Formulating the Assignment Problem as a Mathematical Program

SHEFFI, Y.

Urban Transportation Networks, Part2, Chapter3, pp.56-80, 1985

2015/04/24(金)
理論談話会2015#1
B4 近松京介

目次

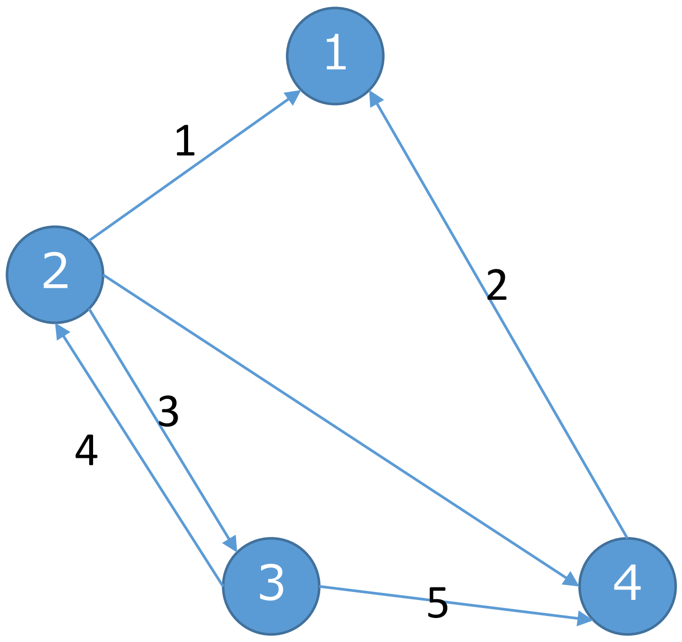
目次

ネットワークの表記の定義

<ノードとリンク>

ノードすべての集合：$N = \{1,2,3,4\}$
リンクすべての集合：$A = \{1,2,3,4,5\}$

リンクには方向性があるため、
始点ノードと終点ノードを用いて
表すことが多い
例：　リンク１：リンク２→１



ネットワークの表記の定義

＜始点セントロイド、終点セントロイド＞

始点セントロイド全集合：$R = \{2,3\}$

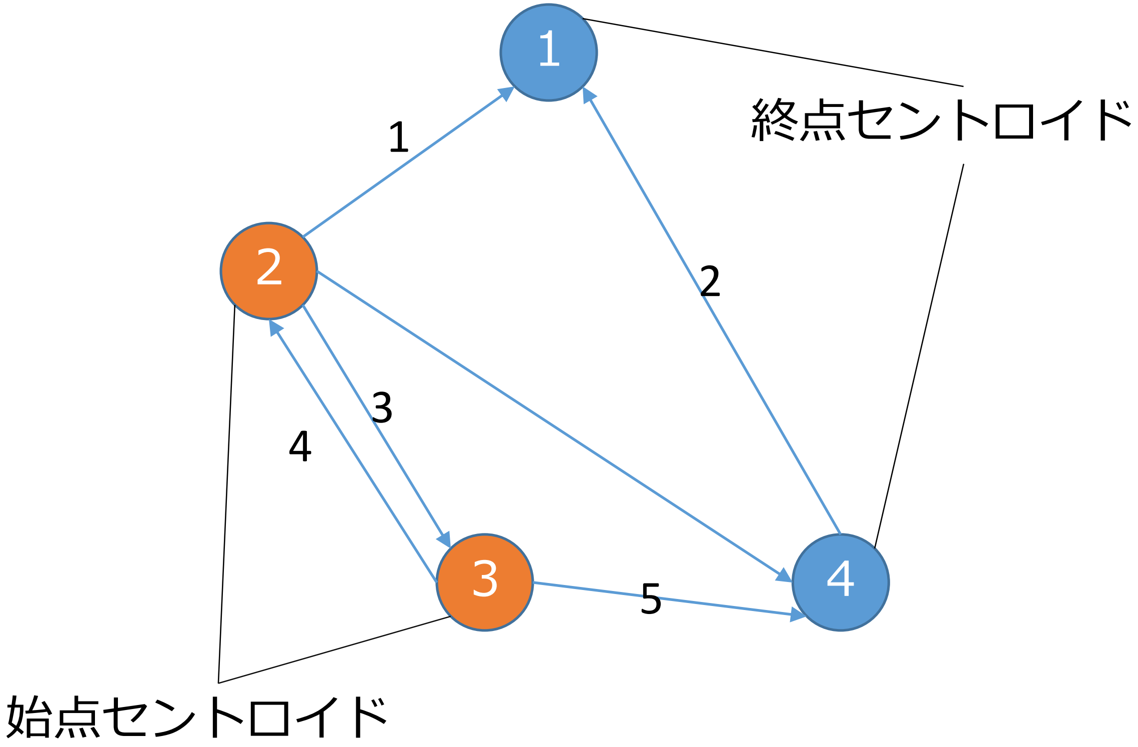
終点セントロイド全集合：$S = \{1,4\}$

Flowは始点セントロイドから発生

終点セントロイドに集中

ただし

$R \cap S \neq \emptyset$



ネットワークの表記の定義

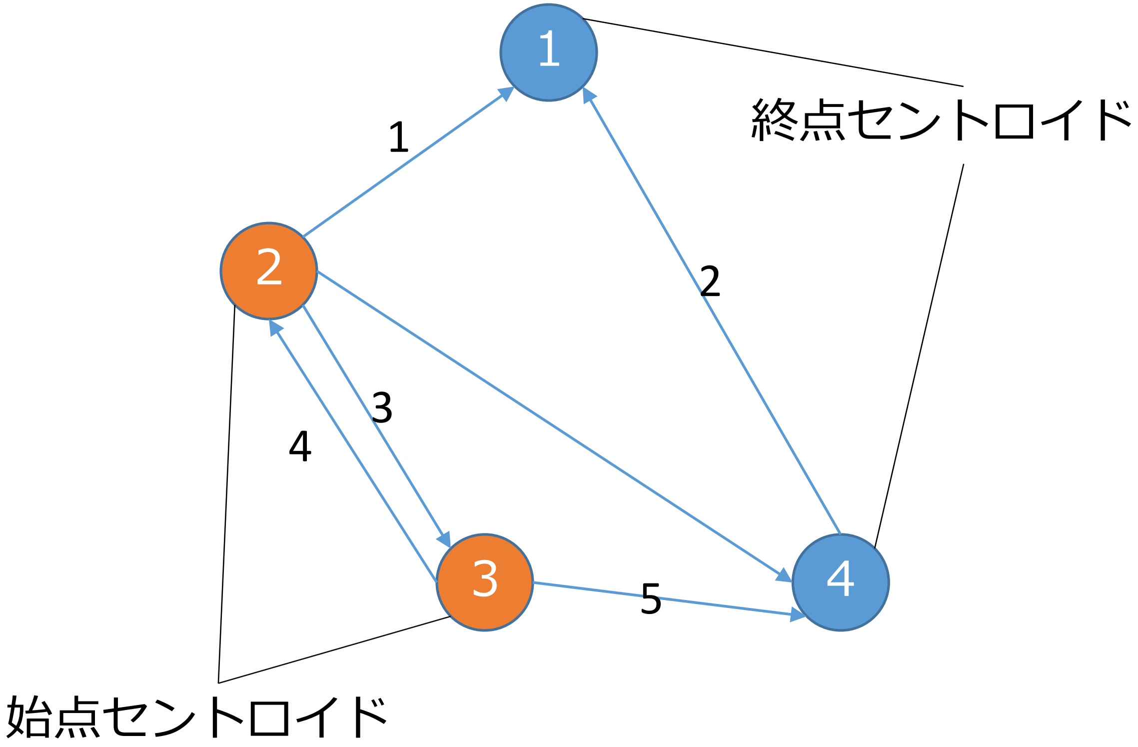
<パス>

全パス(2 → 1 ） ：$K_{21} = \{2 \to 1, 2 \to 4 \to 1, 2 \to 3 \to 5 \to 1\}$

全パス(3 → 4 ） ：$K_{34} = \{3 \to 4, 3 \to 2 \to 4\}$

a

パスは始点と集合を結ぶ経路を表す



目次

UEを最小化問題に定式化

<u>本章の導入</u>

＜利用者均衡配分（UE : user equilibrium transformation）＞

Wardrop均衡(利用者均衡)：均衡状態においては、もはやどの利用者も経路を変更すること
によって自己の旅行時間をそれ以上短縮することはできない

この均衡に基づく配分原則　→　利用者は自己の経路選択行動を最適化
→　結果均衡にいたる（ゆえに利用者均衡配分と呼ばれる）

この章ではUEを数学的最適化問題へ定式化する

UEを最小化問題に定式化

変数の定義

＜行列$\boldsymbol{q}$と要素q_{rs}＞

$\boldsymbol{q}$：OD表をあらわす
q_{rs}：始点rから終点sに発生する需要交通量

例：

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} q_{11} & & \cdots & q_{1b} & \cdots & q_{1s} \\ \vdots & & & & & \\ q_{a1} & & & q_{ab} & & \vdots \\ \vdots & & & & & \\ q_{r1} & q_{r2} & & \cdots & & q_{rs} \end{bmatrix}$$

(q_{ab}：始点aから終点bに発生する需要交通量)

UEを最小化問題に定式化

変数の定義

＜あるリンクの交通量と旅行時間、及びリンクパフォーマンス関数＞

リンクaにおける交通量：x_a
リンクaにおける旅行時間：t_a

t_aはx_aの関数として表すことができ、その関数をリンクパフォーマンス関数と呼ぶ
リンクパフォーマンス関数：$t_a = t_a(x_a)$

UEを最小化問題に定式化

変数の定義

＜あるパスにおける交通量と旅行時間＞

始点*r*と終点*s*を結ぶパスkにおける交通量：f_k^{rs}
同じくパスkにおける旅行時間：c_k^{rs}

標識変数$\delta_{a,k}^{rs}$（始点*r*と終点*s*を結ぶパス*k*上にリンク*a*があれば1、なければ０）を導入

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs}$$
$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$

UEを最小化問題に定式化

<u>変数の定義</u>

＜あるパスにおける交通量と旅行時間（具体例）＞

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs}$$

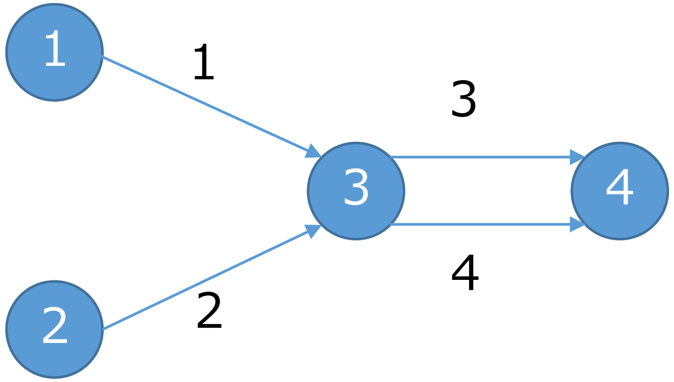
$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$

$$c_1^{14} = t_1\delta_{1,1}^{14} + t_2\delta_{2,1}^{14} + t_3\delta_{3,1}^{14} + t_4\delta_{4,1}^{14} = t_1 + t_3$$

$$x_3 = f_1^{14}\delta_{3,1}^{14} + f_2^{14}\delta_{3,2}^{14} + f_1^{24}\delta_{3,1}^{24} + f_2^{24}\delta_{3,2}^{24} = f_1^{14} + f_1^{24}$$

$$K_{14} = \{a_1 + a_3 : path1,\ a_1 + a_4 : path2\}$$

$$K_{24} = \{a_2 + a_3 : path1,\ a_2 + a_4 : path2\}$$



UEを最小化問題に定式化

＜Beckmann’s transformation＞

ネットワーク上の利用者均衡に基づく配分（利用者均衡配分）と等価な数理最適化問題

$$\min z(x) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

目的関数：ＵＥの場合
直感的意味はない

Subject to

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \qquad \forall\, r, s$$

フローの保存条件：ＯＤ表が
所与

$$f_k^{rs} \geq 0 \qquad \forall\, k, r, s$$

フローの非負条件：解の現実性

UEを最小化問題に定式化

数理最適化問題への定式化にあたっての仮定

定式化のためにリンクパフォーマンス関数にある仮定がなされた

・限定的な仮定（いやいやそうじゃないだろという仮定）

①あるリンクの旅行時間はそのリンク交通量の関数であって、他のリンク交通量の影響を受けない

・非限定的な仮定（まあ確かにそうだという仮定）

②交通量が多くなると、旅行時間も長くなる

UEを最小化問題に定式化

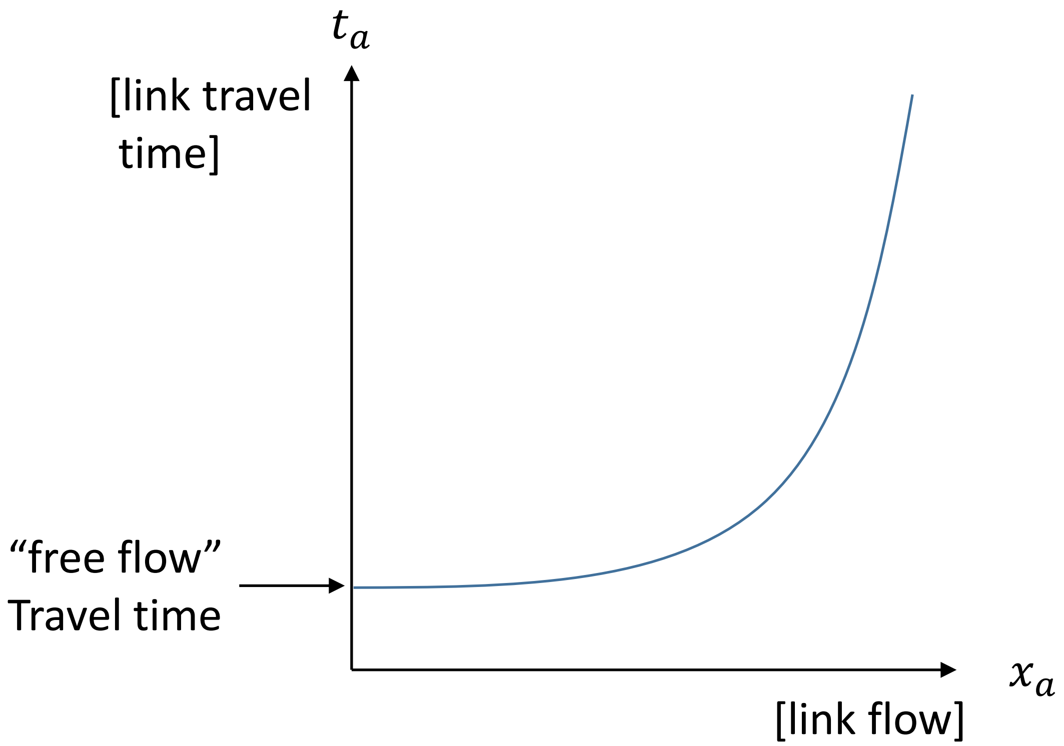
数理最適化問題への定式化にあたっての仮定

数式で条件を表すと…

① $\frac{\partial t_a(x_a)}{\partial x_b} = 0 \qquad \forall\, a \neq b$

② $\frac{\partial t_a(x_a)}{\partial x_a} > 0 \qquad \forall\, a$

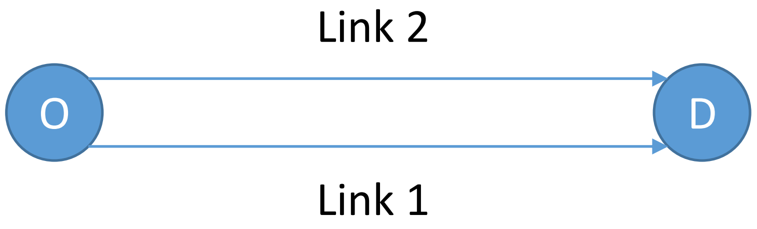
典型的リンクパフォーマンス関数



UEを最小化問題に定式化

簡単な問題設定による整合性の確認

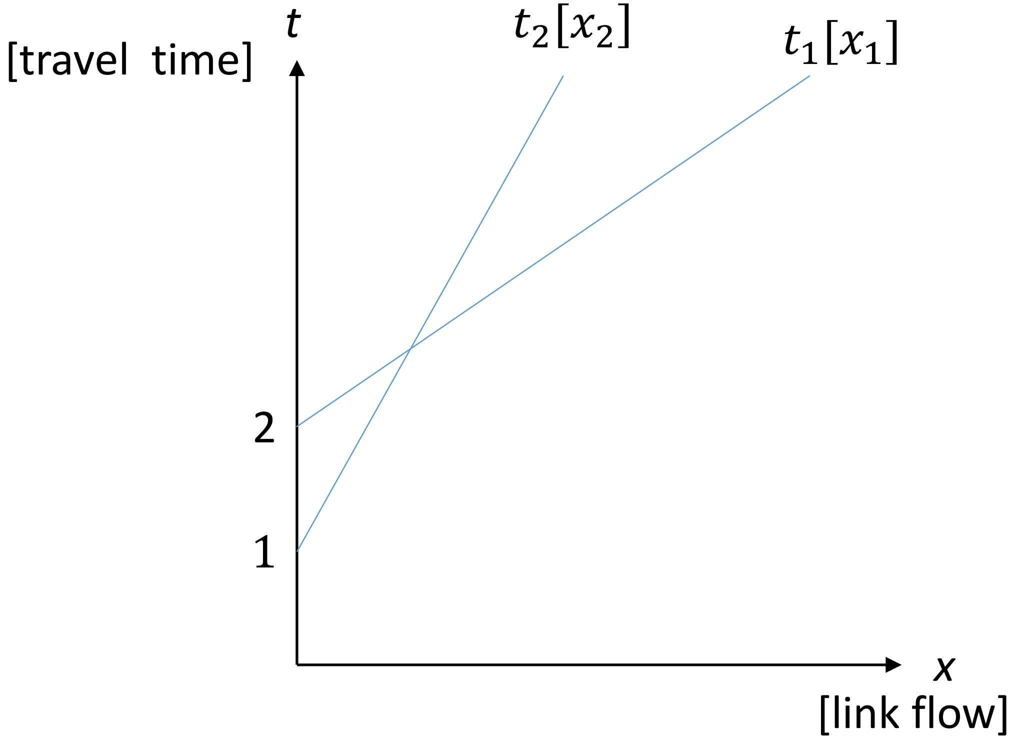
○問題設定



$$t_1 = 2 + x_1$$

$$t_2 = 1 + 2x_2$$

$$q = 5 \leftrightarrow x_1 + x_2 = 5$$



UEを最小化問題に定式化

<u>簡単な問題設定による整合性の確認</u>

○利用者均衡条件による解法

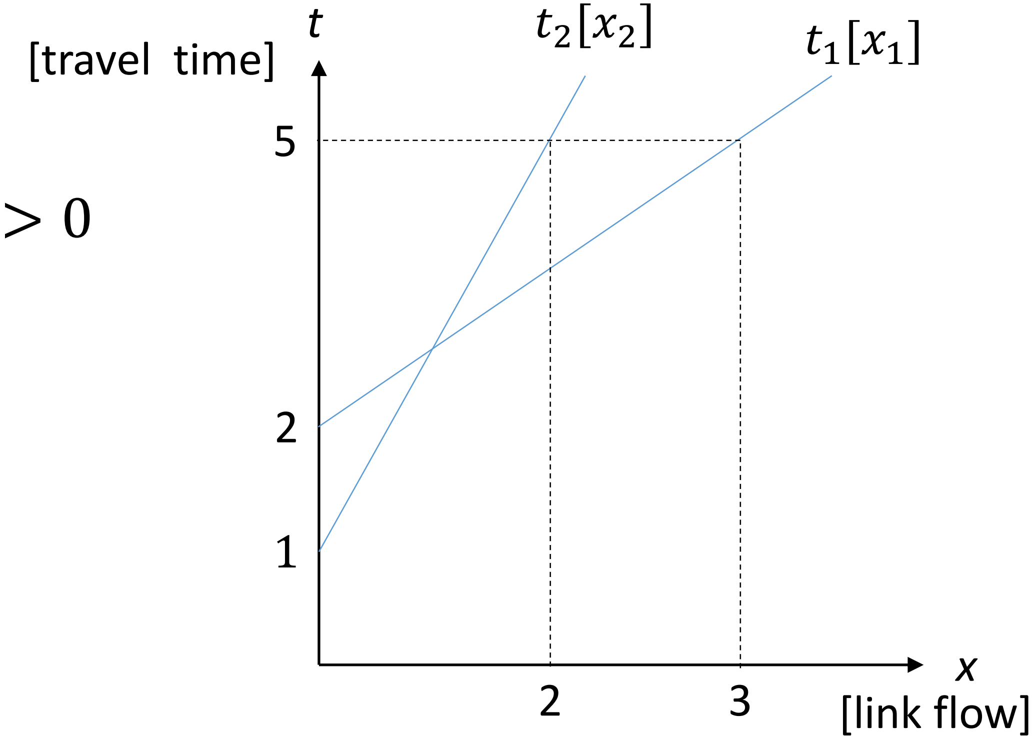
$t_1 \leq t_2 \quad if\ x_1 > 0 \quad \cap \quad t_1 \geq t_2 \quad if\ x_2 > 0$

$x_1 = 0\ or\ x_2 = 0$　では均衡しない

すなわち　$x_1, x_2 > 0$

したがって　$t_1 = t_2$

$x_1 = 3, \quad x_2 = 2, \quad t_1 = t_2 = 5$



UEを最小化問題に定式化

簡単な問題設定による整合性の確認

○ Beckmann’s transformationによる解法

$$\min z(\boldsymbol{x}) = \int_0^{x_1}(2+\omega)d\omega + \int_0^{x_2}(1+2\omega)d\omega$$

s.t. $x_1 + x_2 = 5, \quad x_1, x_2 > 0$

$z(\boldsymbol{x})$が2変数なので、$x_2 = 5 - x_1$を用い、
変数を減らす
（このとき$x_1, x_2 > 0 \leftrightarrow 0 < x_1 < 5$）

$$min\, z(x_1) = \int_0^{x_1}(2+\omega)d\omega + \int_0^{5-x_1}(1+2\omega)d\omega$$

$$z(x_1) = 1.5x_1^2 - 9x_1 + 30$$

zは$x_1 = 3(x_2 = 2)$で最小値をとり、2変数は
条件を満たすので　$x_1^* = 3,\ x_2^* = 2$

→解の一致

目次

1. ネットワークの表記の定義
2. UEを最小化問題に定式化
3. 最小化問題の解と均衡条件
4. 解の一意性の証明
5. UEにおける解の性質

最小化問題と均衡条件

<u>本章の導入</u>

本章では、より厳密に、「Beckmann’s transformationの一階条件⇔利用者均衡配分」を示す証明の際に、本参考書Chapter2において導入した最適化問題の解法を用いる

○ラグランジュの未定乗数法の応用

目的関数の変数が非負、制約条件が線形等式　→　以下の４式が最適解条件

$$x_i^* \frac{\partial L(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{u}^*)}{\partial x_i} = 0 \quad and \quad \frac{\partial L(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{u}^*)}{\partial x_i} \geq 0 \quad \forall\, i, \qquad \frac{\partial L(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{u}^*)}{\partial u_j} = 0 \quad \forall\, j, \qquad x_i^* \geq 0 \quad \forall\, i$$

変数の定義： $\boldsymbol{x}^* = \{x_1^*, \cdots, x_i^*, \cdots, x_I^*\}$　目的関数$z(\boldsymbol{x})$の最小値を与える解

$\boldsymbol{u}^* = \{u_1^*, \cdots, u_j^*, \cdots, u_J^*\}$　ラグランジュ乗数（Jは制約式の総数に一致）

最小化問題と均衡条件

＜Beckmann’s transformation（復習）＞

$$\min z(x) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

Subject to

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \qquad \forall\, r, s$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \qquad \forall\, k, r, s$$

定義より

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \qquad \forall\, a$$

最小化問題と均衡条件

＜ラグランジュ関数の定義＞

ラグランジュ関数を以下のように定義

$$L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{u}) = z(\boldsymbol{x}) + \sum_{rs} u_{rs}\left(q_{rs} - \sum_{k} f_k^{rs}\right)$$

ただし定義より、$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(\boldsymbol{f}) \quad \rightarrow \quad L(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{u}) = z[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{f})] + \sum_{rs} u_{rs}(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs})$と表せる

Beckmann’s transformationは、目的関数の変数$\boldsymbol{f}$が正、制約条件が線形等式である

したがって解の条件は

$$f_k^{rs} \frac{\partial L(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}} = 0 \quad and \quad \frac{\partial L(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}} \geq 0 \quad \forall\, r, s, k \quad \cdots (1)$$

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{u})}{\partial u_{rs}} = 0 \quad \forall\, r, s \quad \cdots (2)$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall\, r, s, k \quad \cdots (3)$$

最小化問題と均衡条件

（２）と（３）の条件について

ラグランジュ関数：$L(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{u}) = z[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{f})] + \sum_{rs} u_{rs}(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs})$

（２）の左辺を計算してみると、$\frac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial u_{rs}} = q_{rs} - \sum_k f_k^{rs}$

すなわち、（２）の条件　⇔　$q_{rs} - \sum_k f_k^{rs} = 0 \quad \forall\, r, s$　⇔　$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \quad \forall\, r, s$

となりフローの保存条件を表す

一方（３）の条件　$f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall\, r, s, k$　は、フローの非負条件を表しており、

解の現実性を担保する条件である

→　条件（１）が利用者均衡の条件と一致すれば整合性を確認できる

最小化問題と均衡条件

（１）の条件について

ラグランジュ関数：$L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u}) = z[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{f})] + \sum_{rs} u_{rs}(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs})$

（１）の条件：(a) $f_k^{rs} \boxed{\dfrac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}}} = 0 \quad and \quad (b) \boxed{\dfrac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}}} \geq 0 \quad \forall\, r,s,k$

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}} = \underbrace{\boxed{\frac{\partial}{\partial f_k^{rs}} z[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{f})]}}_{①} + \underbrace{\boxed{\frac{\partial}{\partial f_k^{rs}} \sum_{rs} u_{rs}(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs})}}_{②}$$

$$① : \frac{\partial z[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{f})]}{\partial f_k^{rs}} = \sum_a \underbrace{\boxed{\frac{\partial z(\boldsymbol{x})}{\partial x_a}}}_{①\text{-}1} \underbrace{\boxed{\frac{\partial x_a}{\partial f_k^{rs}}}}_{①\text{-}2}$$

最小化問題と均衡条件

（１）の条件について

$$
① : \frac{\partial z[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{f})]}{\partial f_k^{rs}} = \sum_a \overbrace{\boxed{\frac{\partial z(\boldsymbol{x})}{\partial x_a}}}^{①\text{-}1}\overbrace{\boxed{\frac{\partial x_a}{\partial f_k^{rs}}}}^{①\text{-}2}
$$

$$
①\text{-}1 : \frac{\partial z(\boldsymbol{x})}{\partial x_a} = \frac{\partial}{\partial x_a}\sum_a \int_0^{x_a} t_a\,(\omega) d\omega = t_a
$$

$$
①\text{-}2 : \frac{\partial x_a}{\partial f_k^{rs}} = \frac{\partial}{\partial f_k^{rs}}\sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} = \frac{\partial}{\partial f_k^{rs}} f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} = \delta_{a,k}^{rs}
$$

したがって

$$
① : \frac{\partial z[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{f})]}{\partial f_k^{rs}} = \sum_a \frac{\partial z(\boldsymbol{x})}{\partial x_a}\frac{\partial x_a}{\partial f_k^{rs}} = \sum_a t_a\, \delta_{a,k}^{rs} = c_k^{rs}
$$

最小化問題と均衡条件

（１）の条件について

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}} = \overbrace{\boxed{\frac{\partial}{\partial f_k^{rs}} z[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{f})]}}^{①} + \overbrace{\boxed{\frac{\partial}{\partial f_k^{rs}} \sum_{rs} u_{rs}\Big(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs}\Big)}}^{②}$$

②：$\frac{\partial}{\partial f_k^{rs}} \sum_{rs} u_{rs}(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs}) = \frac{\partial}{\partial f_k^{rs}} u_{rs}(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs}) = -u_{rs} \frac{\partial}{\partial f_k^{rs}} \sum_k f_k^{rs} = -u_{rs}$

したがって

$$\boxed{\frac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}}} = c_k^{rs} - u_{rs}$$

最小化問題と均衡条件

（１）の条件について

（１）の条件：(a) $f_k^{rs}\dfrac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}}=0 \quad and \quad (b)\ \dfrac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}}\geq 0 \quad \forall\, r,s,k$

$$(a) f_k^{rs}\frac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}}=0 \quad \Leftrightarrow \quad f_k^{rs}(c_k^{rs}-u_{rs})=0 \quad \forall\, r,s,k$$

$$(b)\ \frac{\partial L(\boldsymbol{f},\boldsymbol{u})}{\partial f_k^{rs}}\geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad c_k^{rs}-u_{rs}\geq 0 \quad \forall\, r,s,k$$

○（１）の条件の解釈

もし　$f_k^{rs}>0$　ならば　$c_k^{rs}=u_{rs}$　一方で　$f_k^{rs}=0$　ならば　$c_k^{rs}\geq u_{rs}$ ➡ $\boxed{u_{rs}^{*}=\min c_k^{rs}}$

⇔　*r*から*s*へ向かう経路にフローが流れているならばその旅行時間は経路によらず一定
　　フローが流れていなければ、その経路の旅行時間は他のフローが流れている経路の
　　旅行時間に等しいか、それより大きい

→　利用者均衡の定義に一致

目次

解の一意性の証明

本章の導入

(３章では、Beckmannの一階条件が、利用者均衡と同義であることを説明したので)

本章では、一階条件によって与えられた解が一意であること（ひとつw）を証明

(1)目的関数が最小値を与える解付近で狭義凸関数（下に凸な関数）

(2)目的関数全体が凸関数

(3)制約条件によって与えられる実行可能領域が凸集合

制約条件（$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \quad \forall r,s, \quad f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall k,r,s$）が線形等式と非負条件のみ

(3)実行可能領域が凸集合であることは明白

→　(1)(2)目的関数全体が狭義凸関数であることを証明すればよい！

解の一意性の証明

本章の導入（続き）

目的関数z(x)が凸関数である証明　→　関数の二階微分がすべてのxにおいて正

多変数目的関数である場合　→　ヘッセ行列が正定値行列

＜ヘッセ行列$H(f)$＞

$f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ において、あらゆる2変数の組み合わせ
における二階偏微分が存在　→

行列のi行j列(i,j={1,2,...,n})を$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$で表したもの

＜正定値行列＞

あるn次正方行列Aが与えられたときに、任意のn次列
ベクトルzにおいて二次形式$z^t Az$が必ず正となる行列

ヘッセ行列

$$H(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

解の一意性の証明

Beckmann's transformationの目的関数のヘッセ行列

目的関数：$z(x) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega$　※ここではリンク交通量xに関してヘッセ行列を求める

$$\frac{\partial z(\boldsymbol{x})}{\partial x_i} = t_i(x_i)$$

$$\frac{\partial^2 z(\boldsymbol{x})}{\partial x_i \partial x_j} = \begin{cases} \dfrac{dt_i(x_i)}{dx_i} & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

$$\Rightarrow$$

$$H(z) = \begin{bmatrix} \dfrac{dt_1(x_1)}{dx_1} & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & \dfrac{dt_2(x_2)}{dx_2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{dt_3(x_3)}{dx_3} & & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \dfrac{dt_A(x_A)}{dx_A} \end{bmatrix}$$

解の一意性の証明

Beckmann's transformationの目的関数のヘッセ行列

任意の列ベクトル：$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_A \end{bmatrix}$

二次形式：$y^t H(z) y = (y_1 \quad \cdots \quad y_A) \begin{bmatrix} \frac{dt_1(x_1)}{dx_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{dt_A(x_A)}{dx_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_A \end{bmatrix}$

$$= y_1^2 \frac{dt_1(x_1)}{dx_1} + y_2^2 \frac{dt_2(x_2)}{dx_2} + \cdots + y_A^2 \frac{dt_A(x_A)}{dx_A} > 0 \quad (\because \frac{\partial t_a(x_a)}{\partial x_a} > 0 \quad \forall\, a)$$

リンクパフォーマンス関数の仮定

解の一意性の証明

<u>解の一意性の証明</u>

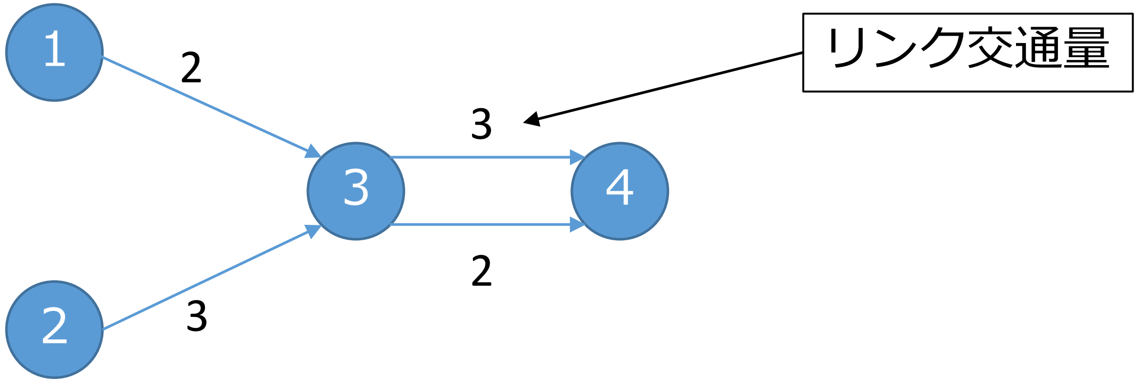
$y^t H(z) y > 0$

→　目的関数のヘッセ行列は正定値行列

→　目的関数は凸関数（リンクパフォーマンス関数の仮定は必要）

※リンク交通量xに関して解が一意　≠　パスフロ―に関して解が一意

（例）



目次

UEにおける解の性質

<u>本章の導入</u>

UEと類似したSO(システム最適化配分)

両者を比較　→　UEの性質を抽出

Topic：“Braess’s paradox”

UEにおける解の性質

SO(システム最適化配分)

$$\min z(x) = \sum_a \boxed{x_a t_a(x_a)}$$

直感的意味：総旅行時間の最小化

Subject to

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \qquad \forall\, r,s$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \qquad \forall\, k,r,s$$

等しい

U E (利用者均衡配分)

$$\min z(x) = \sum_a \boxed{\int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega}$$

直感的意味：なし
個人的イメージ：個人旅行時間の最小化

Subject to

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \qquad \forall\, r,s$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \qquad \forall\, k,r,s$$

UEにおける解の性質

SO(システム最適化配分)

UE(利用者均衡配分)

ラグランジュの未定乗数法を用いて計算

$$f_k^{rs}(\tilde{c}_k^{rs} - \tilde{u}_{rs}) = 0$$

$$\tilde{c}_k^{rs} - \tilde{u}_{rs} \geq 0$$

$$\tilde{c}_k^{rs} = \sum_a \delta_{a,k}^{rs} \tilde{t}_a$$

型は類似

$$f_k^{rs}(c_k^{rs} - u_{rs}) = 0$$

$$c_k^{rs} - u_{rs} \geq 0$$

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs}$$

ただし

$$\tilde{t}_a = t_a(x_a) + x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$$ 個人の旅行時間＋単位リンク交通量増加による全体の旅行時間増加

※保存条件と非負条件は割愛

UEにおける解の性質

<u>システム最適配分と利用者均衡配分の違い</u>

○システム最適配分

システム全体の旅行時間の最小化

個人の旅行時間の最小化ではない

→　均衡しない

○利用者均衡配分

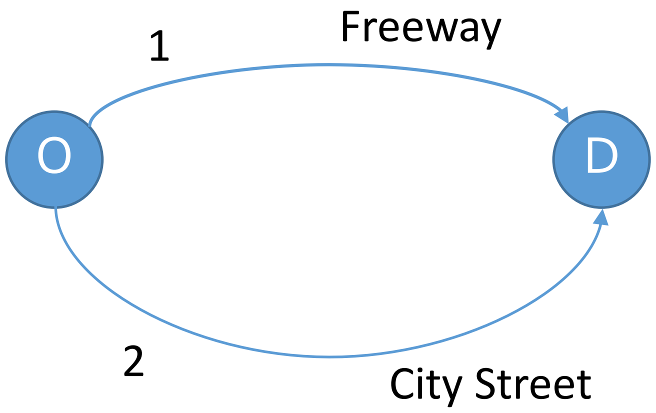
個人の旅行時間の最小化

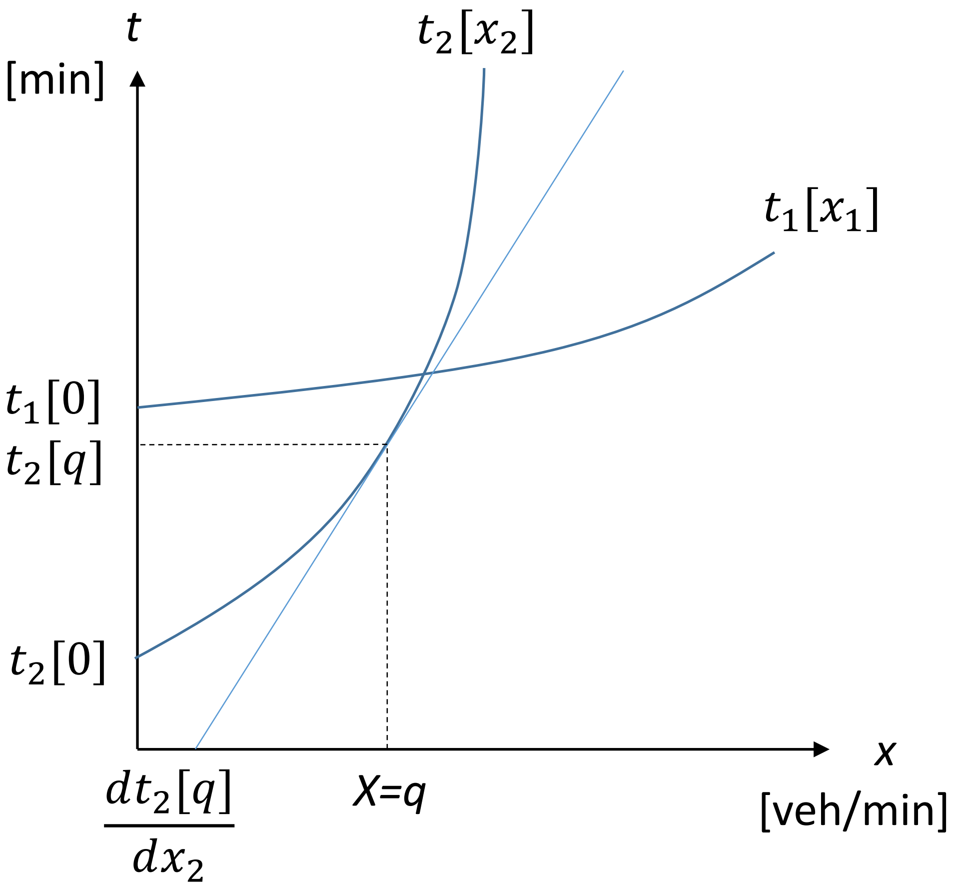
→　安定した均衡を得られる

特殊な場合にのみシステム最適配分と利用者均衡配分が一致する

UEにおける解の性質

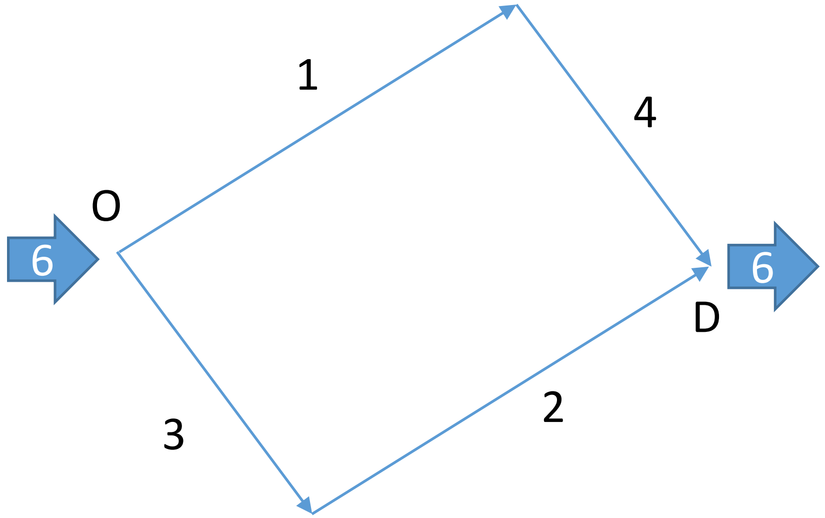
システム最適配分と利用者均衡配分の違い(例)

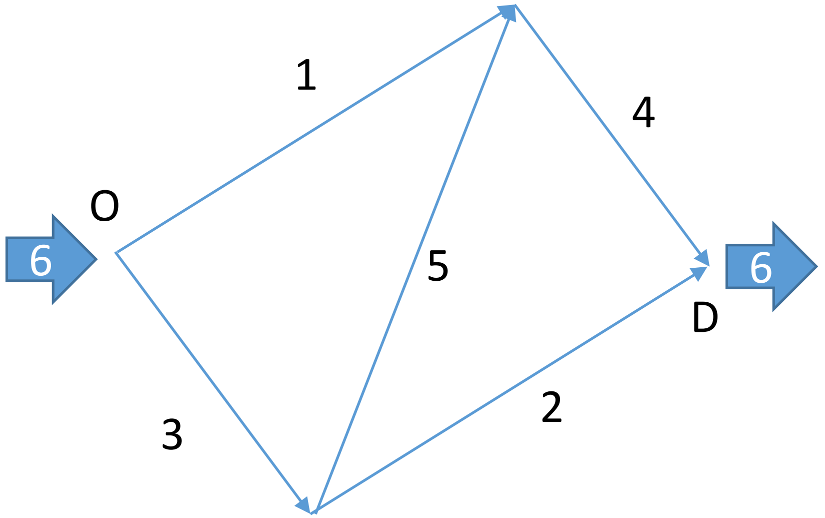




UEにおける解の性質

<u>"Braess' paradox"</u>





$$t_1[x_1] = 50 + x_1$$
$$t_2[x_2] = 50 + x_2$$
$$t_3[x_3] = 10x_3$$
$$t_3[x_4] = 10x_4$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 3$$
$$minc^{OD} = 83$$

$$t_5[x_5] = 10 + x_5$$

$$x_1 = x_2 = 2$$
$$x_3 = x_4 = 4$$
$$x_5 = 2$$
$$minc^{OD} = 92$$

UEにおける解の性質

まとめ

- システム最適配分　≠　利用者均衡配分
- 道路容量の増加　→　渋滞緩和とは限らない
- 道路容量の制限　→　渋滞緩和につながるときも(例：Ramp metering)