$\exp(-\theta w_i) \cdot \sum_{j \in J} \frac{D_j \exp\{-\theta h_{ji}\}}{\sum_{m \in I} \exp\{-\theta(h_{jm} + w_m)\}} = O_i, \quad i \in I$$

両辺対数をとって、目的地iにおける期待待ち時間は

$$w_i = -\frac{1}{\theta} \ln O_i + \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \sum_{j \in J} \left(\frac{D_j \exp(-\theta h_{ji})}{\sum_{m \in I} \exp\{-\theta(h_{jm} + w_m)\}} \right) \right\}, \quad i \in \{I - z\}$$

このとき、任意の出発地zにおける待ち時間は以下のようになる

$$w_z = \frac{N - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (T_{ij}^o h_{ij} + T_{ji}^v h_{ji}) - \sum_{i \in \{I - z\}} \sum_{j \in J} T_{ji}^v w_i}{\sum_{j \in J} T_{jz}^v}$$

3. 解法アルゴリズム

Step 0. w_i の初期値をセットする

Step 1. 空タクシーの移動を以下の式で計算する

$$T_{ji}^{v(k)} = D_j P_{ij}^{(k)} = D_j \frac{\exp\{-\theta(h_{ji} + w_i^{(k)})\}}{\sum_{m \in I} \exp\{-\theta(h_{jm} + w_m^{(k)})\}}, \quad i \in I, j \in J$$

Step 2. タクシーの待ち時間 w_i を更新する

$$w_z^{(k+1)} = \frac{N - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (T_{ij}^o h_{ij} + T_{ji}^{v(k)} h_{ji}) - \sum_{i \in \{I-z\}} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(k)} w_i^{(k)}}{\sum_{j \in J} T_{jz}^{v(k)}}$$

$$w_i^{(k+1)} = -\frac{1}{\theta} \ln O_i + \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \sum_{j \in J} \left(\frac{D_j \exp(-\theta h_{ji})}{\sum_{m \in I} \exp\{-\theta(h_{jm} + w_m^{(k)})\}} \right) \right\}, \quad i \in \{I-z\}$$

Step 3. $|w_i^{(k+1)} - w_i^{(k)}| \leq \varepsilon$ なら終了, それ以外はstep1 \wedge (k=k+1)

4. システム性能基準

- 前章までの手順で、OD需要とタクシー台数が与えられれば、均衡解に基づいてシステム効率性を計算することができる。
- 本論文では、以下に示す3つの指標を提案している
 - 1)空車タクシーの間隔
 - 2)平均タクシー待ち時間
 - 3)平均タクシー利用率
- 以降、3つの指標について説明する。

4. 1 空車タクシーの間隔

- タクシーの利用可能性に最も近いのは、全ての道路の平均空車タクシー間隔である。以下の式であらわされる。

$$\bar{H}^{vt} = \frac{\sum_{a \in A} H_a^{vt}}{|A|}$$

$|A|$: ネットワーク内のリンク数

\bar{H}^{vt} は、需要のODパターンに依存している

4. 2 タクシー待ち時間と利用特性

- タクシーの待ち時間や客を探す時間は、出発ゾーンによって大きく異なっているため、重みづけ平均待ち時間を採用。

$$\bar{W}_t = \frac{\sum_{i \in I} O_i w_i}{\sum_{i \in I} O_i}$$

- 全サービス時間に占めるタクシー利用時間を利用の指標とする。

$$\bar{U}_t = \frac{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} D_{ij} h_{ij}}{N}$$

5. 数値計算例（ネットワーク条件）

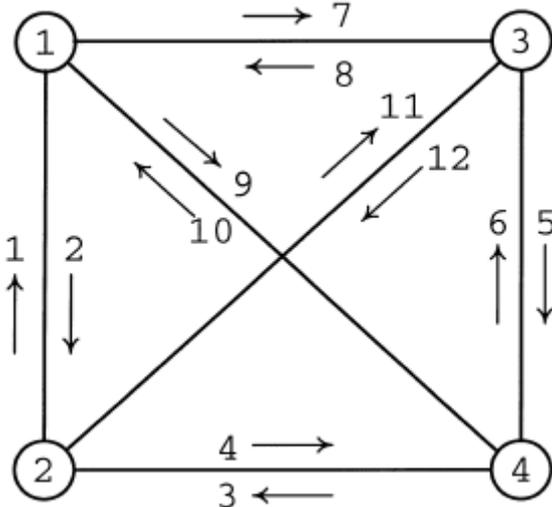


表1.OD需要パターンの設定

| | 1 | 2 | 3 | 4 | O_i |
|-------|----|----|----|----|-------|
| 1 | 0 | 50 | 20 | 20 | 90 |
| 2 | 40 | 0 | 15 | 25 | 80 |
| 3 | 20 | 10 | 0 | 50 | 80 |
| 4 | 10 | 20 | 30 | 0 | 60 |
| D_j | 70 | 80 | 65 | 95 | 310 |

図1.サンプルネットワーク

表2:リンク所要時間の設定

| Link no. | Start | End | Travel time (h) |
|----------|-------|-----|-----------------|
| 1 | 2 | 1 | 0.25 |
| 2 | 1 | 2 | 0.25 |
| 3 | 4 | 2 | 0.20 |
| 4 | 2 | 4 | 0.20 |
| 5 | 3 | 4 | 0.25 |
| 6 | 4 | 3 | 0.25 |
| 7 | 1 | 3 | 0.30 |
| 8 | 3 | 1 | 0.30 |
| 9 | 1 | 4 | 0.35 |
| 10 | 4 | 1 | 0.35 |
| 11 | 2 | 3 | 0.30 |
| 12 | 3 | 2 | 0.30 |

5. 不動点アルゴリズムでの計算例

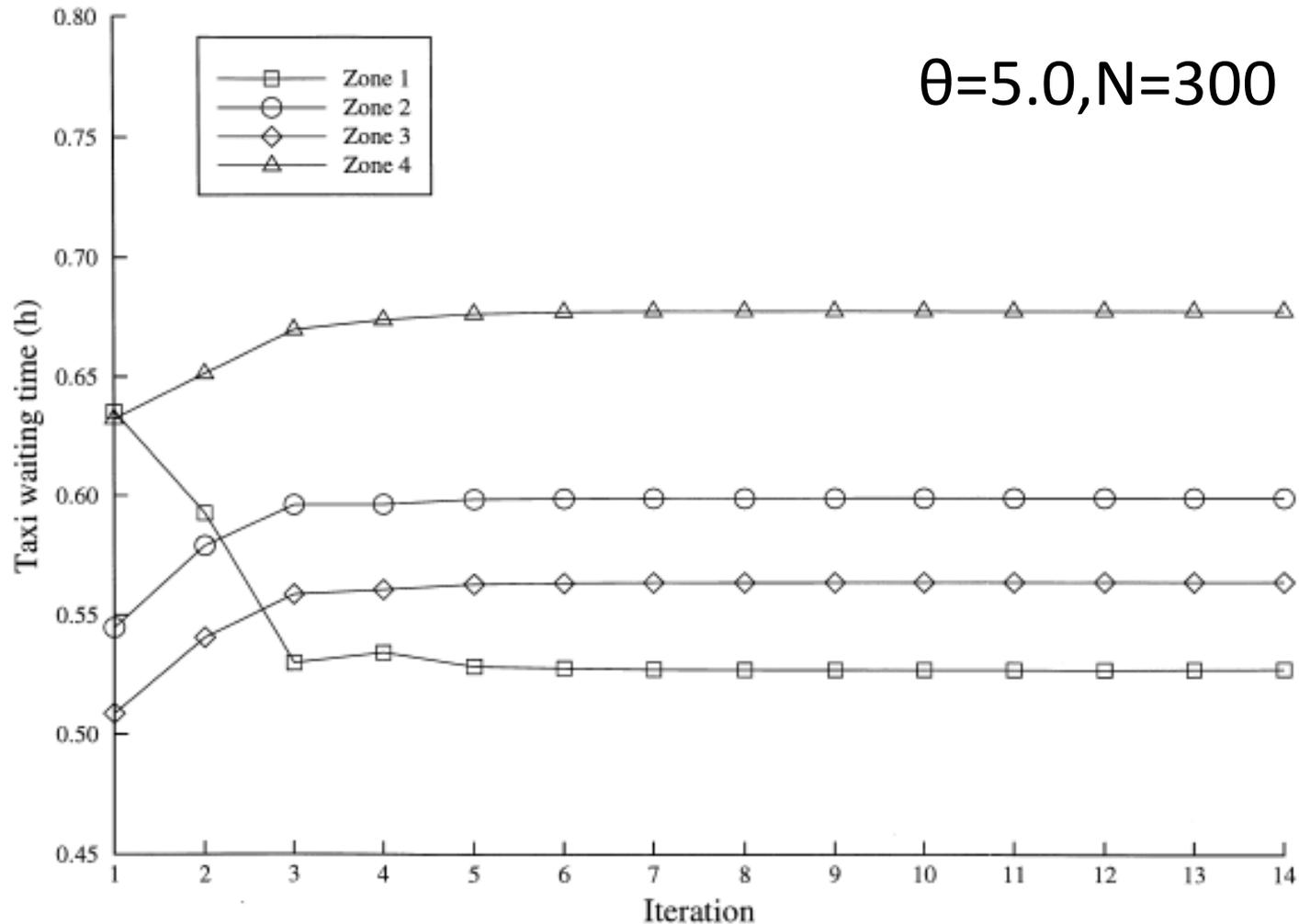


Fig. 2. Convergence of the fixed-point algorithm in terms of the changes of taxi waiting time with respect to iteration numbers for $\theta=5.0, N=300$.

5. 最小タクシー台数と不確実性パラメータ

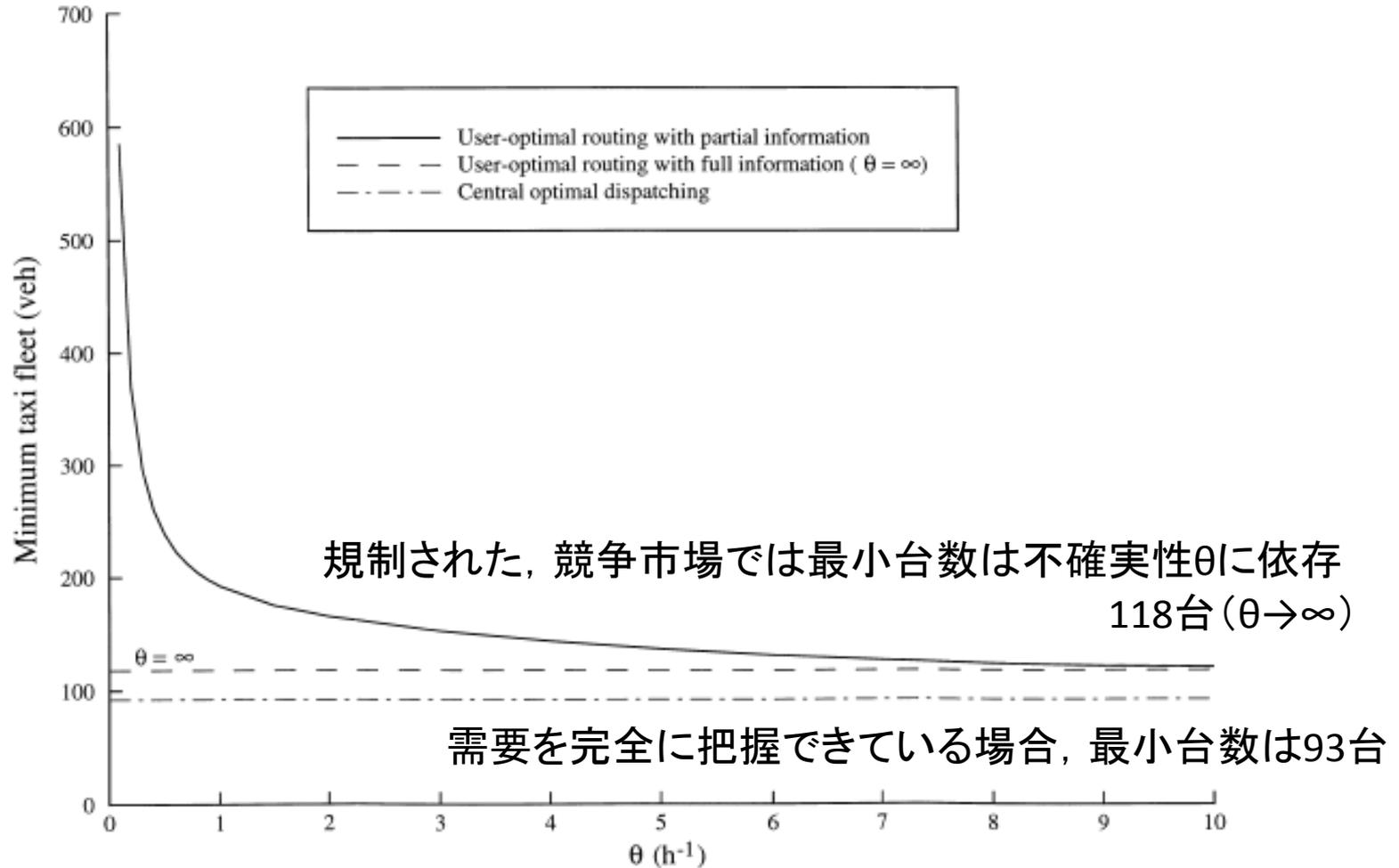


Fig. 3. Minimum taxi fleet size vs uncertainty parameter.

5. タクシー台数と空車時間

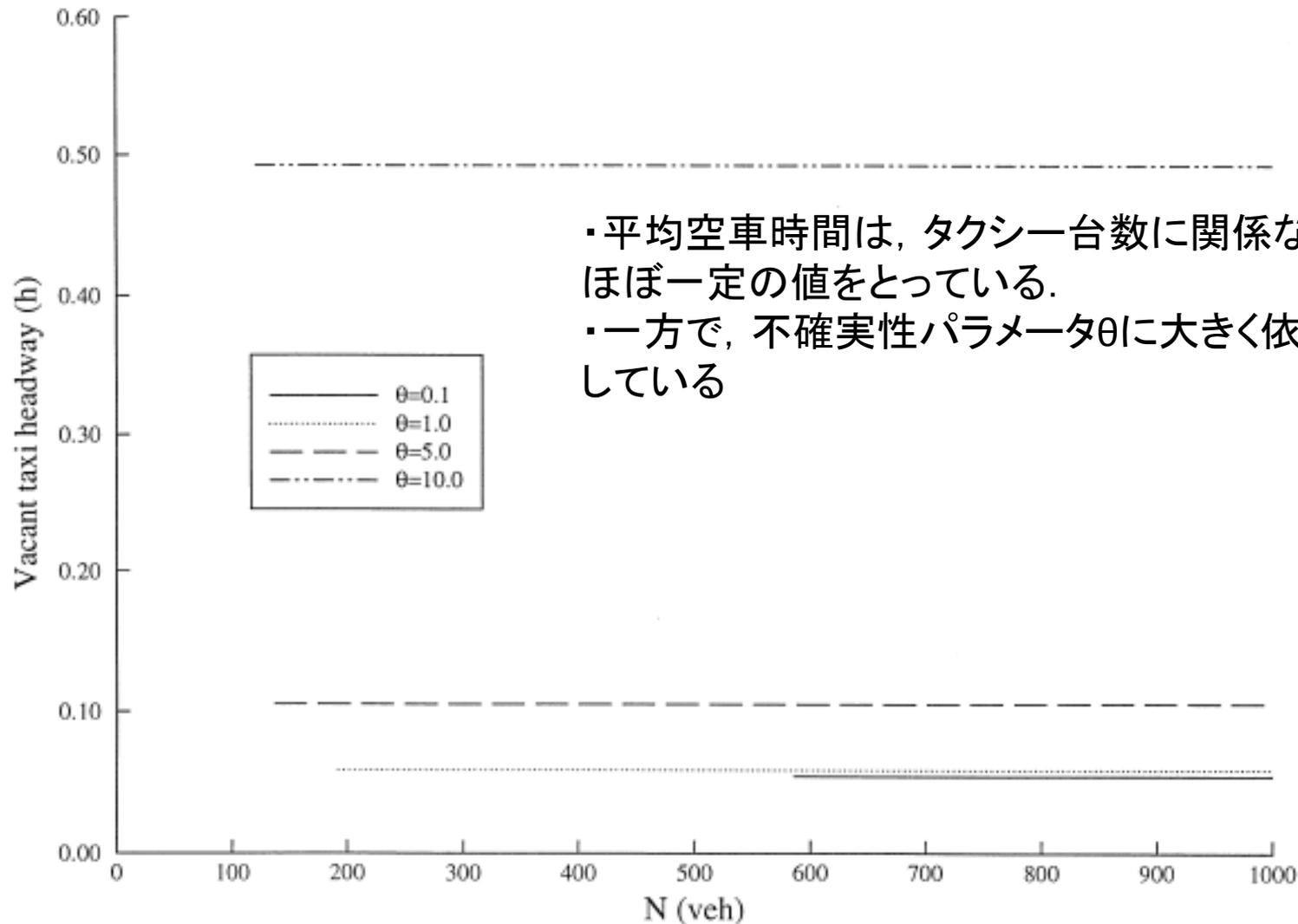


Fig. 4. Average vacant taxi headway vs taxi fleet size with varied values of uncertainty parameter.

5. タクシーの平均待ち時間と台数の関係

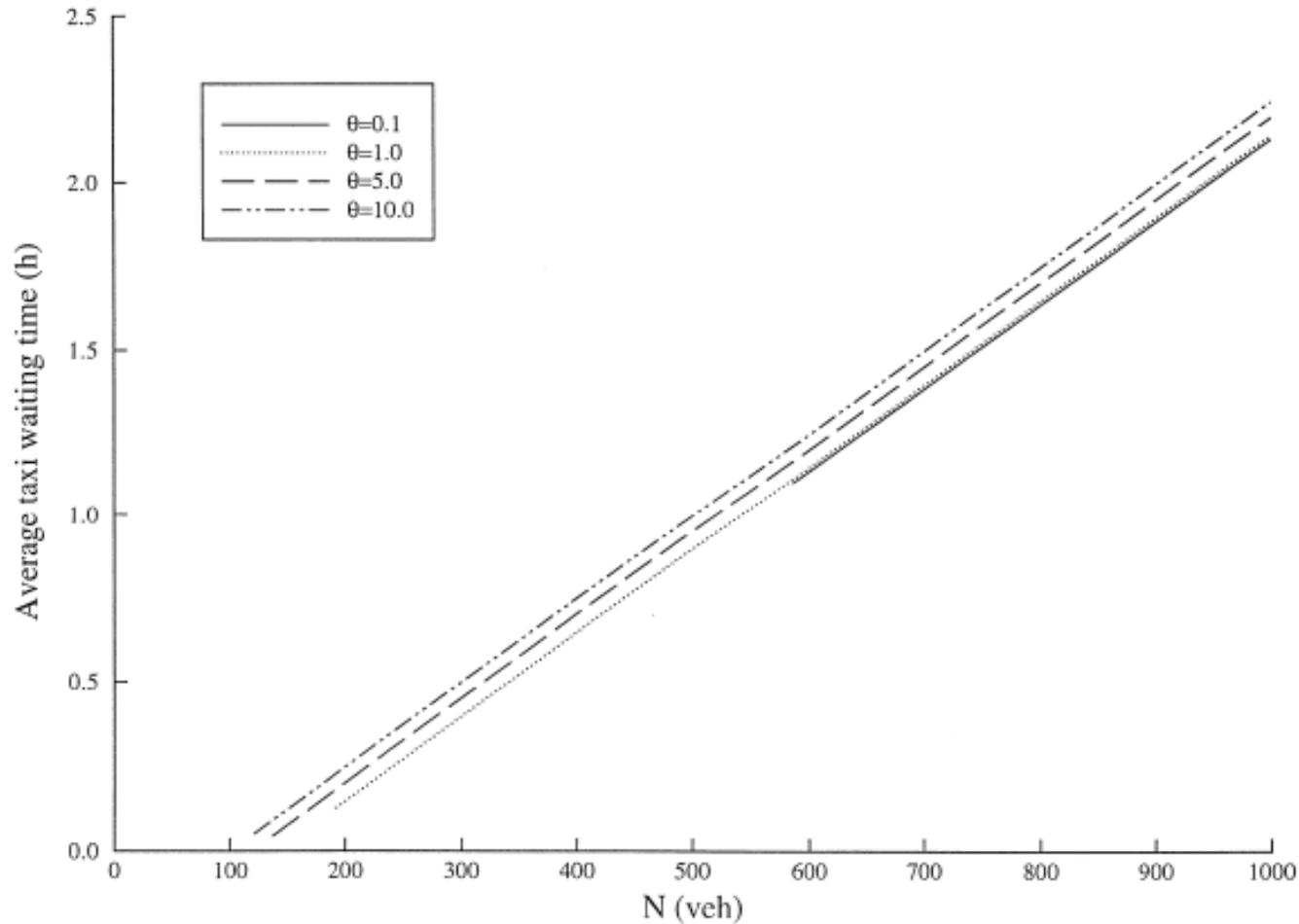


Fig. 5. Average taxi waiting time vs taxi fleet size with varied values of uncertainty parameter.

5. タクシーの総待ち時間と不確実性パラメータ

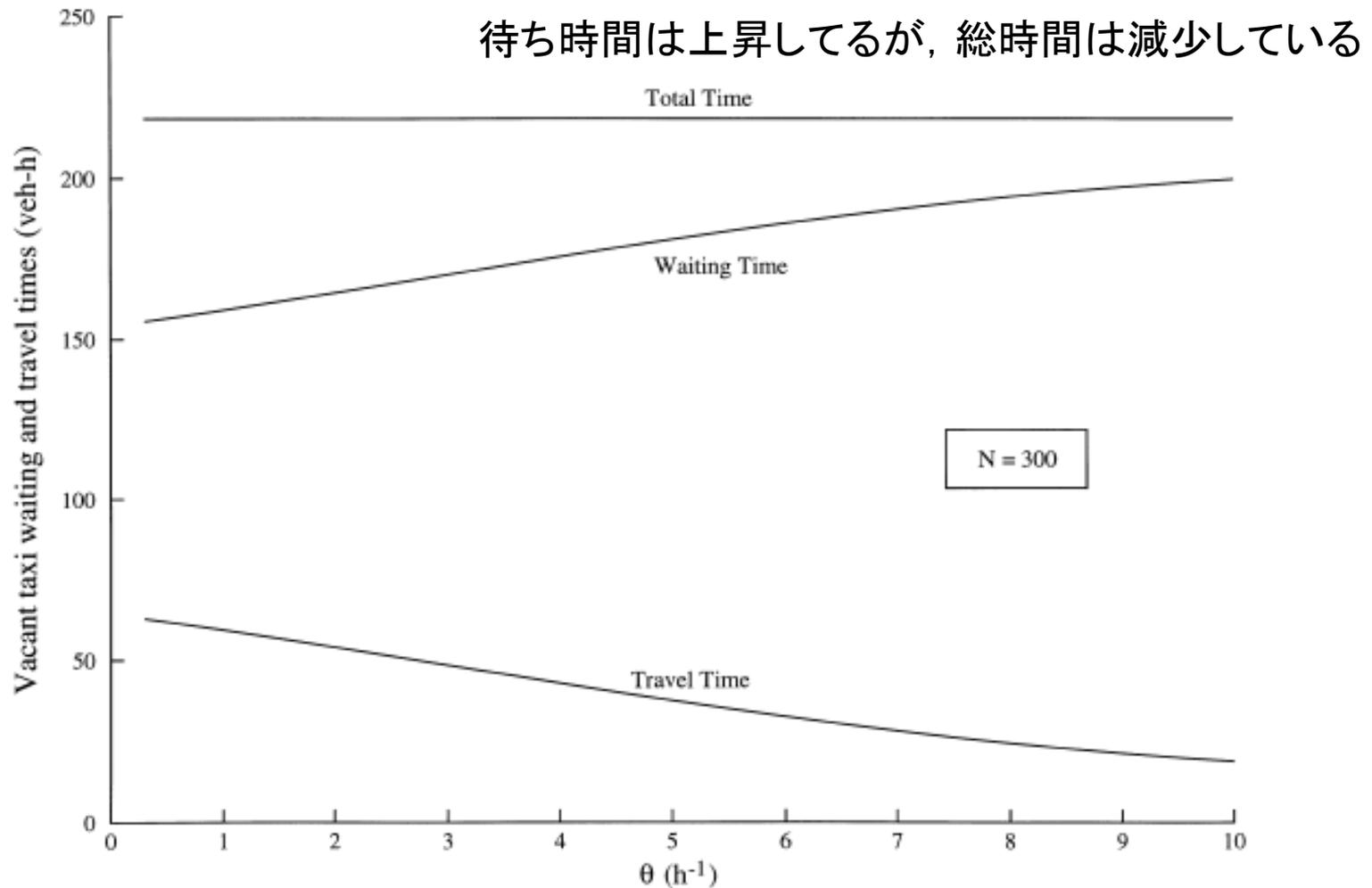
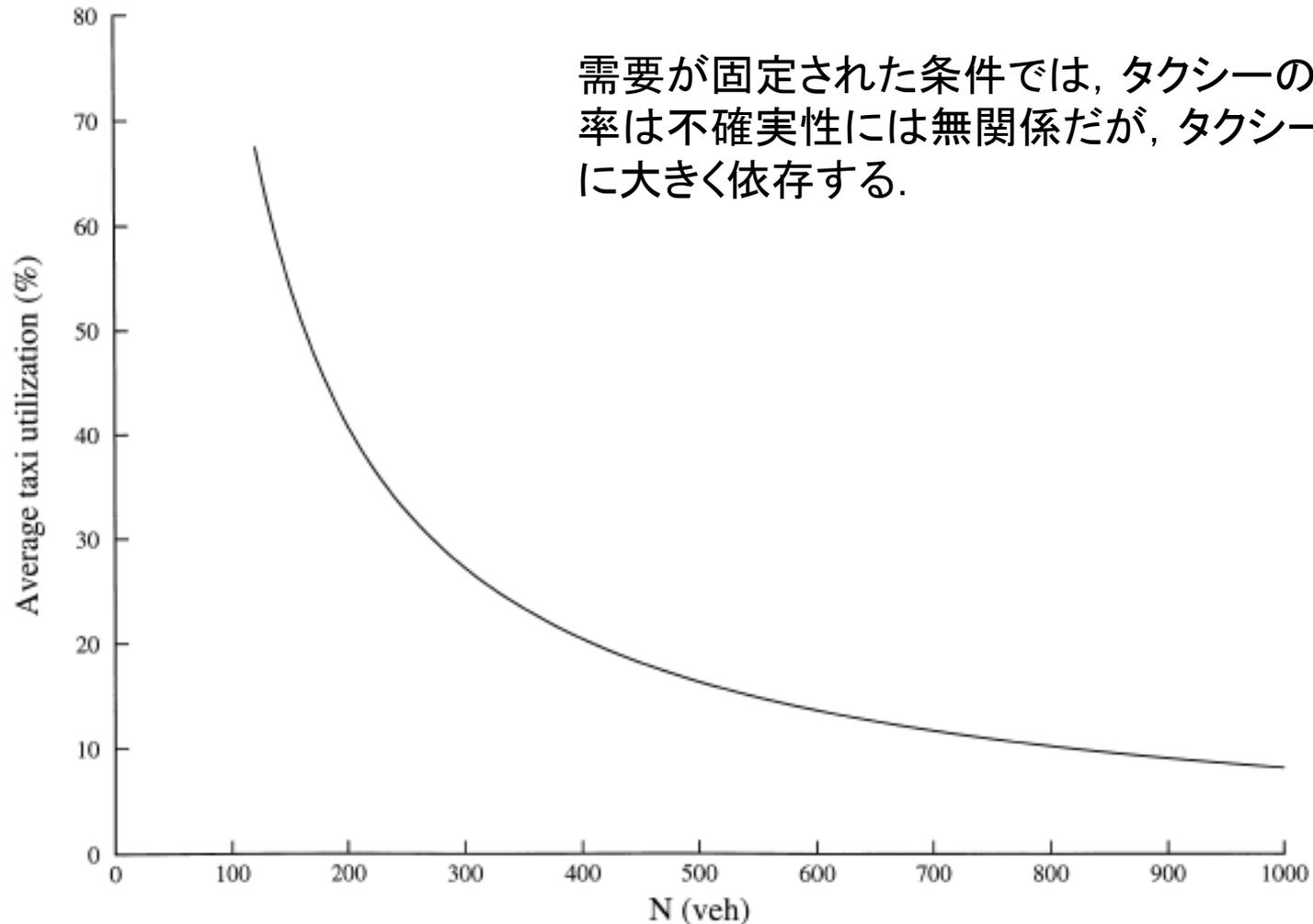


Fig. 6. Total taxi waiting time and running time vs the value of uncertainty parameter.

5. 平均タクシー利用とタクシー台数



需要が固定された条件では, タクシーの利用率は不確実性には無関係だが, タクシーの台数に大きく依存する.

Fig. 7. Average taxi utilization vs taxi fleet size.

6. 結論

- OD需要が固定の場合のタクシーオペレーションのネットワークモデルを示した.
- 需要固定の下では, タクシーの台数と情報の利用可能性が2つの重要な政策変数となる.
- 政策評価にもつながるような数値計算を示した
→ タクシーの台数調整のような問題
- 今後は道路の混雑を入れた定式化や, 競争下における需要・供給均衡モデルの構築を行う.