

---

Manski, C.F.

# Identification of Endogenous Social Effects: The Reflection Problem

Review of Economic Studies, Vol.60, pp.531–542, 1993.

---



2013/6/14(FRI)

IKEDA

出所: 著者HP

# Outline

---

1. Introduction
2. A Linear Model
3. Non-Linear Endogenous-Effects Models
4. Dynamic Models
5. Demand Analysis
6. Conclusion

# 0. Basic Terms

---

## ■ 社会的相互作用 (social interactions)

個人の態度・行動が他者から影響を受ける現象

-社会的相互作用の影響が強い行動の場合:

ミクロな個人行動の単純な総和をとることによってマクロな集団現象を表現するという行為は不適切な場合が多い(集計・合成の誤謬)

# 0. Basic Terms

## ■ 社会的相互作用をモデル化する2つのアプローチ

### -ローカル・インタラクション・モデル

相互作用が及ぶ相手を少人数に特定した上で、個人同士の相互作用を分析するアプローチ(ex. 社会ネットワーク分析)

→ **特定個人間における社会的相互作用**

### -グローバル・インタラクション・モデル

個人が属する準拠集団の全構成員から平均的に影響を受けると仮定するアプローチ

→ **準拠集団の不特定多数の構成員から受ける社会的相互作用**

※準拠集団(reference groups): 個人の態度・行動に強い影響を与える社会的集団(ex. 学校, 地域)

本論文の対象

# 1. Introduction

---

## ■ 社会的相互作用に関するさまざまな考え方・捉え方

→パラメータ(効果・影響)の識別性の問題(identification problem)

Ex.) ある地域における犯罪発生率の高さ

-地域の犯罪発生率が高い場合, 個人同士は集計量を介して正の相互作用を及ぼし合うため, 地域の犯罪発生率が高まる(凝集現象)

→ただし, 凝集現象=社会的相互作用の存在 と決め付けることはできない

※地域の犯罪発生率が高いのは犯罪組織が存在しているからかもしれない

-社会的相互作用の識別性問題:このような観測されない集団変数による見かけ上の相互作用と, 真の相互作用をどう区別できるのかを考える

■ 準拠集団の平均的な行動がその構成員の行動に影響を及ぼすかどうかを識別する問題(reflection problem)

## 2. A Linear Model

### ■ 同じ集団内での個人の行動原理を類型化(仮説)

Ex. 高校生の学校成績

#### 内生効果[endogenous effects]

個人の行動傾向が集団全体の(平均的な)行動結果に依存して決定

内生効果: 個人の成績がその学生が属する準拠集団の平均的な成績水準に依存する

#### 社会的相互作用

#### 外生効果[exogenous(contextual) effects]

個人の行動傾向が集団全体の(平均的な)個人属性に依存して決定

外生効果: 個人の成績が準拠集団の構成員の社会経済属性に依存する

#### 相関効果[correlated effects]

同じ準拠集団に属している個人が同じ行動をとる理由が、互いに似た個人属性を持っているため、または同様の社会的環境にあるためである場合

相関効果: 同じ学校に通う学生たちが似た成績をとる理由が家庭環境が似ていることや、同じ先生に教わっていることに起因している

## 2. A Linear Model

---

### ■ 社会的相互作用の相乗効果(social multiplier)

Ex. 一部の学生のみを対象とした補習授業

-個人の成績が学校全体(準拠集団)の平均的な成績に依存する場合補習授業は

1:対象学生の成績が伸びる(直接的な効果)

2:彼らの成績向上の影響を受け,他学生の成績も伸びる(間接的な効果)

### ■ 内生効果に特有な相乗効果

※外生効果,相乗効果にはこのような相乗効果はない

## 2.1 Model Specification

### ■ 基本的な社会的相互作用モデルの定式化

-母集団の各個人の特徴: 変数ベクトル( $y, x, z, u$ )

$y$ : 個人の行動を示すスカラー変数

$x$ : 個人の属する準拠集団の属性を表す変数

$z, u$ : 行動 $y$ に影響する個人属性

※分析者は、母集団からランダムに抽出された( $y, x, z$ )のセットを観測できる

-これらの変数間に以下の関係が成り立つと仮定する

$$y = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \eta z + u \quad (1)$$

個人の行動                      準拠集団の                      準拠集団の                      個人属性  
平均的な行動                      平均的な特性

$$E(u|x, z) = \delta x \quad (2)$$

※同一の準拠集団に属し、類似した特性をもつ個人の行動は似通うことを示している

$(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta)$ : 未知パラメータベクトル



## 2.1 Model Specification

$$y = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \eta z + u \quad (1)$$

$$E(u|x, z) = \delta x \quad (2)$$

$y$ : 個人の行動  
 $x$ : 準拠集団の属性  
 $z$ : 個人属性

ここで,  $(x, z)$ に関する $y$ の条件付期待値を求める

$$E(y|x, z) = \alpha + \underbrace{\beta E(y|x)}_{\text{内生効果}} + \underbrace{\gamma E(z|x)}_{\text{外生効果}} + \underbrace{\delta x}_{\text{相関効果}} + \eta z \quad (3)$$

$-\beta \neq 0$ の場合: 内生効果が存在する

※個人の行動 $y$ は属性 $x$ をもつ準拠集団の構成員の平均的な行動 $E(y|x)$ に依存する

$-\gamma \neq 0$ の場合: 外生効果が存在する

※個人の行動 $y$ は準拠集団の構成員の平均的な個人属性 $E(z|x)$ に依存する

$-\delta \neq 0$ の場合: 相関効果が存在する

※属性 $x$ をもつ準拠集団内の個人が似た行動をとる傾向にある理由が, 同様の非観測個人属性 $u$ をもつから, あるいは同じ社会的環境に置かれているからである

## 2.2 Identification of the parameters

$$E(y|x, z) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta z \quad (3)$$

$y$ : 個人の行動  
 $x$ : 準拠集団の属性  
 $z$ : 個人属性

■ 2つの社会的相互作用(内生効果・外生効果)は互いに識別可能か

$E(y|x, z)$ ,  $E(y|x)$ ,  $E(z|x)$ が推定可能という前提のもと, 式(3)の $z$ に関する期待値計算を行う

$$E(y|x) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta E(z|x) \quad (4)$$

$-\beta \neq 1$ を仮定する

$$E(y|x) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\gamma+\eta}{1-\beta} E(z|x) + \frac{\delta}{1-\beta} x \quad (5)$$

## 2.2 Identification of the parameters

$$E(y|x, z) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta z \quad (3)$$

$$E(y|x) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta E(z|x) \quad (4)$$

$$E(y|x) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\gamma+\eta}{1-\beta} E(z|x) + \frac{\delta}{1-\beta} x \quad (5)$$

$y$ : 個人の行動

$x$ : 準拠集団の属性

$z$ : 個人属性

-式(5)を式(3)に代入する

$$E(y|x, z) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\gamma+\beta\eta}{1-\beta} E(z|x) + \frac{\delta}{1-\beta} x + \eta z \quad (6)$$

-(1,  $E(z|x)$ ,  $x$ ,  $z$ )がそれぞれ独立な変数であれば, パラメータを識別できる

■ モデルの推定結果として求まるのは合成されたパラメータであるため, 内生・外生・相関効果のパラメータ( $\beta, \gamma, \delta$ )は識別されない

→内生効果をほかの効果から分離できない

※ $\frac{\gamma+\beta\eta}{1-\beta} \neq 0$ の場合,  $\gamma \neq 0$ または $\beta\eta \neq 0$ であるため, 何かしらの社会的相

互作用(内生効果または外生効果)の存在を確認できる

## 2.2 Identification of the parameters

$$E(y|x, z) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta z \quad (3)$$

$$E(y|x, z) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\gamma+\beta\eta}{1-\beta} E(z|x) + \frac{\delta}{1-\beta} x + \eta z \quad (6)$$

$y$ : 個人の行動

$x$ : 準拠集団の属性

$z$ : 個人属性

-  $E(z|x)$  が  $(1, x, z)$  の線形和で表される場合, 社会的相互作用を識別できない

- 具体的には, 次の条件のいずれかが満たされる場合, 社会的相互作用パラメータ  $\frac{\gamma+\beta\eta}{1-\beta}$  は識別されない

A:  $z = z(x)$

B:  $E(z|x) = E(z)$

C:  $E(z|x) = \varphi x$

- つまり, 社会的相互作用の影響を識別できるためには,  $z$  が  $x$  についてどのように変化するかが重要

※この場合は,  $E(z|x)$  が  $x$  について非線形に変化し,  $Var(z|x) > 0$  のとき

## 2.3 A pure endogenous-effects model

$$E(y|x, z) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta z \quad (3)$$

$$E(y|x, z) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\gamma+\beta\eta}{1-\beta} E(z|x) + \frac{\delta}{1-\beta} x + \eta z \quad (6)$$

$y$ : 個人の行動

$x$ : 準拠集団の属性

$z$ : 個人属性

-このようなパラメータ識別上の問題から、実際には  $\gamma = \delta = 0$  と仮定することにより外生効果と相関効果の影響を排除したモデルを構築することが多い

$$E(y|x, z) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta\eta}{1-\beta} E(z|x) + \eta z \quad (7)$$

-(1,  $E(z|x)$ ,  $z$ )がそれぞれ一次独立であれば、パラメータを識別できる

- $\eta = 0$ または $E(z|x)$ が(1,  $z$ )の線形和で表される場合、内生効果パラメータ $\beta$ は識別できない

A:  $z = z(x)$

B:  $E(z|x) = E(z)$

D:  $E(z|x) = \varphi x$  and  $x = \psi z$

## 2.4 Tautological models

$$E(y|x, z) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta z \quad (3)$$

$$E(y|x, z) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\gamma+\beta\eta}{1-\beta} E(z|x) + \frac{\delta}{1-\beta} x + \eta z \quad (6)$$

$y$ : 個人の行動

$x$ : 準拠集団の属性

$z$ : 個人属性

- $z = z(x)$ だと仮定すると,

$$E(y|x, z(x)) = E(y|x)$$

であるため, 式(3)は $\beta = 1$ ,  $\alpha = \gamma = \delta = \eta = 0$ のとき成立する

-つまり, 個人の行動は常に準拠集団の平均的な行動が反映される

- $x = x(z)$  と仮定した場合でも同様の結論が導かれる

→  $(x, z)$ は独立でないモデルのパラメータを推定することはできない

## 2.5 Identifying reference groups

$$E(y|x, z) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta z \quad (3)$$

$$E(y|x, z) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\gamma+\beta\eta}{1-\beta} E(z|x) + \frac{\delta}{1-\beta} x + \eta z \quad (6)$$

$y$ : 個人の行動

$x$ : 準拠集団の属性

$z$ : 個人属性

### ■ ここまでのモデル化における前提:

1: 準拠集団の構成が既知

2: 個人が準拠集団の平均的な行動・属性を正しく認識

→この前提が成立している場合は現実的には少ない

-実際には分析者がある準拠集団を設定し、個人が $E(y|x)$ と $E(z|x)$ から影響を受けると仮定する

## 2.6 Sample inference

- 内生効果の影響をあるサンプルを用いて分析する

$$y_i = \beta W_{iN} Y + \eta z_i + u_i, i = 1, \dots, N \quad (8)$$

$$Y : Y = (y_i, i = 1, \dots, N)$$

$W_{iN}$ : 重み付けベクトル ( $W_{iN}$  の各値は非負で総和が1)

-各個人の行動は、サンプル内のほかの個人の行動の加重平均に依存する

-このモデルは「サンプル内 (≠母集団)」に内生効果が存在することを仮定している

→小規模集団 (ex. 友達, 家庭) の相互作用の分析には適しているが、サンプルがランダムに抽出される大規模集団 の場合 (ex. 地域) は適用できない

-大規模集団内の社会的相互作用モデルを分析するには、内生効果の影響のみを仮定した pure endogenous effect model ( $\gamma = \delta = 0$ ) を二段階に推定する

first stage:  $(y, x)$  のデータを用いて  $E(y|x)$  を推定する

.....  $(y, x)$  を用いて、最小二乗法を適用し、 $(\beta, \eta)$  を推定する



### 3. Non-Linear Endogenous-Effects Models

$$E(y|x, z) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta z \quad (3)$$

$$E(y|x, z) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\gamma+\beta\eta}{1-\beta} E(z|x) + \frac{\delta}{1-\beta} x + \eta z \quad (6)$$

y: 個人の行動

x: 準拠集団の属性

z: 個人属性

-内生効果の影響のみを仮定したpure endogenous effect model

■ Binary response models: 非線形な内生効果モデルで最も一般的

$$P(y = 1|x, z) = H[\alpha + \beta P(y = 1|x) + \eta z] \quad (9)$$

y: 二項変数

H(x): 単調に増加する分布関数

※ H(x)がロジスティック分布のとき, 社会相互作用を組み込んだロジットモデルとなる

-線形モデルは単一の社会的均衡解しか持ち得ないため, パラメータの識別が困難

→非線形の関数を用いた内生効果モデルにおけるパラメータの識別可能条件は、線形モデルと比較して緩和される

## 4. Dynamic Models

$$E(y|x, z) = \alpha + \beta E(y|x) + \gamma E(z|x) + \delta x + \eta z \quad (3)$$

$y$ : 個人の行動  
 $x$ : 準拠集団の属性  
 $z$ : 個人属性

■ 社会的相互作用の影響伝播にはタイムラグがあると考えer方が現実的

$$E_t(y|x, z) = \alpha + \underbrace{\beta E_{t-1}(y|x)}_{\text{social forces}} + \underbrace{\gamma E_{t-1}(z|x)}_{\text{non-social forces}} + \delta x_t + \eta z_t \quad (11)$$

※社会的でない影響(non-social forces)にはタイムラグはないが、社会的な影響(social forces)にはタイムラグがあることを表すモデル

1:  $(E(z|x), x, z)$ が $t$ に対して不変

2:  $-1 < \beta < 1$

である場合, 上式は一時的均衡解をもつ

-具体的にどういうラグ(短期~中長期)で社会的相互作用が影響しているかについてはまだ十分な議論が必要

## 5. Demand Analysis

---

-経済学分野で特に注目されてきた社会的相互作用:  
市場の総需要で決まる価格から個人の需要がどのような影響を受けるか

-市場は、市場価格を通してのみ需要に影響を及ぼすと仮定

$$E(y|x, z) = D[p(x), z] \quad (12)$$

$y$ : ある消費者のある商品に対する需要

$x$ : 消費者の属する市場(異なる $x$ : ex. 異なる場所, 時代)

$p(x)$ : 市場 $x$ における均衡価格

$z$ : 消費者の属性

$D(x)$ :  $(x, z)$ における平均需要

## 5. Demand Analysis

$$E(y|x, z) = D[p(x), z] \quad (12)$$

$y$ : ある消費者のある商品に対する需要

$x$ : 消費者の属する市場

$p(x)$ : 市場 $x$ における均衡価格

$z$ : 消費者の属性

$D(x)$ :  $(x, z)$ における平均需要

-価格 $p(x)$ は市場 $x$ における需要の総量と供給状況によって決定すると仮定

$$p(x) = \pi[E(y|x)m(x), s(x)] \quad (13)$$

$m(x)$ : 市場 $x$ の規模

$E(y|x)$ : 市場 $x$ における1人当たりの需要

$E(y|x)m(x)$ : 総需要

$s(x)$ : 供給状況

$$E(y|x, z) = D\{\pi[E(y|x)m(x), s(x)], z\} \quad (14)$$

内生効果モデル

## 6. Conclusion

---

- 社会的相互作用における内生効果について, その分析・識別手法を論じた
- 準拠集団の構成が分かっているなどの前提条件が満たされれば, 内生効果を識別することが可能になる
- ※準拠集団の属性 $x$ と個人の属性 $z$ の関係性に依存する

### ■ 識別性問題に対する提案

- より厳密な理論
- データセットの改善(実験的, 主観的データ)