離散選択モデルの基礎

MNL, NL, RLの基礎

2024.4.18

M2 倉澤龍平
M2 白井帆香

スタートアップゼミ#3

目次

目次

行動のモデリング

行動の例：今日のお昼ご飯に何を食べるか？？

- 選択肢がいくつか思い浮かぶはず(学食，コンビニ，キッチンカーなど)
- それらの中からさまざまな基準で選択を行う
  - 値段，量，味，場所など

→**行動は選択(意思決定)の帰結である**

私たちのよく扱う選択の対象

- 交通手段の選択
- 経路の選択
- 目的地の選択

→有限個の選択肢の中から1つを選ぶ，という形に落とし込むことが多い(**離散選択**)

モデリングの設定(交通手段選択を例として)

ポイント：何を選択するか？

交通手段，経路，目的地，etc.

ポイント：選択肢集合は？

車を持っているか？などで変わってくる

選択肢の特性は？

料金，時間，快適性，etc.

意思決定者

選択

ポイント：選択のルールは？

選択肢集合

ポイント：意思決定者は？

個人，世帯，組織，国，etc.

意思決定者の特性は？

年齢，性別，家族構成，etc.

練習(時間があったら最後に議論)

みなさんの研究課題に関する範囲でどのような選択行動や意思決定を取り扱うかを考えてみましょう.

- 課題にもします

ポイント

何を選択するか？/意思決定者は？/選択肢集合は？

目次

効用最大化の仮定

意思決定のルール

意思決定者は，**効用**を最大にする選択肢を選ぶ

＝

満足度を数値化したもの

効用の立式

- (選択に影響する説明変数)×(その重要度(=**パラメータ**))の和で表す
- **誤差項**を用いて確率変数として扱う(未観測変数などの影響を考慮するため)

$$U_{\mathrm{car}} = \underbrace{V_{\mathrm{car}}}_{\text{確定項}} + \underbrace{\varepsilon_{\mathrm{car}}}_{\text{誤差項}} = \beta_{\mathrm{time}} x_{\mathrm{time,car}} + \underbrace{\beta_{\mathrm{cost}}}_{\text{パラメータ}} \underbrace{x_{\mathrm{cost,car}}}_{\text{説明変数}} + \varepsilon_{\mathrm{car}}$$

MNL(多項ロジットモデル)

引き続き，交通手段選択(徒歩，車，電車)問題を考える

$$U_{\mathrm{walk}} = V_{\mathrm{walk}} + \varepsilon_{\mathrm{walk}}, \qquad U_{\mathrm{car}} = V_{\mathrm{car}} + \varepsilon_{\mathrm{car}}, \qquad U_{\mathrm{train}} = V_{\mathrm{train}} + \varepsilon_{\mathrm{train}}$$

ある選択肢iが選ばれる確率は,

$$P(i) = \Pr\left(U_i > U_j \text{ for any } j(\neq i)\right) = \Pr(U_i > \max(U_j))$$

この確率がどのように記述できるかは，誤差項ε_iの分布による

誤差項が**正規分布**であると仮定→計算が大変！！

($\because$ $\max(U_j)$が簡単な分布にならない→多重積分による計算が必要)

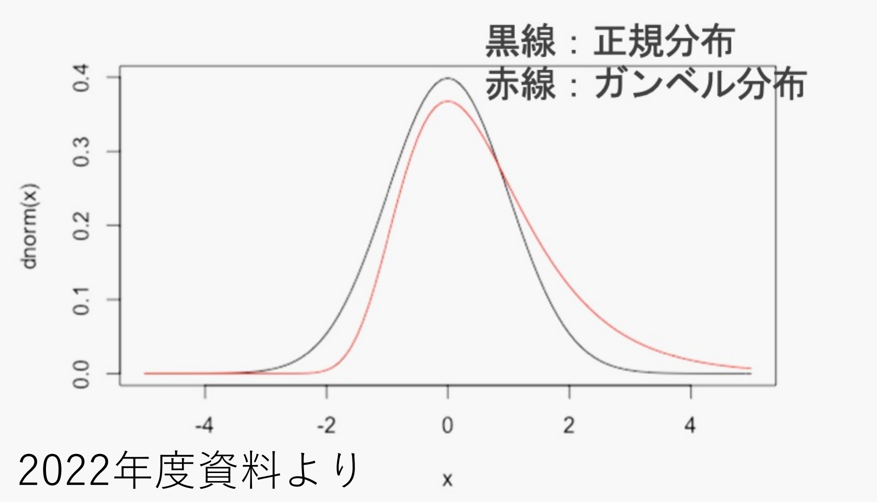
$$P(\mathrm{car}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon_{\mathrm{car}} \int_{-\infty}^{V_{car}-V_{walk}} d\varepsilon_{\mathrm{walk}} \int_{-\infty}^{V_{car}-V_{train}} d\varepsilon_{\mathrm{train}} \phi(\varepsilon_{\mathrm{walk}}, \varepsilon_{\mathrm{car}}, \varepsilon_{\mathrm{train}})$$

MNL(多項ロジットモデル)

もうすこし楽に計算できるいい分布はないか？

→**ガンベル分布**を採用

$$\varepsilon_i \sim Gb(0, \mu), \qquad f_\varepsilon(t) = \mu e^{-\mu t} e^{-e^{-\mu t}}$$



2022年度資料より

ガンベル分布の嬉しい性質：

「ガンベル分布に従う確率変数の最大値もガンベル分布に従う」

などを使うと，選択確率が**積分なし(閉形式)**で書ける

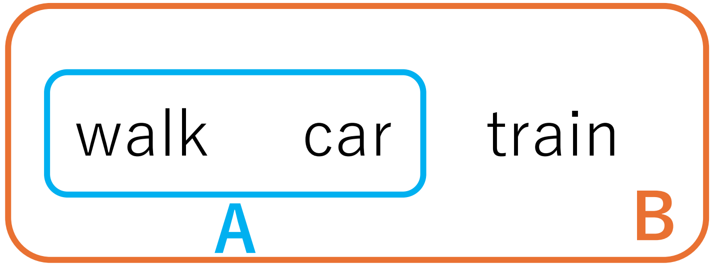
$$\Pr\left(U_i > \max\left(U_j\right)\right) = \frac{\exp(\mu V_i)}{\sum_{j \in C} \exp(\mu V_j)}$$

※スケールパラメータ$\mu = 1$と固定することが多い

※式展開について詳しく知りたい場合はM2林の資料を参照

MNLの課題:IIA特性

ロジットモデルでは，選択確率の比はその他の選択肢の影響を受けない



$$P(car|A) = \frac{\exp(\mu V_{\text{car}})}{\exp(\mu V_{\text{car}}) + \exp(\mu V_{\text{walk}})}$$

$$P(car|B) = \frac{\exp(\mu V_{\text{car}})}{\exp(\mu V_{\text{car}}) + \exp(\mu V_{\text{walk}}) + \exp(\mu V_{\text{train}})}$$

$$\frac{P(walk|A)}{P(car|A)} = \frac{\exp(\mu V_{\text{walk}})}{\exp(\mu V_{\text{car}})} = \frac{P(walk|B)}{P(car|B)}$$

この性質は，**選択肢に類似性がある場合**に不合理を引き起こす

IIA特性の問題点:赤バス青バス問題

選択肢が赤バスと自動車だけ

	赤バス	自動車
選択確率	**0.5**	**0.5**

選択肢に青バスを追加

	赤バス	青バス	自動車
(自然な)選択確率	**0.25**	**0.25**	**0.5**
MNLの結果	**0.33**	**0.33**	**0.33**

あれ？

選択肢には互いに関係する(=**誤差が相関する**)ものがないことが重要

※相関がある場合は別のモデルを適用

→**Nested Logit**(後で説明)，多項プロビット，Mixed Logitなど

パラメータ推定：最尤推定

$$U_{\mathrm{car}} = \beta_{\mathrm{time}} x_{\mathrm{time,car}} + \beta_{\mathrm{cost}} x_{\mathrm{cost,car}} + \varepsilon_{\mathrm{car}}$$

パラメータはどうやって求める？→**実際の行動データから推定する！**

最尤推定

＝実際の行動を予測する確率が最も高くなるようにパラメータを設定

説明変数$\boldsymbol{x}_i$の個人が選択肢y_iを選択する確率を$P(y_i; \boldsymbol{x}_i)$とおく．観測した結果が得られる確率は

$$\prod_i P(y_i; \boldsymbol{x}_i) = \prod_i \frac{\exp(\mu V_i)}{\sum_{j \in C} \exp(\mu V_j)}$$

これをパラメータ$\boldsymbol{\beta}$の関数と見る(=**尤度関数**)

$$L(\boldsymbol{\beta}) = \prod_i \frac{\exp(\mu V_i)}{\sum_{j \in C} \exp(\mu V_j)}$$

パラメータ推定：最尤推定

尤度関数$L(\boldsymbol{\beta})$を最大化するパラメータ$\boldsymbol{\beta}$を求める

尤度関数は確率の積→値が小さくなりすぎてしまう

→**対数尤度を最大化**する問題に

$$LL(\boldsymbol{\beta}) = \sum_i \log P(y_i; \boldsymbol{x}_i)$$

最大化はライブラリで計算

効用関数設計のヒント

ポイント1：一意に定まるような定式化

- すべての効用関数に定数項を入れてはいけない
  - 無数に解が考えられてしまうため．1つだけつけずに，基準を作る

$$
\begin{aligned}
V_{\text{car}} &= \beta_{\text{car}} + \beta_{\text{time}} x_{\text{time,car}} + \beta_{\text{cost}} x_{\text{cost,car}} \\
V_{\text{walk}} &= \qquad\quad \beta_{\text{time}} x_{\text{time,walk}} + \beta_{\text{cost}} x_{\text{cost,walk}} \\
V_{\text{train}} &= \beta_{\text{train}} + \beta_{\text{time}} x_{\text{time,train}} + \beta_{\text{cost}} x_{\text{cost,train}}
\end{aligned}
$$

ポイント2：説明変数の相関

- 相関が強い説明変数を入れるとパラメータの誤差が大きくなる(ex. 移動時間と金額)
  - 相関が強い説明変数を入れない
  - もしくは，既存の変数を組み合わせて相関の弱い新しい説明変数を作る(ex.金額を「1時間あたりの金額」に変更する)

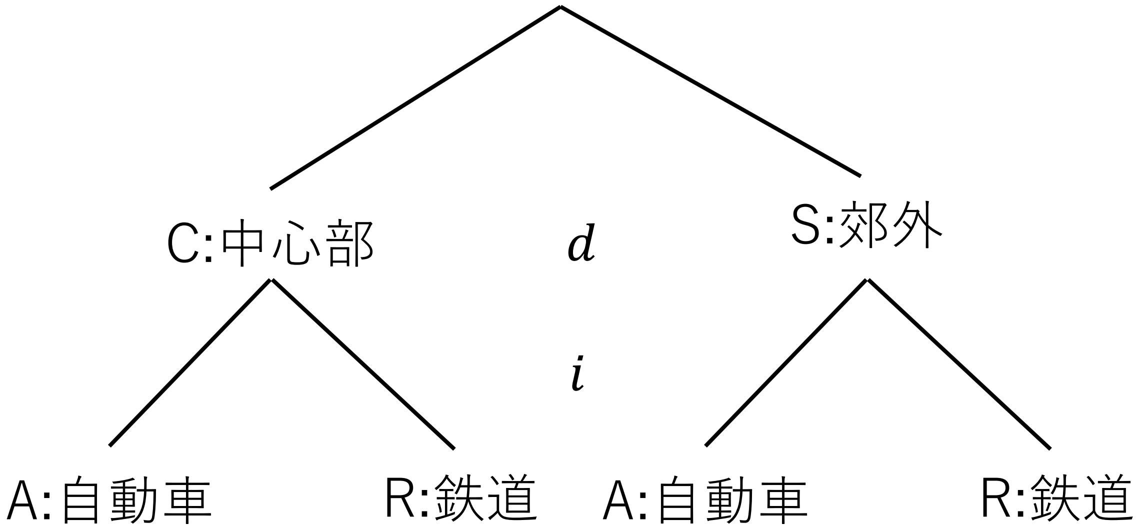
目次

NL(=Nested Logit)

- IIA特性を緩和したモデル
- **選択肢にネスト構造を設けて相関に対応**

ex)目的地と交通手段の選択

$$U_{di} = V_d + V_i + V_{di} + \varepsilon_d + \varepsilon_{di}$$



V_d: 目的地選択に特有の確定項

V_i: 交通手段選択に特有の確定項

V_{di}: 目的地選択と手段選択の組み合わせで決まる確定項

ε_d: 目的地選択の誤差項．U_{di}の最大値がスケールパラメータμ_dをもつガンベル分布になるような分布に従う

ε_{di}: 目的地選択の誤差項．スケールパラメータμをもつガンベル分布に従う

NL(=Nested Logit)

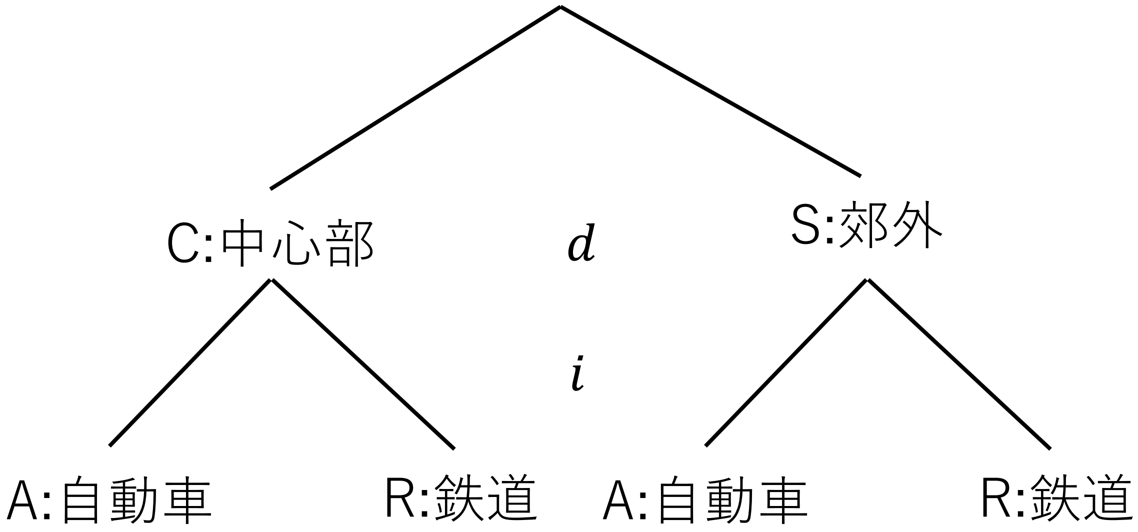
選択確率の計算

2つの要素に分けて計算

$$P(d,i) = P(i|d)P(d)$$

どちらも閉形式で計算可能

※詳細な計算は過年度資料(2022年度スタートアップ#2など)を参照



$$P(i|d) = \frac{\exp(\mu(V_i + V_i))}{\sum_{i'} \exp(\mu(V_{i'} + V_{di'}))}$$

$$P(d) = \frac{\exp(\mu_d(V_d + V'_d))}{\sum_{d'} \exp(\mu_{d'}(V_{d'} + V'_{d'}))}$$ ただし$V'_d = \frac{1}{\mu}\sum_i \exp(\mu(V_i + V_{di}))$

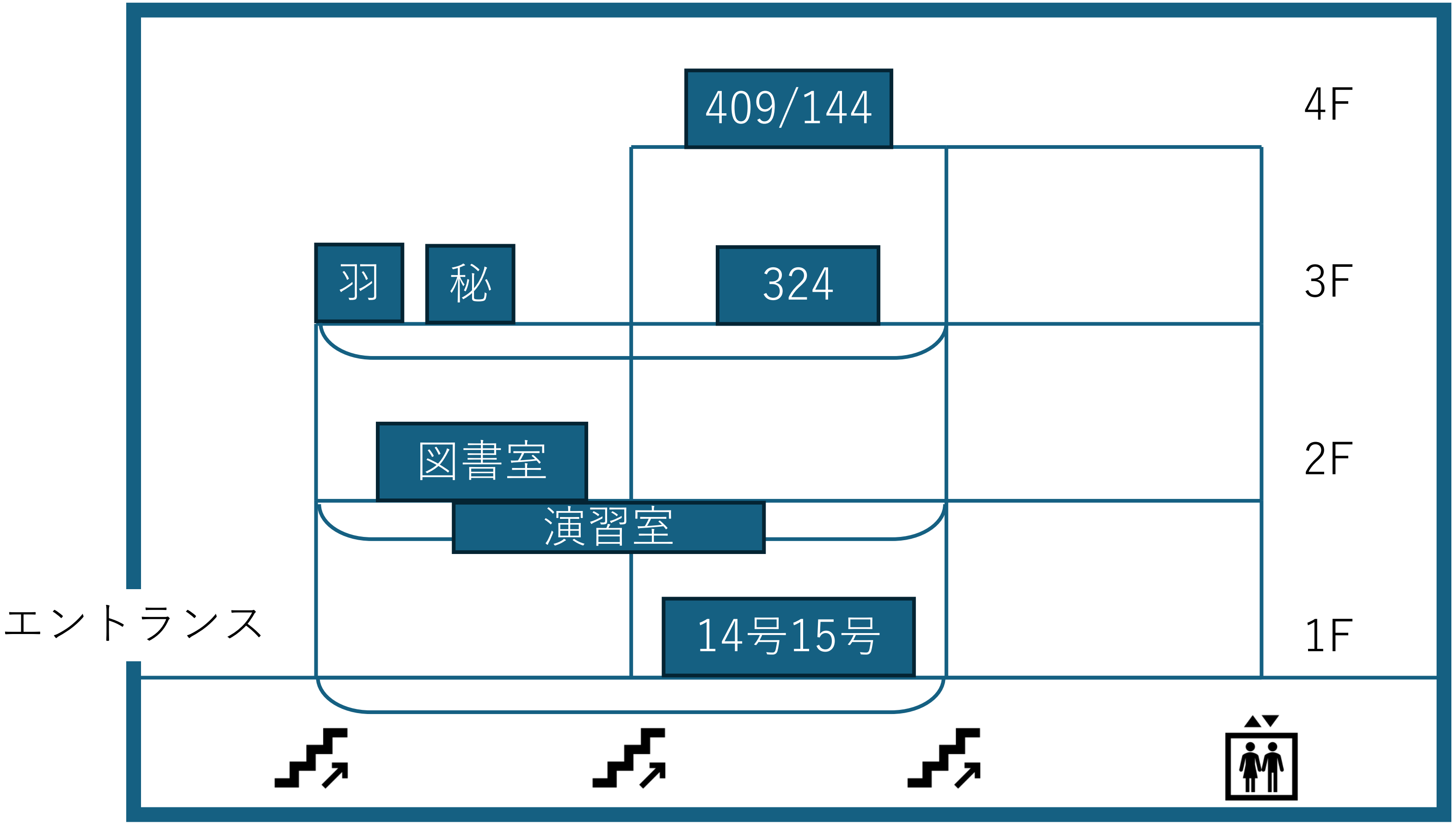
NL(=Nested Logit)

推定上の注意

- スケールパラメータは1つ固定してあげる必要がある
  - 最下層のスケールパラメータを1に固定することが多い
- スケールパラメータは上位のネストのものが小さくなる
  - $\mu > \mu_d$となる
  - もしこのようにならなかった場合，ネスト構造の仮定が成り立たないので見直す必要がある

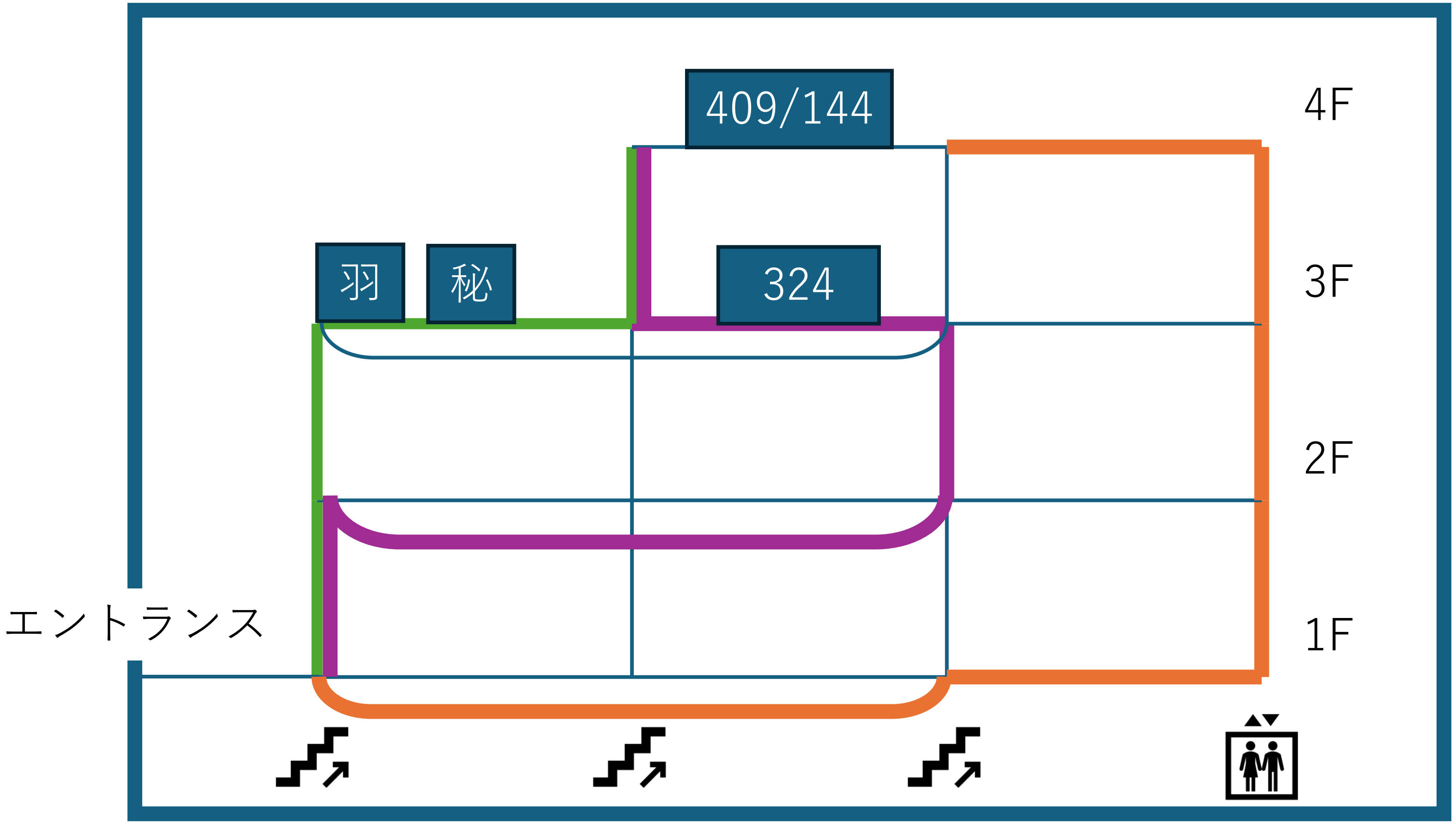
目次

工学部１号館



工学部１号館

経路(path)ベース



選択肢：経路
→MNLモデルで記述可能

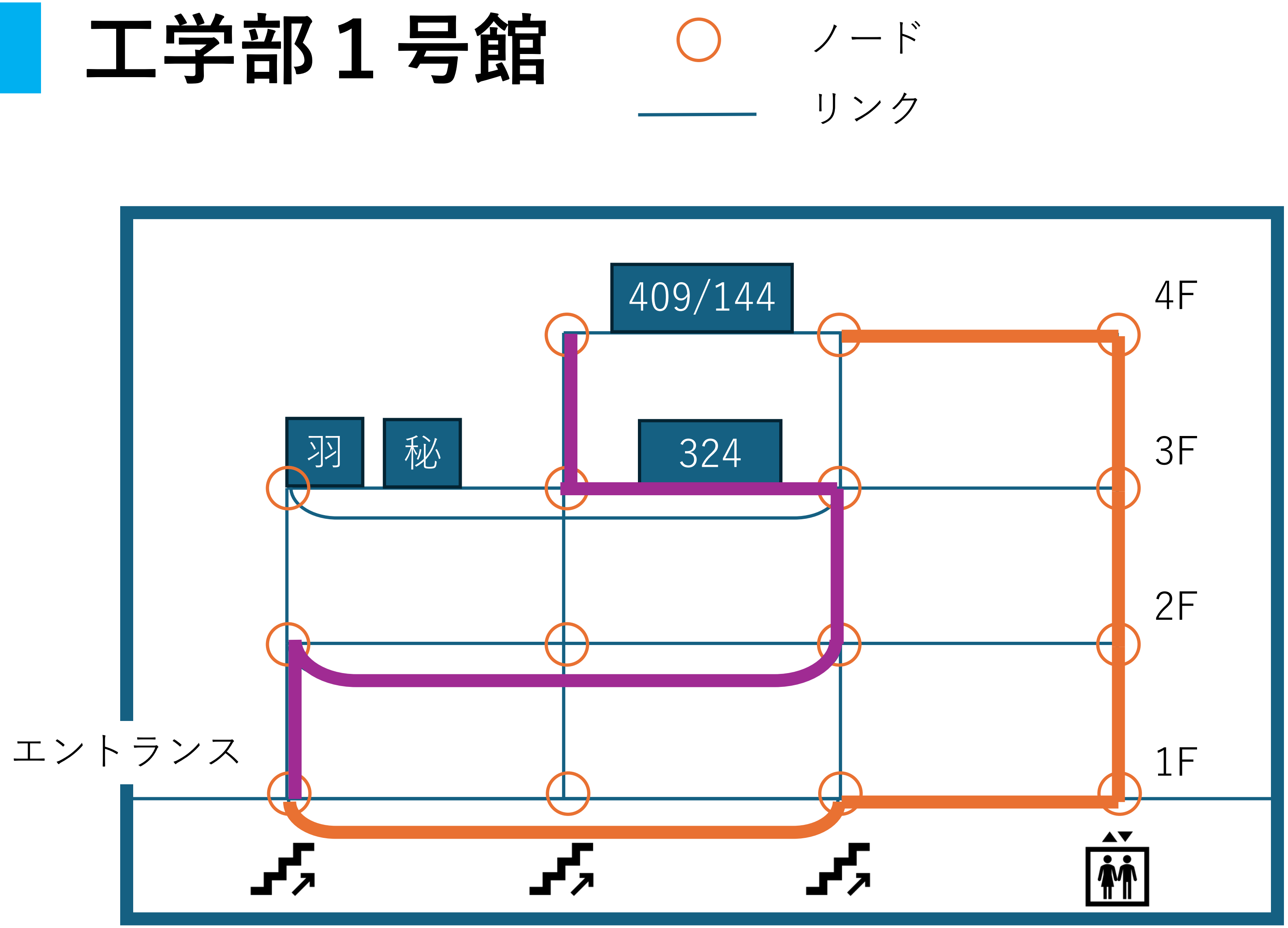
問題点

- 経路の羅列は不可能
（組み合わせ爆発）

解決方法

- サンプリング
  - 経路集合を定める
- 逐次的選択を仮定
  - 経路列挙は不要

工学部１号館



リンクベース

経路選択を「逐次的なリンク選択」として捉える→経路列挙不要

各選択時点では…
選択肢：リンク
→MNLで記述可能

効用 ＝ **即時効用** ＋ **期待効用**

すぐ得られる効用

将来的に得られそうな効用

Recursive Logit (RL) Model

2017

A link based network route choice model with unrestricted choice set

Mogens Fosgerau[a,b], Emma Frejinger[c,*], Anders Karlstrom[d]

[a] Technical University of Denmark, Denmark
[b] Centre for Transport Studies, Sweden
[c] DIRO, Université de Montréal, Canada
[d] KTH Royal Institute of Technology, Dept. of Transport Science, Division of Transport and Location Analysis, and Centre for Transport Studies, Stockholm, Sweden

2013

A discounted recursive logit model for dynamic gridlock network analysis

Yuki Oyama[a,*], Eiji Hato[b]

[a] Transport and Mobility Laboratory, School of Architecture, Civil and Environmental Engineering, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland
[b] Department of Civil Engineering, The University of Tokyo, Japan

KeyWords

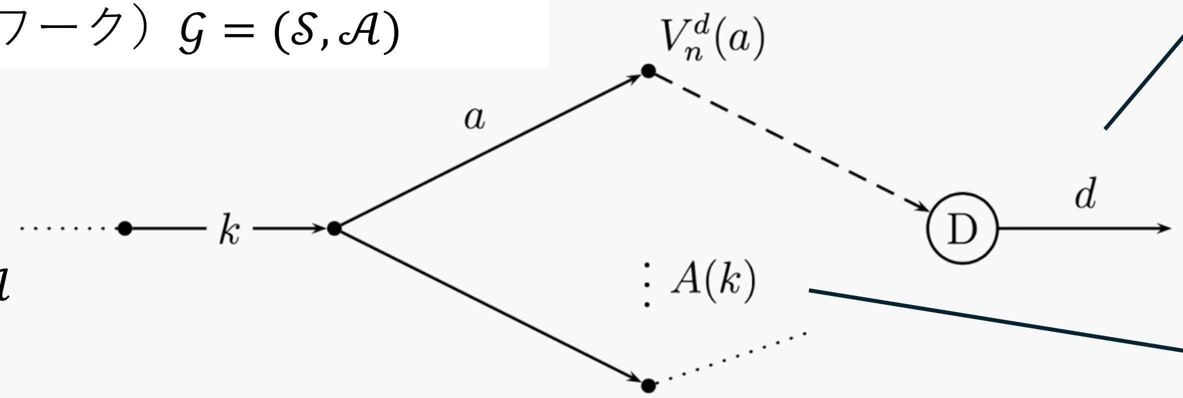
#sequential 逐次的
#recursive 再帰的
#Markov property マルコフ過程
#discount (時間)割引

Recursive Logit Model

有向連結グラフ（ネットワーク）$\mathcal{G} = (\mathcal{S}, \mathcal{A})$

- $\mathcal{S}$: ノード集合
- $\mathcal{A}$: リンク集合

  リンク$k, a \in \mathcal{A}$



D　目的地ノード
d　ダミーリンク

$\mathcal{A}(k)$
リンクkの終点から出るリンクの集合

- 効用関数
  - 即時効用 $u_n(a|k) = \underbrace{v_n(a|k)}_{\text{確定項}} + \underbrace{\mu\varepsilon_n(a)}_{\text{誤差項}}$

    旅行者nがリンクkにいる状態で選択肢集合$\mathcal{A}(k)$からリンクaを選択する
  - 期待効用 $V_n^d(a)$

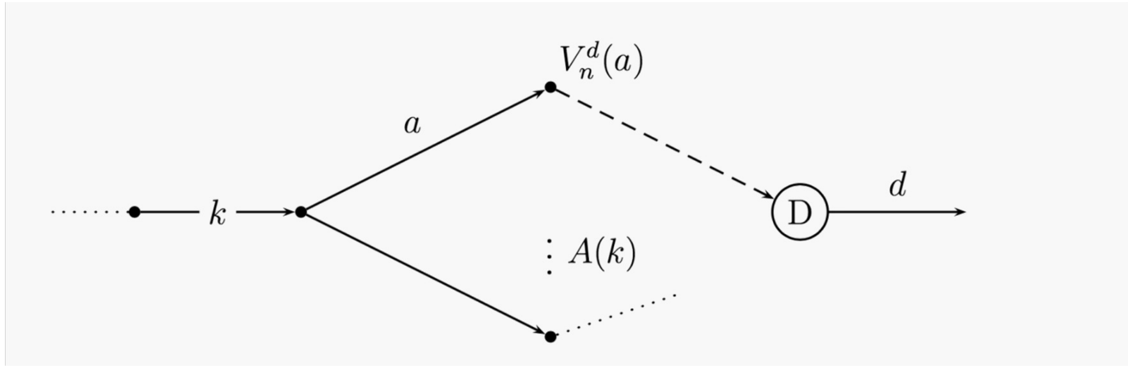
    " expected downstream utility "

    ※ $v_n(d|k) = 0$

マルコフ過程(Markov process)に従うと仮定
未来の状態は現在の状態にのみ依存し、過去の履歴には依存しない確率過程

Recursive Logit Model

- 効用関数
  - 即時効用 $u_n(a|k) = v_n(a|k) + \mu\varepsilon_n(a)$
  - 期待効用 $V_n^d(a)$



リンクkを選んだ場合の目的地dまでの期待効用

$\mathcal{A}(k)$ の中から効用(即時効用+期待効用)が最大のものを選ぶ

価値関数

$$\boxed{V_n^d(k)} = E\Big[\boxed{\max_{a\in\mathcal{A}(k)} \big(v_n(a|k) + \boxed{V_n^d(a)} + \mu\varepsilon_n(a)\big)}\Big]$$

リンクaを選んだ場合の目的地dまでの期待効用

Bellman方程式

現時点の価値関数は、次の時点での価値関数に依存→**再帰的(Recursive)**

- 価値関数の求め方→Bellman方程式を解く
  - 逆行列計算
  - 後ろ向き帰納法+反復法

Recursive Logit Model

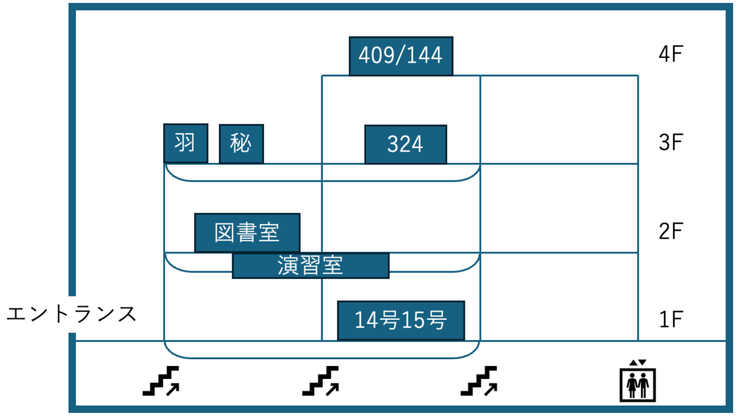
選択確率の計算

<u>遷移確率</u>: リンクa_jにいる状態でリンクa_{j+1}を選ぶ確率　　※遷移自体は確定的

$$p(a_{j+1}|a_j) = \frac{e^{\frac{1}{\mu}\{v(a_{j+1}|a_j)+V(a_{j+1})\}}}{\sum_{a'_{j+1}\in\mathcal{A}(a_j)} e^{\frac{1}{\mu}\{v(a'_{j+1}|a_j)+V(a'_{j+1})\}}}$$

<u>経路の選択確率</u>: 経路$\sigma = [a_1, \cdots, a_J]$が選択される確率

$$P(\sigma = [a_1, \cdots, a_J]) = \prod_{j=1}^{J-1} p(a_{j+1}|a_j)$$



ネットワークの空間知識を
経験によって獲得している状態

空間知識の欠如・曖昧さ

即時効用と期待効用の
重さが異なる
⇩
時間割引率

将来の不確実性

Discounted Recursive Logit Model

時間割引率βを導入

$$V_n^d(k) = E[\max_{a \in \mathcal{A}(k)} (v_n(a|k) + \beta V_n^d(a) + \mu \varepsilon_n(a)]$$

$0 \leq \beta \leq 1$

- $\beta = 1$: 即時効用と期待効用と同じ重みで評価
- $\beta = 0$: 即時効用のみに基づき近視眼的に評価

一般的に

時間割引率　＝　将来の価値を現在価値に換算する(割り引く)ための主観的な尺度

現在価値 = 将来価値 / (1 + 時間割引率) ^{n}

↑リスク・不確実性

経路表現とRLモデル

Causal Inference of Pedestrian Behavior with-without COVID-19 in High Density Shibuya Urban Spaces(Masuhashi,Hato,2022)

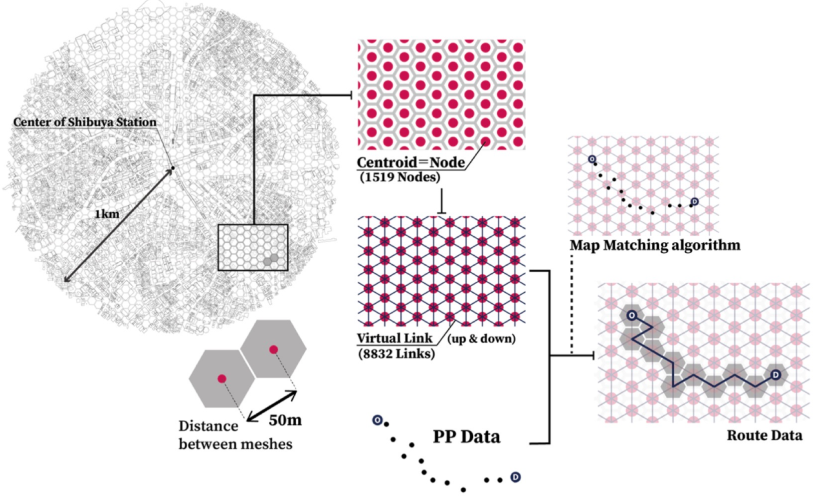
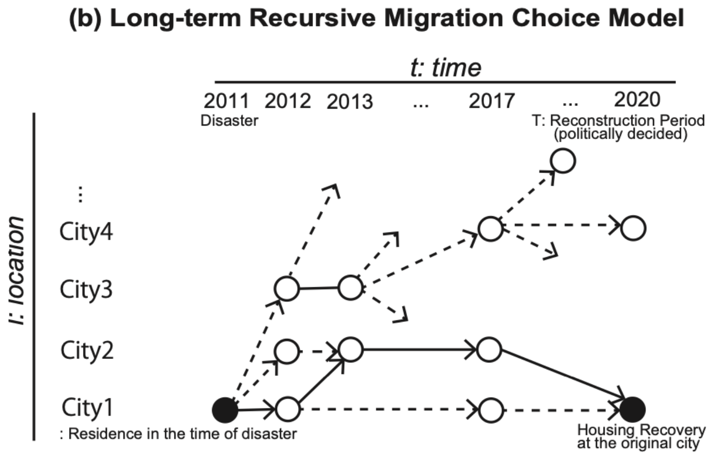
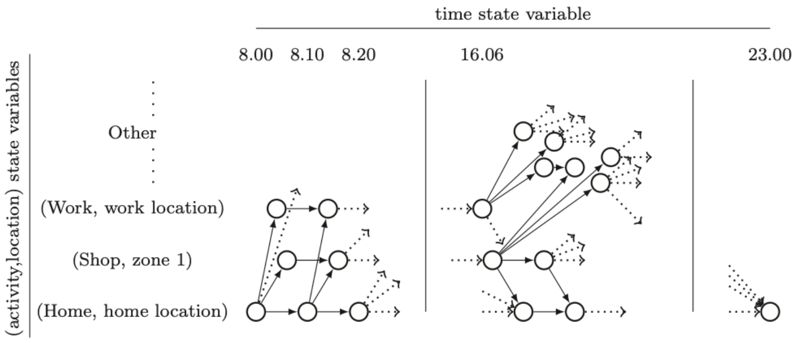


Figure 1 – *Network configuration and route extraction procedures*

Modeling Long-term Recursive Migration Choices after Super Disasters: A Case Study of the Great East Japan Earthquake(Koseki,Hato,2021)



Capturing correlation with a mixed recursive logit model for activity-travel scheduling (Zimmerman et al.,2017)



歩行者の回遊行動
ノード：メッシュのセントロイド
リンク：歩行軌跡←マップマッチング

被災者の長期避難履歴
ノード：避難先(市町村)←サンプリング
リンク：自宅再建までの避難履歴

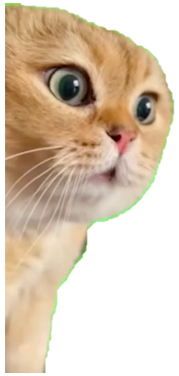
1日のスケジュール
ノード：状態(活動種類×場所)
リンク：移動

※mixed RL

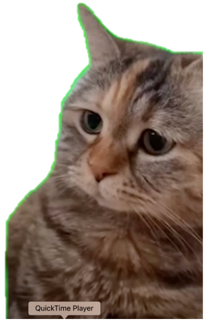
目次

推定の信頼性

- コードが回った！
- モデル推定の結果が出た！！



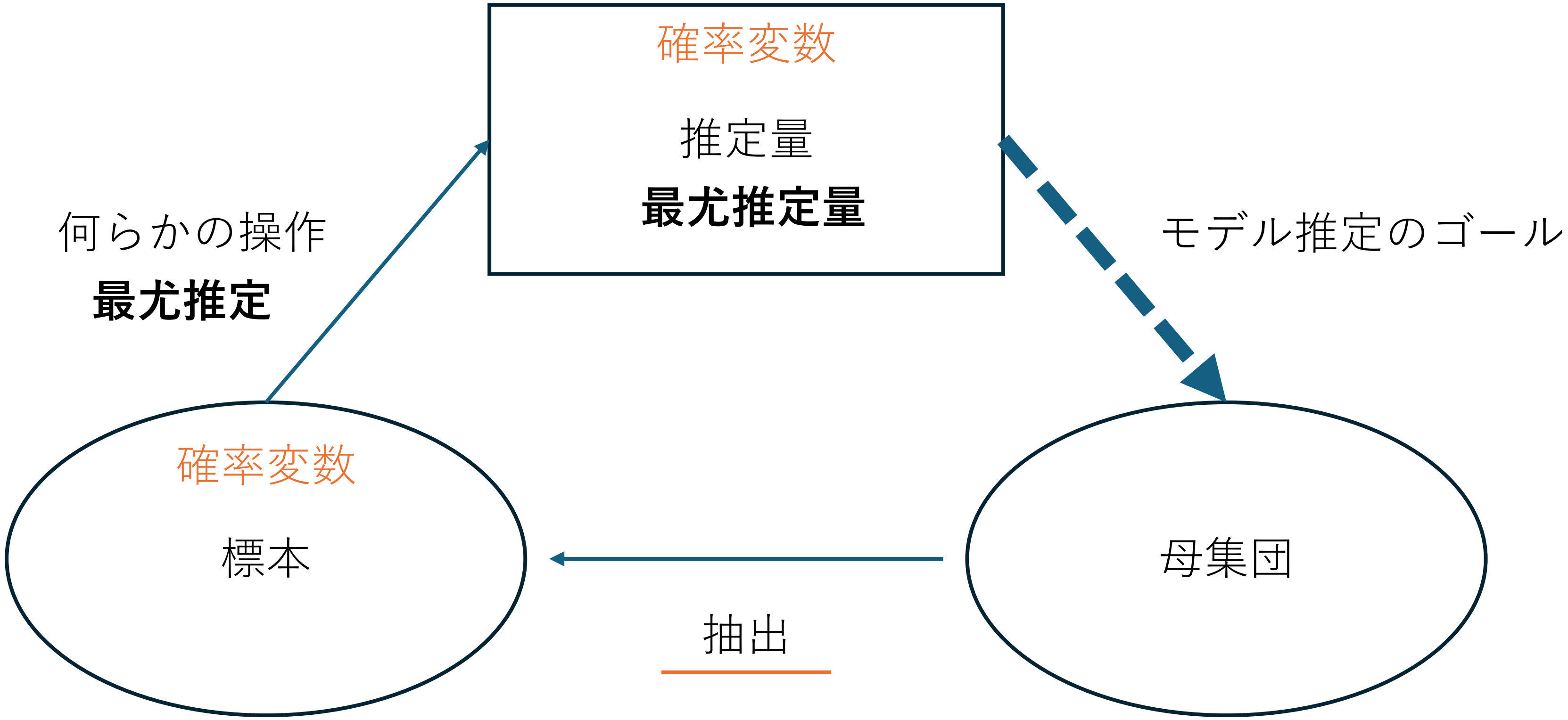
So what?



- 推定値は統計的に意味がある？　　**t検定**
- モデルは良いモデルだった？

- 実際のデータによく当てはまっているモデル　＝＞　適合度　　**尤度比**
- 未来を正しく予測できるモデル　＝＞ 予測性能　　**AIC, BIC, MDL**
- 異なるデータにも適用できるモデル　＝＞一般化可能性　　**検証 (validation)**

準備



最尤推定量の性質

- **一致性**　無限個の標本を用いて推定した最尤推定量は、パラメーターの真値に一致
- **漸近正規性**　標本が多くなると、最尤推定量の分布は正規分布に近づく
- **漸近有効性**　標本が多くなると、最尤推定量の分布はクメール・ラオの不等式の下限に近づく

t検定

ゴール：パラメーターの推定値が統計的に有意であることを示す

＝説明変数が”効く”

帰無仮説：各説明変数のパラメーターβ_iの値が0である

$$U_{\mathrm{car}} = V_{\mathrm{car}} + \varepsilon_{\mathrm{car}} = \beta_{\mathrm{time}} x_{\mathrm{time,car}} + \beta_{cost} x_{\mathrm{cost,car}} + \varepsilon_{\mathrm{car}}$$

β_{***}の値が0
→説明変数 x_{***}の値に関わらず効用Uは変化しない
→その説明変数は行動を説明するのに役立たない

→**有意水準** α で棄却されるならば、 β_i は0とは有意に異なるとみなせる

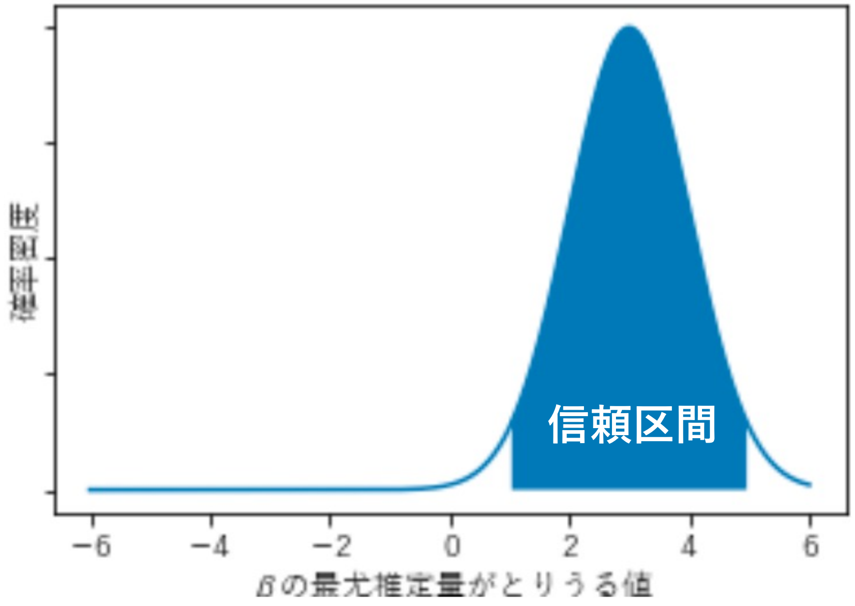
t検定

帰無仮説：各説明変数のパラメーターβ_iの値が0である

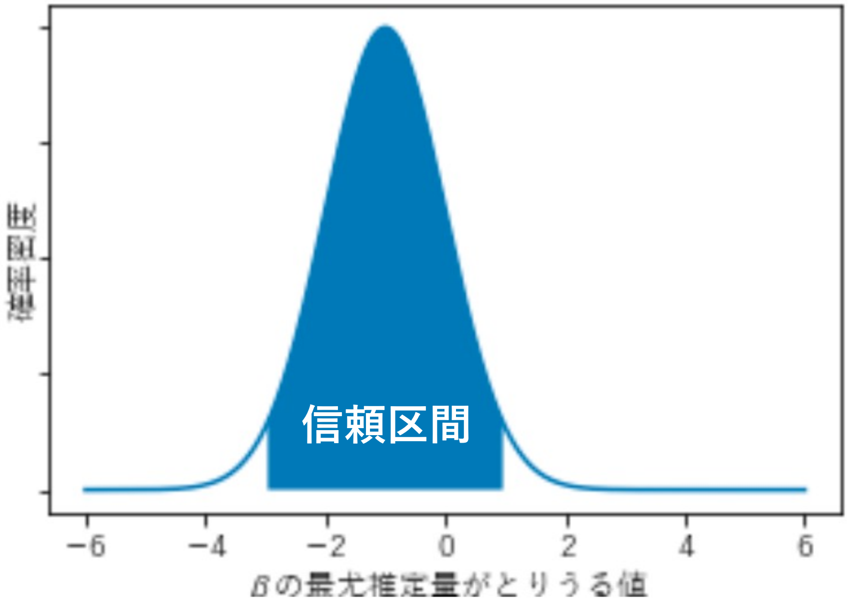
方針：$\beta_i = 0$であるならば、最尤推定値$\beta_i^* (= \underset{\beta}{\operatorname{argmax}} L(\beta))$は実現し得なかったことを示す

→最尤推定量 $\hat{\beta}_i$(確率変数) において、 最尤推定値β_i^*が生じる確率は十分に小さいことを示す

最尤推定量 $\hat{\beta}_i$(確率変数)の確率密度関数



棄却



棄却されない ＝ 効くとは言い切れない

t検定

最尤推定量 $\hat{\beta}_i$ は、ある分布に従う確率変数

→標準化　$\dfrac{\hat{\beta}_i-\mu}{\sigma}$

μ → パラメーターの真値

σ → 未知…不偏推定量で代替

検定量：$t = \dfrac{\beta_i^*}{s}$

分布：nが小さいとき、自由度$n-1$のt分布
　　　nが十分大きいとき、標準正規分布
　　　（目安　$n=30$）

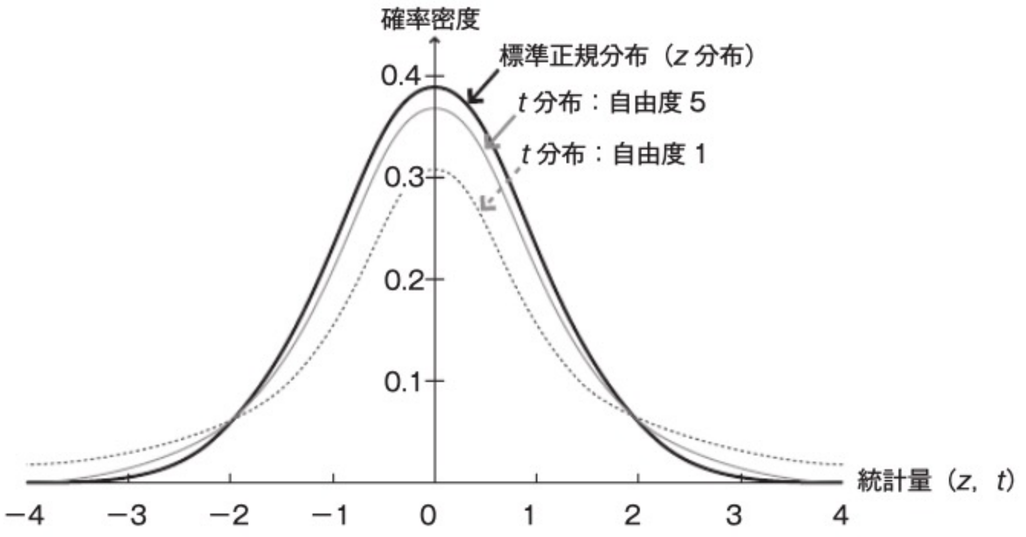
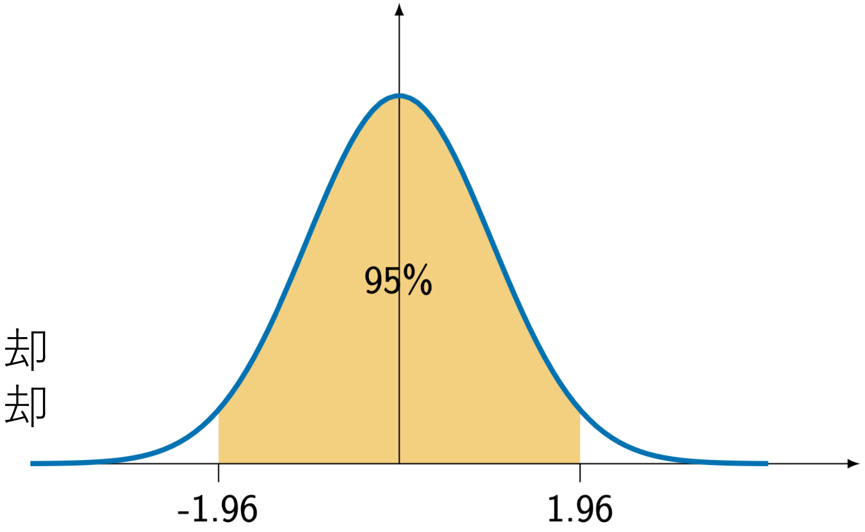


図 4.6　標準正規分布（z 分布）と t 分布の比較
入門統計学 検定から多変量解析・実験計画法まで.栗原伸一.オーム社



t値の絶対値が1.96より大きければ、有意水準5%で帰無仮説は棄却
t値の絶対値が2.58より大きければ、有意水準1%で帰無仮説は棄却

※sは推定では$J(\beta)^{-1}$（$J(\hat{\boldsymbol{\beta}}) \coloneqq -\nabla\nabla^{\top}LL(\hat{\boldsymbol{\beta}})$）で計算

尤度比検定

ゴール：モデルがどれだけデータにフィットしているかを調べる

McFaddenの擬似決定係数

尤度比 (likelihood ratio)

$$\rho^2 = 1 - \frac{LL(\hat{\beta})}{LL(0)}$$

- 推定パラメーターが尤度を全く改善していないとき

  $L(\hat{\beta}) = L(0) \quad \rightarrow \rho = 0$ **[下限]**

- 推定パラメーターがサンプルを完璧に予測しているとき

  $L(\hat{\beta}) = 1 \quad \rightarrow \rho = 1$ **[上限]**

$L(\hat{\beta})$　最大尤度/最終尤度

$L(0)$　無情報モデル(Null Model)尤度/初期尤度 全てのパラメーターが0であるときの対数の値

欠点：説明変数を増やせば必ず増加する（← $L(\hat{\beta})$が大きくなる）

自由度調整済み尤度比 (adjusted-likelihood ratio)

$$\rho^2 = 1 - \frac{LL(\hat{\beta}) - h}{LL(0)}$$

h: パラメーター数

... some researchers who use statistical methods pay more attention to goodness of fit than to the meaning of the model... Statisticians must think about what the models mean, regardless of fit, or they will promulgate nonsense.

Wilkinson (1999) “The grammar of graphics”. Springer

Statistical significance should not be more than one of many criteria of evaluation, but it should certainly not be the most important one. The discussion of statistical models should focus on effect magnitude and other policy relevant quantities.

Parady, G., Axhausen K.W.2022. Size Matters: The Use and Misuse of Statistical Significance in Discrete Choice Models in the Transportation Academic Literature Transportation, Springer Science and Business Media LLC

推定結果が出てからが本番！

目次

1. 離散選択モデルとは
2. 代表的な離散選択モデル
    - MNLを例とした推定の流れについて
    - NL
    - RL
3. 推定の信頼性
    - t検定
    - 尤度比
4. **推定表の作成**
5. 課題

推定表の作成

どのモデルの推定結果かをわかりやすく！

5-1. 推定結果

表-6.1：推定結果(2005 年)

	処置群(再開発あり)		対照群(再開発なし)	
説明変数	パラメータ	t値	パラメータ	t値
距離 (m,/10^2)	-5.09	-20.96 **	-5.01	-26.96 **
再開発床面積 (m^2,/10^5)	-2.14	-2.33 **	-7.92	-33.21 **
JR駅出口ダミー	-	-	0.95	1.55
地下鉄駅出口ダミー	-	-	0.12	0.25
階段ダミー	0.17	1.05	-	-
時間割引率	1.00 (γ= -18.442)	-35.64 **	0.99 (γ= -4.835)	-20.91 **
サンプル数		211		395
初期尤度		-430.35		-797.21
最終尤度		-223.54		-438.99
尤度比		0.48		0.45
修正済み尤度比		0.47		0.44
赤池情報量基準AIC		455.07		887.97

†10%有意 *5%有意 **1%有意

説明変数は、表を見るだけで
意味がわかるように！
単位も忘れずに
（×コードでのラベル）

値は少数第2桁で丸める

基本の5点セット
その他の指標はモデルに応じて

統計的に有意なパラメーター は、t値の右上に記をつけて示す

増橋佳菜,羽藤英二(2023),「位置データを用いた渋谷の都市更新に伴う歩行者行動の変容分析」, 都市計画論文集, Vol.58, No.3, pp.1140-1147

5-1. 推定結果

表-6.1：推定結果(2005年)

	処置群(再開発あり)			対照群(再開発なし)		
説明変数	パラメータ	t値		パラメータ	t値	
距離 (m,/10^2)	-5.09	-20.96	**	-5.01	-26.96	**
再開発床面積 (m^2,/10^5)	-2.14	-2.33	**	-7.92	-33.21	**
JR駅出口ダミー	-	-		0.95	1.55	
地下鉄駅出口ダミー	-	-		0.12	0.25	
階段ダミー	0.17	1.05		-	-	
時間割引率	1.00 (γ= -18.442)	-35.64	**	0.99 (γ= -4.835)	-20.91	**
サンプル数		211			395	
初期尤度		-430.35			-797.21	
最終尤度		-223.54			-438.99	
尤度比		0.48			0.45	
修正済み尤度比		0.47			0.44	
赤池情報量基準AIC		455.07			887.97	

†10%有意 *5%有意 **1%有意

目次

課題1：MNLを用いた推定

ensyu.csvデータについて自分で効用関数を設定し，MNLを用いてパラメーター推定を行ってください．

- 推定を行うpythonコードを用意しています．一部穴埋めにしてあります．
  - M2林が作った解説資料を参照すると答えが書いてあるのですが，とりあえず自分で理解しながらコードを書くことが大切なので，穴埋めしてみてください．
- 推定結果は表にしてわかりやすく示しましょう．
- 推定結果からわかった行動に関する示唆をまとめましょう．

また，余裕がある方は以下のことにもチャレンジしてみてください．

- NLなどの他のモデルでも推定し，結果を比較する
- パラメータ推定の結果をもとに，政策を行った際に起こる変化をシミュレーションして述べる

課題2：選択問題の設定

みなさんの研究課題やそれに隣接する範囲でどのような選択問題・意思決定問題を扱えるかを考えてください.

- 明確な研究テーマが決まっていない場合は，自分の興味のあるトピックに関して考えてください.
- 具体的な定式化や実装まで求めるものではないので，ラフに考えてください.

考えるヒント

- 何を選択する問題か？
  - 目的地，交通手段，経路，居住地，時間など
- 意思決定者は誰か？
  - 個人，世帯など
  - 意思決定者は1種類ではないかも
- 選択肢集合は何か？
  - どのような選択肢を認知していると考えるべきか？
- 意思決定のルールは何か？
  - 効用最大化，後悔最小化など
- どのようなモデルが使えそうか？
  - MNLやNLで対処できるか
  - できない場合，どのような点が課題と考えるか
- 必要なデータは何か？
  - PT, PP, BLE, 衛星画像など

課題2：選択問題の設定

過去の卒論・修論で取り扱われた選択問題についていくつかまとめてみました.

項目	近藤修論	加藤卒論	松永卒論	倉澤卒論	白井卒論
何を選択するか	避難場所	経路，土地状態	三次元経路	消費時間	スケジュール
意思決定者	個人(避難選択者)	回遊者，土地利用者	個人	個人	個人
選択肢集合	500mメッシュゾーン	経路，土地利用用途	経路	活動場所	活動内容と活動場所
モデル	MNL	AIRL	RL(+観測モデル)	MDCEV	RL
データ	SP調査データ	PPデータ，土地データ	BLEデータ，カメラデータ	PPデータ	PPデータ

参考書など

- MNLについては，M2林の資料が参考になります(ドライブに入ってます)
  - github版：https://github.com/yH3PO4/introduction-dcm
- また，ネットワーク行動学は網羅的です.
  - http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/kaken/
- 個別のモデルは過去のスタートアップゼミや理論談話会でもまとまっています．一気に全て勉強しようとすると大変なので，概念だけ知っておいて必要に応じて習得していくといいと思います.