

# 第3編 都市システム

2017年度春の理論ゼミ @本郷

参考文献：「空間経済学—都市・地域・国際貿易の新しい分析」

2017/4/15

発表者：山本正太郎

# 第8章

## 都市システムの空間モデル

### 問題点発見のための序論

# 序. 地域経済学と都市経済学

- ・ 第Ⅱ編で展開されたアプローチは都市経済学というよりも地域経済学に近い.
- ・ 特に, 第Ⅱ編では都市経済学が大きな関心を払ってきた地代勾配の役割が完全に無視されている.
- ・ 第Ⅲ編では, 地域よりも都市に重点を置く.

具体的には,

- ①連続空間で問題を捉え,
- ②農業と地代勾配の関係をより丁寧に扱う.

## 8.1 立地選択と需要の分布

### (簡易分析のための仮定)

人口及び経済活動が直線に沿って分布する経済を想定

- ・この経済では農産品と工業品の2種類が生産される.
- ・農業は外生的に一様分布しているが、工業は移動可能.

### (変数の定義)

- ・工場を追加的に設置するには**固定費用 $F$** が必要.
- ・生産には一定の**限界費用 $c$** がかかる.
- ・1単位の財は**単位当たり $\tau$** の費用で輸送できる.
- ・人口のうち、**工業に雇用される割合を $\mu$** とする.

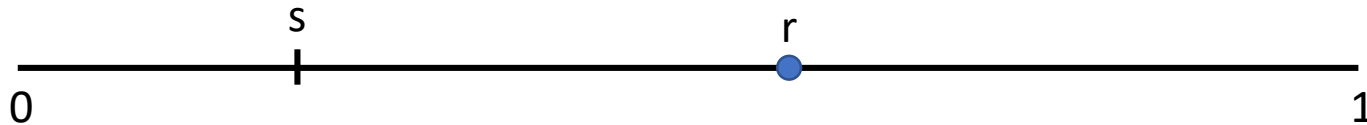
## 8.2 都市での立地に関する持続性と凍結性

### 都市の持続性と凍結性

Q. 何が都市をバラバラにならないようにつなぎとめているのか、なぜ都市の立地点はかくも永続的なのか。

—簡単な証明—

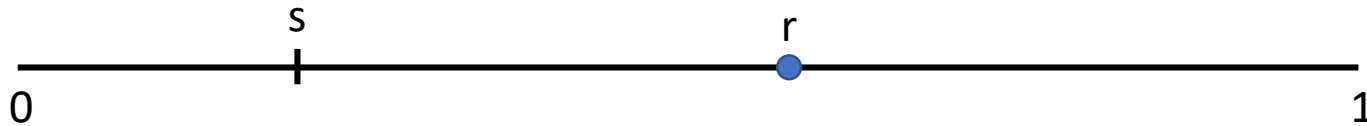
全人口が1に規準化され、長さ1の線分を占める経済を考える。



他の全ての企業が都市 $r$ に集中した場合を考える。

このとき、 $s$ に立地する企業の総輸送費用はどうか。

## 8.2 都市での立地に関する持続性と凍結性



$s$ より左側に立地する農家までの輸送費は  $\frac{(1-\mu)\tau s^2}{2}$

右側に立地する農家までの輸送費は  $\frac{(1-\mu)\tau(1-s)^2}{2}$

都市住民までの輸送費は  $\mu\tau|r-s|$

∴ 総輸送費用 $TC$ は

$$TC = \tau \left[ \frac{1-\mu}{2} \{s^2 + (1-s)^2\} + \mu|r-s| \right]$$

このとき、 $0.25 < r < 0.75$ なら、総輸送費用の最小点は $s = r$

→輸送費用最小化問題を考えるとき、企業は、**都市が線分の中心から幾らかずれていても、その場所に立地しようとする。**

## 8.3 人口増加と都市形成

### 新たな都市の形成の記述

今までのアプローチは，都市形成の記述に有用でない。

#### —新たなアプローチ—

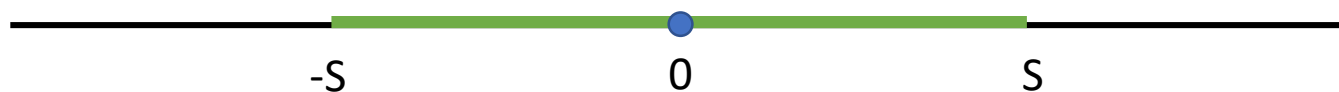
既に一つの都市が存在するとして，**人口を増加させてみる**。

十分に長い立地線分を考える。

そのうち， $-S$ から $S$ まで密度 $d$ で農家が分布しており，

人口が増加すると，密度 $d$ を一定に保ちながら農業の耕作限界が外側へシフトしていくとする。

また，中心 $0$ には，すでに工業が集中しているものとする。



## 8.3 人口増加と都市形成

Q1. 新工場を設置すべき場所はどこか？

先ほどと同じように、輸送費用最小化問題として解く。

新たな工場の立地点を $s$ とすると、



立地線上の農家は以下の3つに分けられる。

1. 従前の場所から供給を受ける農家： $ds/2$  (人)
2. 新工場から供給を受ける農家 (左側)： $ds/2$  (人)
3. 新工場から供給を受ける農家 (右側)： $d(S - s)$  (人)

したがって、総輸送費用は、 $TC = \tau d \left\{ \frac{s^2}{4} + \frac{(S-s)^2}{2} \right\}$

$TC$ は $s = 2S/3$ のとき最小となるので、

**新工場は耕作限界までの2/3の距離に設置すべきである。**



## 8.3 人口増加と都市形成

Q2. 新工場は本当に設置されるべきか？

新工場がなければ...

生産者から中心の右側にいる $dS$ 人までの平均距離は $S/2$ となり、輸送費用は $\tau dS^2/2$ になる。

新工場ができれば...

生産者から農家までの平均距離は $S/6$ となり、輸送費用は $\tau dS^2/6$ になる。 → 輸送費の減少幅は $\tau dS^2/3$

工場の追加的設置には固定費用 $F$ が必要なので、

$\tau dS^2/3 = F$ , すなわち  $S^* = \sqrt{3F/\tau d}$  に達したときに新工場は設置されるべきである。

## 8.3 人口増加と都市形成

時間の経過とともに、都市間の距離が $2S^*/3$ となる都市システムが発展していく。



都市間距離 $2S^*/3$ に影響を与えるパラメータは何か？

**固定費用 $F$ :** 大きいほど都市間の距離が離れる。

**輸送費用 $\tau$ , 農業人口密度 $d$ :** 大きいほど都市間の距離は近くなる。

8章では、都市の持つ凍結性や都市の形成のされ方について非常に簡単な手法によって示した。

9章以降は、より詳細なモデルを用いて都市形成から都市システムの問題までを扱う。

# 第9章

## 單一中心經濟

肥沃な平野の中心に非常に大きな町があるとしよう。この平野には、舟航可能な河川も運河も存在しない。平野の全てにわたり、土壌は耕作可能であり、肥沃度も同じである。町から遠く離れたところで、平野は荒野に変わり、この国と外の世界との全ての通信が途絶している。この平野にほかの町は存在しない。したがって中心の町は、周辺地域にすべての工業品を供給し、その代わりに全ての食料を周辺地域から供給される。

フォン・チューネン「農業と国民経済に関する孤立国：穀価、土地肥力及び租税が農業に及ぼす影響に関する研究」の冒頭より

# 序. 出発点としての単一中心経済

現在見るような複数都市のシステムは**時間の経過につれ経済の人口増加により都市が追加されていく**という仮説的歴史から生じている、とみなすと、

そのような**歴史の出発点は明らかに都市が唯一つ存在する単一中心経済**のはずである。

以下9章で検討する問題は、全ての工業品が単一の都市において生産される**フォン・チューネン型の地理的分布がどのような場合に均衡となるのか**、ということ。



単一中心経済を詳細に分析することで、複数都市システムを分析する際の足がかりとする。

# 9.1. 単一中心経済モデルの導入

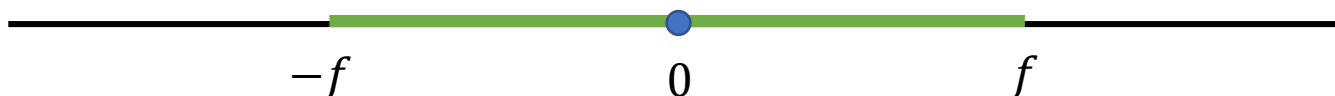
## (単一中心経済の成立に関する仮説)

1. 工業品が互いに十分に差別化されており, 2. 労働人口がそれほど大きくない (農業後背地の面積が小さい) 場合に, 経済の地理的分布は**単一中心的 (monocentric)** になると推察される.

## (経済モデルの導入)

- ① 今までと同じく, 十分に長い直線状の経済を想定する.
- ② 経済には  $N$  人の労働者が存在し, 立地点と就業する部門を自由に選択することができる.
- ③ 農業品 1 単位が,  $c^A$  単位の労働と 1 単位の土地を固定比率で投入して生産される.
- ④ 輸送費用については, 財が 1 単位につき一定の割合で融けていくため, 1 単位の農業品 (工業品) が距離  $d$  を輸送されると, 実際に到着するのは  $\exp(-\tau^A d)(\exp(-\tau^M d))$  しかない.

## 9.2. フォン・チューネン型経済



都市の位置を0とおき，農業地域は $-f$ から $f$ まで及ぶとする。都市は工業品を農業後背地に移出し，代わりに農業品を移入する。

### ■農業品の価格

$p^A \equiv p^A(0)$ を都市における農業品の価格とする。

このとき，都市から $r$ の距離に立地する農家の受け取り価格 $p^A(r)$ は， $p^A(r) = p^A e^{-\tau^A |r|}$

### ■地代

距離 $r$ における地代を $R(r)$ は，生産物の価値から必要となる $c^A$ 人の労働者への支払額を引いたもので，

$R(r) = p^A(r) - c^A w^A(r) = p^A e^{-\tau^A |r|} - c^A w^A(r)$ となる。

## 9.2. フォン・チューネン型経済

### ■ 価値尺度財

中心都市における工業品の価格を価値尺度財とし、 $p^M(0) = w^M(0) = 1$ と設定する。

### ■ 価格指数

$G(r)$ の定義式を使えば、

$$G(r) = \left( \frac{L^M}{\mu} \right)^{1/(1-\sigma)} e^{\tau^M |r|}$$

工業品にも輸送費がかかるので、都市から離れた場所ほどこの指数は増加する。中心におけるこの価格指数を

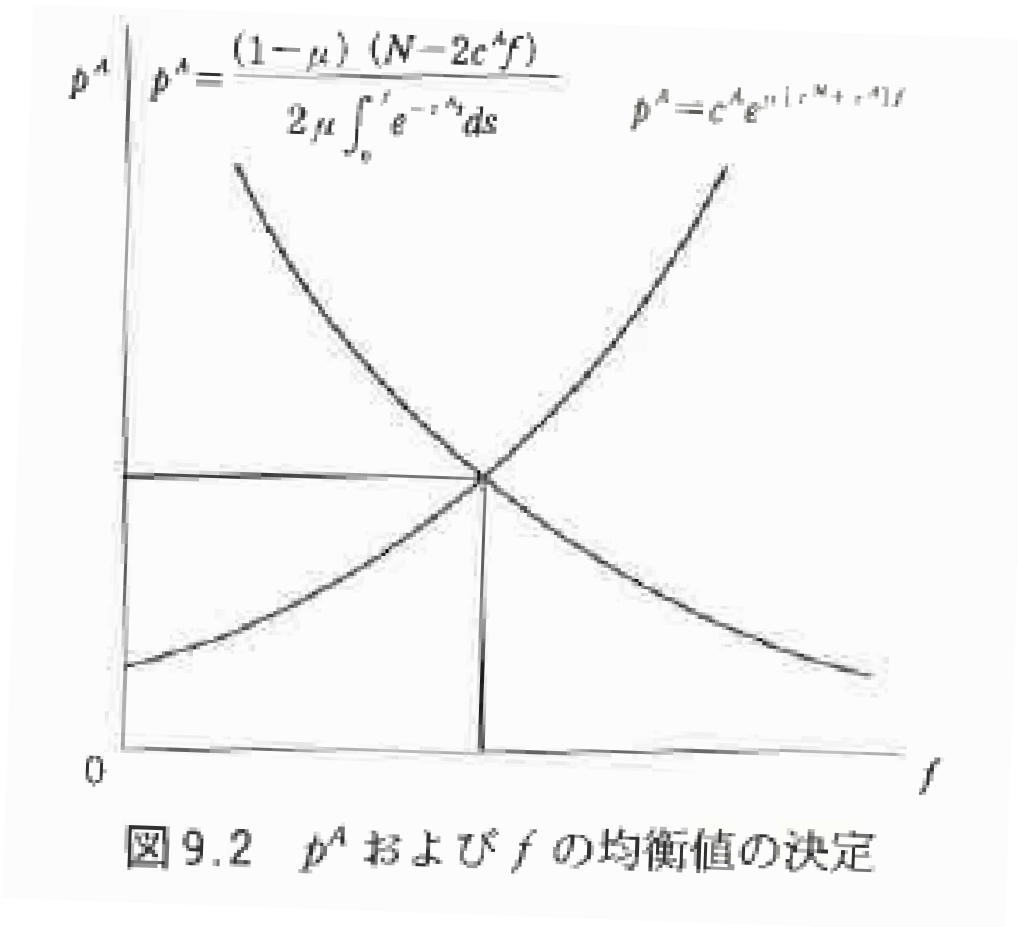
$G \equiv G(0)$ と表すことにする。

以上で、均衡を決定するための情報が揃った。



## 9.2. フォン・チューネン型経済

$p^A$ および $f$ の均衡値の決定



## 9.2. フォン・チューネン型経済

### $N$ および $\rho$ が実質賃金 $\omega$ に及ぼす効果

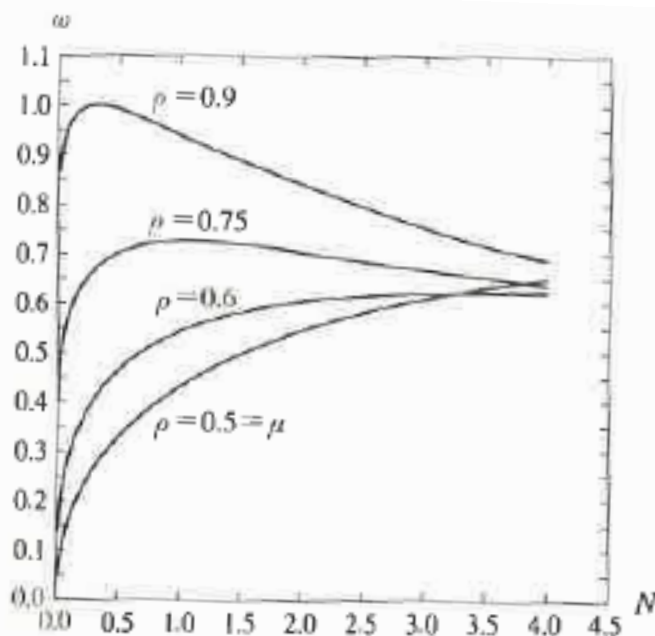


図9.3  $N$ および $\rho$ が実質賃金 $\omega$ に及ぼす効果

工業の実質賃金 $\omega$ を（人口規模 $N$ と単調に関連する）耕作限界までの距離 $f$ の関数に書き直し（別紙参照）， $N$ と実質賃金 $\omega$ の関係をグラフに表した。

（ $\mu = 0.5$ で固定し， $\rho (= (\sigma - 1)/\sigma)$ を変化させている。）

## 9.2. フォン・チューネン型経済

### $N - \omega$ 曲線が示すもの

$N - \omega$ 曲線を  $f$  で微分すると、

$$\frac{d\omega}{df} = C\omega \left\{ \frac{\mu - \rho}{1 - \rho} + \frac{\tau^A}{\tau^A + \tau^M} \frac{e^{-\tau^A f}}{1 - e^{-\tau^A f}} \right\}$$

1)  $\rho \leq \mu$  のとき

$d\omega/df$  は常に正となり、人口増加とともに常に実質賃金が増加する（ブラックホール）。

2)  $\rho > \mu$  のとき

$f$  の低い値で  $d\omega/df$  は正となるが、 $f$  の高い値では負となる。

人口が低い水準から増加する頃は工業部門拡大の利益が大きいが、増加し続けると農業の耕作限界が遠くなりすぎることの不利益が勝るようになる。

## 9.3. 市場ポテンシャル関数

都市におけるよりも高い実質賃金を与えられる立地点がなければ，単一中心構造は持続可能である。

潜在的に可能な実質賃金について，**市場ポテンシャル関数**を以下のように定義して考える。

$$\Omega(r) = \frac{\omega^M(r)^\sigma}{\omega^A(r)^\sigma}$$

$r = 0$ ，すなわち都市においてはポテンシャルは1となる。  
単一中心構造が持続可能となる必要十分条件は，

$$\Omega(r) \leq 1 \quad \text{for all } r \text{ となること.}$$

## 9.3. 市場ポテンシャル関数

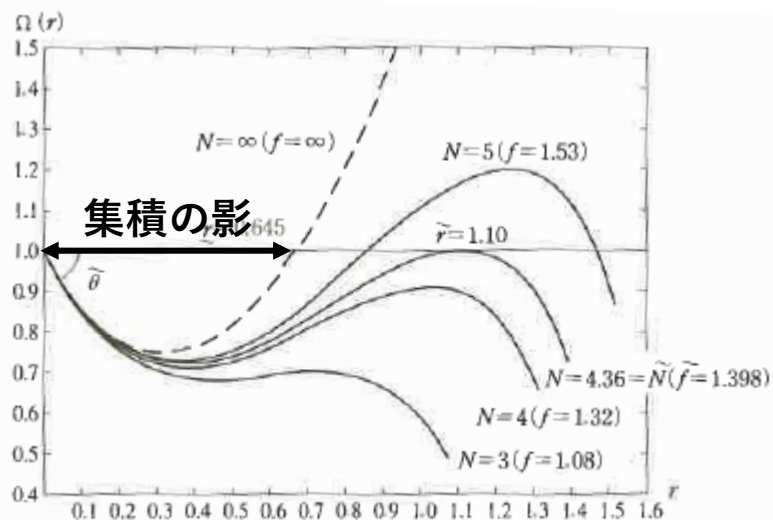


図9.4  $N$ の種々な値に対する単一中心システムでのポテンシャル曲線

様々な人口規模 $N$ についてポテンシャル曲線  $\Omega(r)$  を描いたものが左のグラフ。

都市において $\Omega(0) = 1$ であり，都市から離れるにつれて市場ポテンシャルは最初は低下する（集積の陰）が，その後上昇する様子が見て取れる。

### ■ポテンシャル曲線と単一中心構造

$N$ が十分に小さい間は，ポテンシャルは都市以外のすべての場所で1より低い値をとる。→単一中心構造が持続可能

ところが，ある**人口臨界値 $\tilde{N}$** （図では $N = 4.36$ ）でポテンシャル曲線が高さ1の水平線に達する。そのとき，**立地点 $\tilde{r}$ に工業が進出可能**となる。

## 9.4. 市場ポテンシャル関数の性質

市場ポテンシャル関数を積分の分割などによって整理すると（別紙参照），以下のように書き直せる。

$$\Omega(r) = e^{\sigma\{(1-\mu)\tau^A - \mu\tau^M\}r}$$

$$\left\{ \left( \frac{1+\mu}{2} \right) e^{-(\sigma-1)\tau^M r} + \Psi(r, f) \left( \frac{1-\mu}{2} \right) e^{(\sigma-1)\tau^M r} \right\}$$

但し関数 $\Psi(r, f)$ は，

$$\Psi(r, f) \equiv 1 - \frac{\int_0^r e^{-\tau^A s} \left\{ 1 - e^{-2(\sigma-1)\tau^M(r-s)} \right\} ds}{\int_0^f e^{-\tau^A s} ds}$$

## 9.4. 市場ポテンシャル関数の性質

$$\Omega(r) = e^{\sigma\{(1-\mu)\tau^A - \mu\tau^M\}r}$$

$$\left\{ \left( \frac{1+\mu}{2} \right) e^{-(\sigma-1)\tau^M r} + \Psi(r, f) \left( \frac{1-\mu}{2} \right) e^{(\sigma-1)\tau^M r} \right\}$$

1. 人口 $N$ ないし $f$ とポテンシャル関数の関係

変数 $f$ は関数 $\Psi(r, f)$ の分母を通してのみポテンシャル関数に関係している.



全ての $r \neq 0$ において、 $\Omega(r)$ は $f$ について増加する.

## 9.4. 市場ポテンシャル関数の性質

### 2. 企業の立地点 $r$ とポテンシャル関数の関係

都市においては $\Omega(0) = \Psi(0, f) = 1$ なので、都市におけるポテンシャル関数の勾配は、

$$\frac{d\Omega(0)}{dr} = \sigma\{(1 - \mu)\tau^A - (1 + \rho)\mu\tau^M\} - \textcircled{1} \text{となる.}$$

式①が負であれば、ポテンシャル関数は $r = 0$ において尖点を持つ。

反対に①式が正になる場合、すなわち $\mu$ が小さい、あるいは $\rho$ が小さい場合、単一中心構造は持続可能とならない。



すなわち、式①が負となることは、**単一中心構造が持続可能となるための必要条件**である。



## 9.4. 市場ポテンシャル関数の性質

### 単一中心構造の持続可能性

下表のように整理できる.

単一中心均衡の持続可能性

$(1 - \mu)\tau^A - (1 + \rho)\mu\tau^M > 0$	$(1 - \mu)\tau^A - (1 + \rho)\mu\tau^M < 0$
	$\mu \geq \rho$ $\mu < \rho$
不可能	常に可能                      小さな $N$ に対して可能

右側の二列では、都市から離れるにつれてポテンシャル関数が減少するため、単一中心構造が持続可能かどうかはブラックホールの非存在条件に依存する。

ブラックホールの非存在条件が満たされているとき ( $\mu < \rho$  のとき),  $N$  が人口臨界値  $\tilde{N}$  に達すると、単一中心構造は崩壊する。

## 9.4. 市場ポテンシャル関数の性質

### 人口臨界値および臨界距離の決定要因

#### ■ 集積の影

$(1 - \mu)\tau^A - (1 + \rho)\mu\tau^M$  が負である限り、 $\tilde{r} > 0$  であり、都市の近傍には都市形成のポテンシャルは生じない。

すなわち、都市はその近傍に「集積の影」を作り、自らの位置を凍結させている。

#### ■ 農産品の輸送費用

農産品の輸送費用 $\tau^A$ が高いほど、人口増加によって耕作限界が遠くなることの不効用が大きくなり、 $\tilde{N}$ および $\tilde{r}$ の値は小さくなる（＝単一中心構造が崩壊しやすい）。

# 第10章

## 新都市の形成

# 序. 複数都市の経済構造

## 都市形成から複数都市システムへ

第9章では、フォン・チューネン型の単一中心経済が一旦確立したあとにどのようにして持続可能になるのかが示された。

本章では、**いったいどのようにして新たな都市が生まれるのか**、また**複数都市の経済構造についてはどのように考えればよいのか**、という二つの問題について、第9章のアプローチを踏襲しながら、人口増加と動学的調整過程という二つの要因を追加して分析を進めていく。

## 10.1. 調整過程と空間システムの安定性

### 時間とともに生じる経済変化の要因

- ①着実な人口増加から生じる「外因的」動学
- ②労働者が、より高い賃金が提供される場所に移動することで生じる「内因的」動学

### (経済モデルの導入)

$K$ 個の都市の立地点があるとし、特定時点での $k$ 番目の立地点の人口を $L_k (k = 1, 2, \dots, K)$ で表す。

このとき、全人口 $N = \sum_k L_k + L^A$

$k$ 番目の都市の実質賃金を $\omega_k \equiv \omega_k^M$ と定義。

平均実質賃金は、 $\bar{\omega} \equiv \{L^A \omega^A + \sum_k L_k \omega_k\} / N$

## 10.1. 調整過程と空間システムの安定性

### (導入つづき)

各都市の人口増加は，そこでの実質賃金と経済全体での平均との差に比例するものと仮定する．すなわち

$$\dot{L}_k = L_k(\omega_k - \bar{\omega}), \quad k = 1, 2, \dots, K$$

農業人口は農業の実質賃金を均等化するように瞬時に移動するものと想定すると，

市場ポテンシャル関数は，第9章の時と同じように，

$$\Omega(r) = \frac{\omega^M(r)^\sigma}{\omega^A(r)^\sigma}$$

したがって，立地点 $k$ に都市が存在すれば $\Omega(r_k) = 1$

## 10.2. 1都市から3都市へ

十分に長い直線で空間を考えると、 $N$ が臨界値に達すると新たな二つの都市が $\tilde{r}$ と $-\tilde{r}$ に形成されると推察できる。

### < 動学過程 >

$N$ を所与とした経済の動学過程は、

$$\begin{cases} \dot{L}_1 = L_1(\omega_1 - \bar{\omega}) \\ \dot{L}_2 = L_2(\omega_2 - \bar{\omega}) \end{cases}$$

と表される。ただし、

$$\bar{\omega} = \frac{L_1\omega_1 + 2L_2\omega_2 + L^A\omega^A}{N}$$
$$L^A = N - L_1 - 2L_2$$

ついで、 $L_1, L_2, N$ を所与とした場合の $\omega_1, \omega_2$ および $\omega^A$ の値を決定する連立方程式を考える（別紙参照）。

## 10.2. 1都市から3都市へ

十分に長い直線で空間を考えると、 $N$ が臨界値に達すると新たな二つの都市が $\tilde{r}$ と $-\tilde{r}$ に形成されると推察できる。

### < 動学過程 >

$N$ を所与とした経済の動学過程は、

$$\begin{cases} \dot{L}_1 = L_1(\omega_1 - \bar{\omega}) \\ \dot{L}_2 = L_2(\omega_2 - \bar{\omega}) \end{cases}$$

と表される。ただし、

$$\bar{\omega} = \frac{L_1\omega_1 + 2L_2\omega_2 + L^A\omega^A}{N}$$
$$L^A = N - L_1 - 2L_2$$

ついで、 $L_1, L_2, N$ を所与とした場合の $\omega_1, \omega_2$ および $\omega^A$ の値を決定する連立方程式を考える（別紙参照）。



## 10.2. 1都市から3都市へ

連立方程式①～⑦は実質賃金 $\omega_1, \omega_2$ および $\omega^A$ を決定するので、これらを先ほどの動学過程

$$\begin{cases} \dot{L}_1 = L_1(\omega_1 - \bar{\omega}) \\ \dot{L}_2 = L_2(\omega_2 - \bar{\omega}) \end{cases} \text{に代入する.}$$

縦軸は実質賃金の比を，横軸は新都市の工業労働者のシェアを表している。

この曲線は，各新都市へある労働者数 $L_2$ を割り当てて，農業の実質賃金が経済全体の平均実質賃金に等しくなるように作図されている。

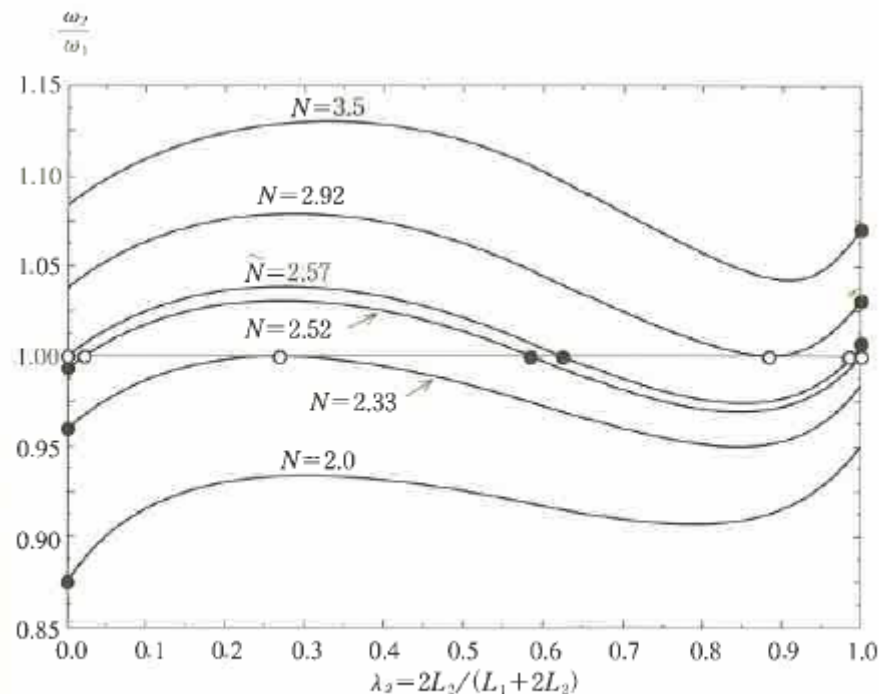


図 10.1  $\omega^A = \bar{\omega}$  と調整される場合の  $\omega_2/\omega_1$  が描く曲線

## 10.2. 1都市から3都市へ

### 1) $N < 2.57$ のとき

単一中心構造が安定均衡であり，新都市は形成されない。

### 2) $2.57 < N < 2.92$ のとき

単一中心構造は安定均衡でなくなり，中心都市1つと新都市2つを有する状態と，新都市2つのみの状態がそれぞれ新たな均衡となる。

### 3) $2.92 < N$ のとき

2つの新都市のみに工業が存在する均衡がただ一つ存在するのみ（中心都市は消滅する）。

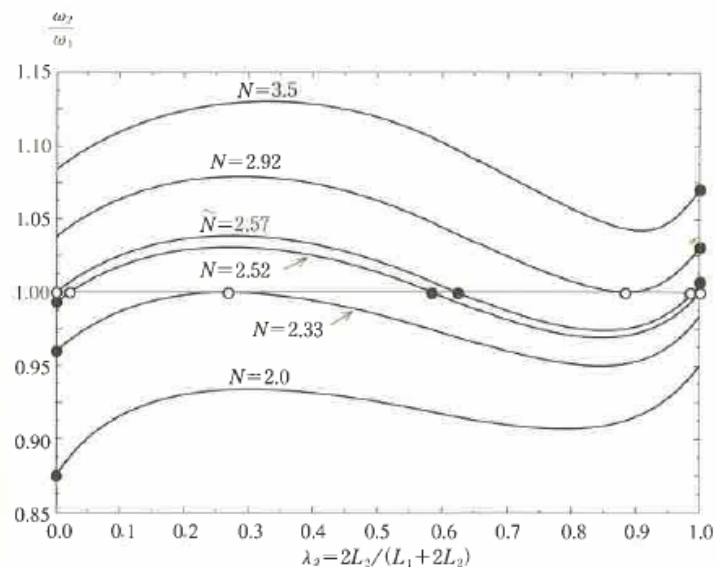


図 10.1  $\omega^A = \bar{\omega}$  と調整される場合の  $\omega_2/\omega_1$  が描く曲線

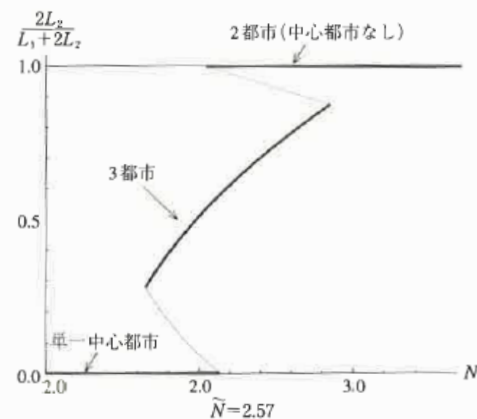


図 10.2 3都市システムでの分岐図

## 10.3. 長期にわたる新都市形成

今回のアプローチを用いれば，1都市から3都市に留まらず，人口の増加に伴って都市が形成されていく過程を記述可能である．

別紙に示しているように，人口 $N$ が増加していくと，3都市から5→7→9都市というふうに都市が対称に増加していく．

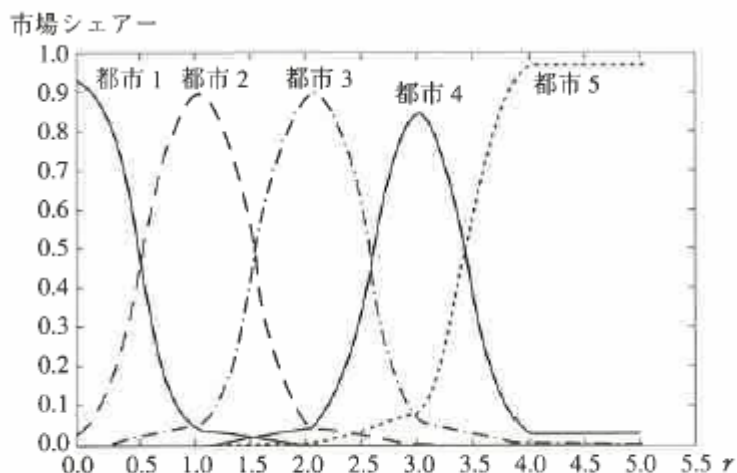


図 10.4  $N=13,625$  の時の 9 都市システムにおける市場シェア曲線

左には，9都市を有する均衡における各都市 $k$ の工業品のシェアを曲線で表している．最も先端にある都市5のシェアが大きく，それに近接する都市4の規模が最小になっていることが分かる．

## 10.3. 長期にわたる新都市形成

### クリスタラー／レッシュとの比較

今回のモデルは、クリスタラーやレッシュのモデルのものと似た都市の規則的な配置を描き出すが、工業品の交易パターンは異なっている。

#### ■古典的中心地理論の場合

同じ階層の都市が差別化のない同じ財を生産しているため、明確に定義される市場圏が存在している。

#### ■今回のモデルの場合

市場シェアー曲線は釣鐘状で、交易範囲に明確な限界がない。

## 10.4. 結論と課題

### ■結論

10章では、単一中心型のフォン・チューネンのモデルを著しく拡張し、人口増加が都市システムに及ぼす影響について、ミクロ経済学的アプローチから明らかにし、複数の都市が成立していく様子を数値シミュレーションによって再現した。

### ■課題

今回のモデルでは、全ての都市は基本的に同一種類の財を生産し、人口が十分に大きくなると同一規模の都市が形成されていく。しかし、現実世界でも古典的立地論においても、都市間には階層構造がある。

# 第11章

## 階層的都市システムの発展

# 11.1. 19世紀のアメリカに見る都市の階層性

■1830年～1870年におけるアメリカの都市システムの発展

第1階層... 人口130万人以上

第2階層... 13万人～130万人

第3階層... 3万人～13万人

①1830年までに形成されている都市の大部分は、大西洋岸北部または河川の周辺に立地。

②1870年に第3階層に格上げされた都市の多くは、開墾が急速に進んだ中西部に立地。

③ニューヨークは第1階層に格上げ、唯一の最高次都市に。

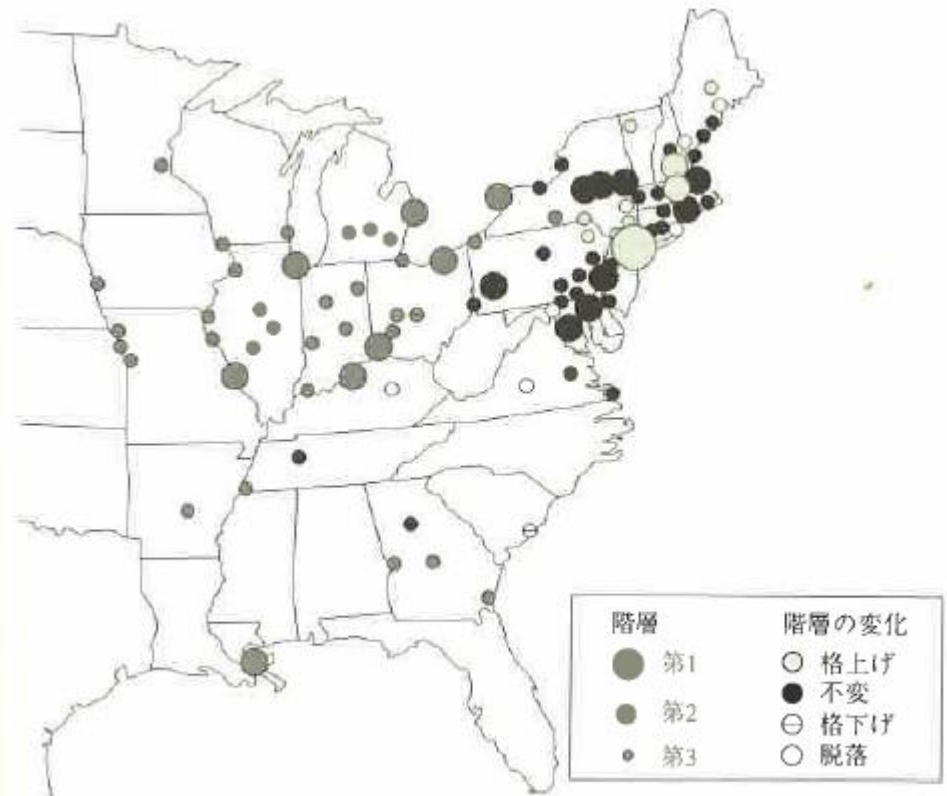


図 11.1 合衆国の都市システムの発展 (1830～1870年)

## 11.2. 階層性再現のためのモデル

11章では、10章で積み残した都市の階層構造を再現する経済モデルを構築することを目的とする。

### (経済モデルの導入)

$H$ 個の産業が存在し、各々の産業 ( $h = 1, 2, \dots, H$ ) が独自の範囲にわたる差別化された財を生産するという点が今までと異なる。

以下の各産業を記述するパラメータは全て異なっている。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{代替の弾力性 } (\sigma^h \equiv \frac{1}{1 - \rho^h}) \\ \text{輸送費用 } \tau^h \\ \text{支出シェア } \mu^h \end{array} \right.$$



## 11.2. 階層性再現のためのモデル

### (導入つづき)

細かな準備は別紙に示した。

立地点 $r$ における産業 $h$ の市場ポテンシャル関数を

$$\Omega^h(r) \equiv \frac{\{\omega^h(r)\}^{\sigma^h}}{\{\omega^A\}^{\sigma^h}}$$

と定義する。各産業 $h = 1, 2, \dots, H$ に対して、

全ての $r$ について  $\Omega^h(r) \leq 1$

ならば、単一中心構造が均衡状態として持続可能である。

## 11.3. 単一中心システム

### 市場ポテンシャル関数の立式

各産業の市場ポテンシャル関数は,

$$\Omega^h(r) = e^{\sigma^h \{(1-\mu^M)\tau^A - \mu^M \bar{\tau}^M\} r}$$

$$\left\{ \left( \frac{1 + \mu^M}{2} \right) e^{-(\sigma-1)\tau^h r} + \Psi^h(r, f) \left( \frac{1 - \mu^M}{2} \right) e^{(\sigma^h-1)\tau^h r} \right\}$$

但し関数 $\Psi^h(r, f)$ は,

$$\Psi^h(r, f) \equiv 1 - \frac{\int_0^r e^{-\tau^A s} \left\{ 1 - e^{-2(\sigma^h-1)\tau^h(r-s)} \right\} ds}{\int_0^f e^{-\tau^A s} ds}$$

であり,  $\mu^M \equiv \sum_{h=1}^H \mu^h = 1 - \mu^A$ ,  $\bar{\tau}^M \equiv \sum_h \frac{\mu^h \tau^h}{\mu^M}$ .

## 11.3. 単一中心システム

### 市場ポテンシャル関数の立式

ここで導出された市場ポテンシャル関数は、2つの点を除けば、第9章のものと同様である。

①**代替の弾力性および輸送費用**が産業 $h$ に特有な値となっており、それぞれ $\sigma^h, \tau^h$ となっている。

②{}の外の項は、今までと同じく立地点 $r$ と中心都市の生計費指数の差を表しているが、消費額で加重された工業品の平均輸送費用 $\bar{\tau}^M$ を含んでいる。

都市近傍でのポテンシャル関数の勾配は、

$$\frac{d\Omega(0)}{dr} = \sigma^h \{ (1 - \mu^M) \tau^A - \mu^M (\bar{\tau}^M + \rho^h \tau^h) \}$$

第9章と同じように、この勾配が負となることが単一中心構造が持続可能となるための必要条件である。

# 11.3. 単一中心システム

## 単一中心構造の持続可能性

下表のように整理できる。

単一中心均衡の持続可能性

	全ての $h$ に対し	
	$(1 - \mu^M)\tau^A - \mu^M(\bar{\tau}^M + \rho^h\tau^h) < 0$	
少なくとも1つの $h$ に対し $(1 - \mu^M)\tau^A - \mu^M(\bar{\tau}^M + \rho^h\tau^h) > 0$	全ての $h$ に対し $\mu^M\left(\frac{\tau^A + \bar{\tau}^M}{\tau^A + \tau^h}\right) \geq \rho^h$	少なくとも1つの $h$ に対し $\mu^M\left(\frac{\tau^A + \bar{\tau}^M}{\tau^A + \tau^h}\right) < \rho^h$
不可能	常に可能	小さな $N$ に対して可能

右側の二列では、都市から離れるにつれてポテンシャル関数が減少するが、 $\mu^M\left(\frac{\tau^A + \bar{\tau}^M}{\tau^A + \tau^h}\right) \geq \rho^h$ のとき、一種のブラックホール条件が成立するため、どんなに人口規模が大きくなっても産業は都市から離脱しない。

## 11.3. 単一中心システム

### 産業の階層構造

ここで問題となるのが、「どのような産業のポテンシャル関数が最初に高さ1の水平線に接するのか？」ということ。

$\mu^A \tau^A \leq \mu^M \tau^M$  とし、ブラックホールの非存在条件をみたす任意の2つの産業 $h$ および $g$ について、

$\{\rho^h > \rho^g \text{ かつ } \tau^h \geq \tau^g\}$  または  $\{\rho^h \geq \rho^g \text{ かつ } \tau^h > \tau^g\}$

ならば  $\tilde{N}^h < \tilde{N}^g$ ,  $\tilde{r}^h < \tilde{r}^g$  となるので、

代替の弾力性が大きく、輸送費用が大きい産業は都市から離脱しやすく、そのような産業は低次の産業と呼ばれる。

上の例では、産業 $g$ は産業 $h$ よりも高次の階層に属する。

## 11.4. 階層システムの自己組織化

### 新都市の形成

最も低次な産業 $M^1$ のポテンシャル曲線が人口規模 $\tilde{N}^1$ において、 $\tilde{r}^1$ で高さ1の水平線に接することで、単一中心システムは崩壊する。



このとき、一対の新都市が $\tilde{r}^1$ と $-\tilde{r}^1$ において形成されるが、その詳細な形成過程は第9章とは少し異なる。

- ①まず、新たに形成される新都市は産業1に完全に特化しており、その前方／後方連関効果ともに小さい。
- ②したがって分岐直後の新都市は非常に小さいため、十分な凍結力に欠け、十分な凍結力を持つまで都市の外側に向かって連続的に移動していく。

# 11.4. 階層システムの自己組織化

## 数値シミュレーションによる確認

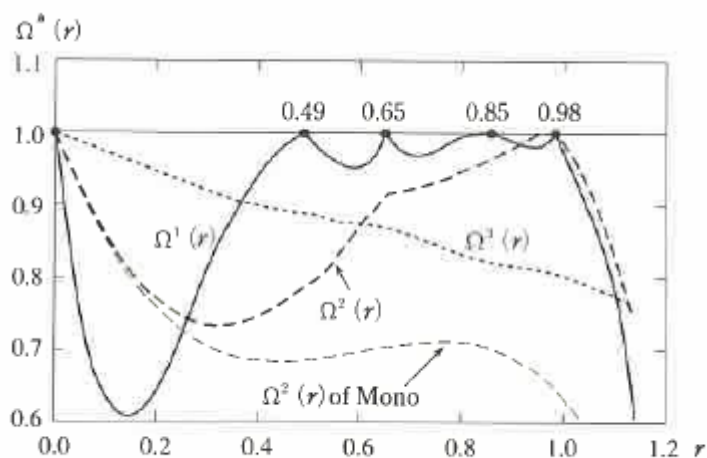


図 11.5  $N=3.09$  の時の 9 都市システムにおけるポテンシャル曲線

それぞれ異なる階層に属する 3 つの産業についてポテンシャル曲線を描き，都市形成をシミュレート．

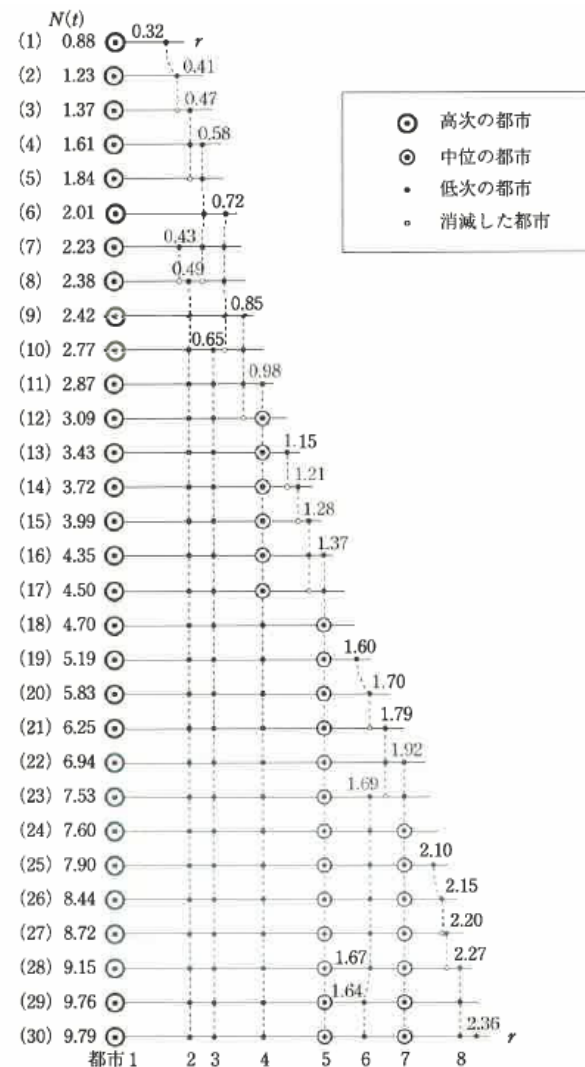
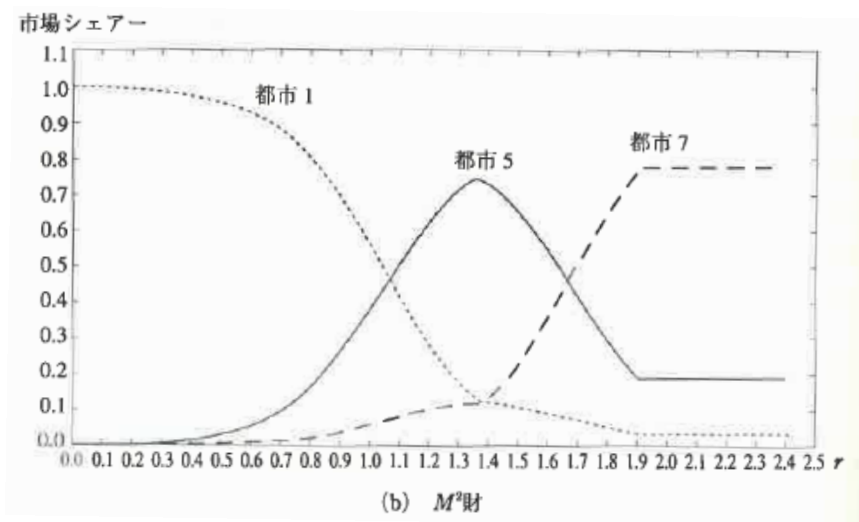
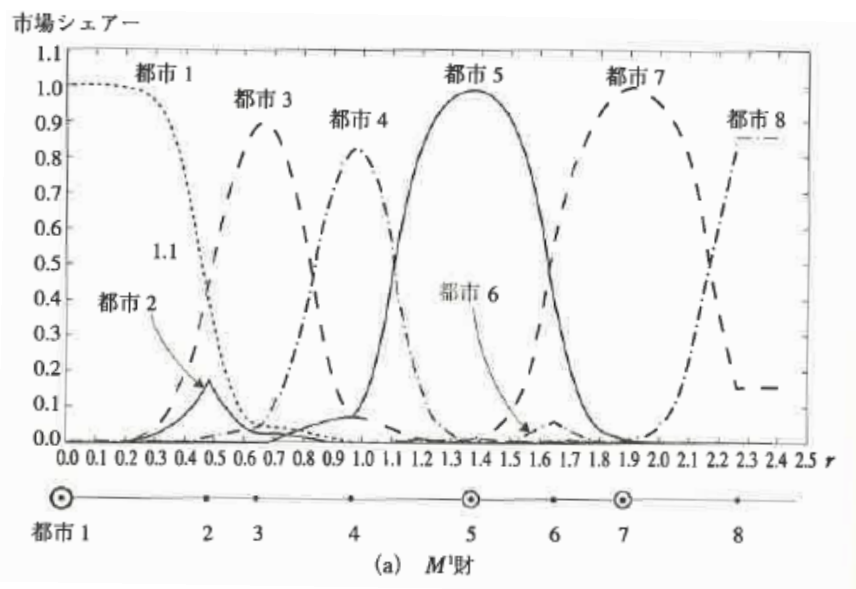


図 11.3 階層的都市システムの発展過程

# 11.4. 階層システムの自己組織化

## 数値シミュレーションによる確認

今回のモデルによるシミュレート結果は、クリスタラーの階層構造に類似した結果を描き出したが、第10章と同様、その交易圏に明確な境界はない（下図）。



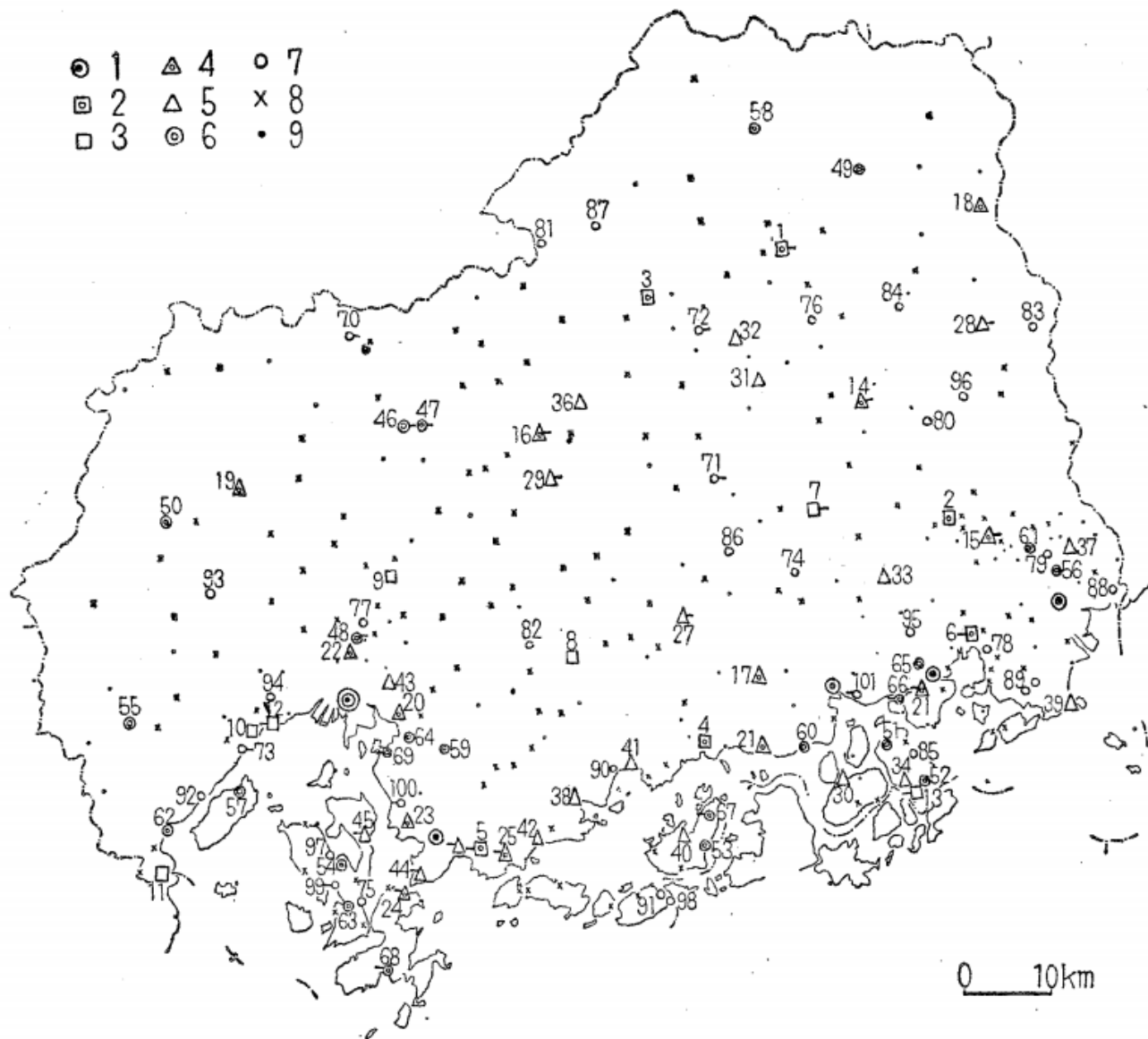


# ここまでのまとめ

**第9章**...ミクロ経済学的なアプローチから市場ポテンシャル関数を導入し，フォン・チューネン型の単一中心構造が持続可能であるための必要十分条件を明らかにした．

**第10章**...フォン・チューネン型の単一中心構造を出発点としながら，モデルの拡張によって新都市の形成と複数都市システムの構築過程を記述し，チューネン型モデルとクリスタラー型モデルの統合を試みた．

**第11章**...産業ごとに異なるパラメータを導入し，都市機能の分化と階層構造の自己組織化を数値シミュレーションで再現した．



第6図 現在の中心集落

1. City クラス    2. c.5 クラス    3. ic.5 クラス    4. c.4 クラス  
 5. ic.4 クラス    6. c.3 クラス    7. c.2 クラス    8. ic.2 クラス  
 9. c.1 クラス