ゲーム理論と進化ダイナミクス
第5章　異質な主体の相互作用

2015/10/13

夏合宿輪読ゼミ続き

B4　三木真理子

本章の目的

個々に異なる利得行列をもつ（異質な）多数の主体による相互作用とその結果立ち現われてくる集合行為を、

①集団の多様性（利得パラメータとその分布関数の形）
②主体間の関係性（協調的関係or相補的関係）
③相互作用の仕方（大域的/局所的かつランダム/局所的かつ選択的）
④各主体の戦略（合理的適応/模倣/反模倣）

の4つの軸を様々に組み合わせてシミュレーションし、

- 各々の集合行為の望ましさを平等性・効率性の観点から評価したり
- 集団に多様性効果が現れるための条件を調べたりする

目次

- 1. 異質な相互作用の記述方法と準分解可能性

  —集約情報をもとにしたミクロ行為の記述

- 2. ランダムモデルにおけるミクロ—マクロダイナミクス

  —協調関係/相補的な関係/同調主義者と天邪鬼の混在→？

- 3. 異質な主体の配置関係と選択的な相互作用

  —異質性に着目して相手を峻別して相互作用を行うと・・・？

- 4. 集合行為の効率性と平等性

  —集団の多様性・相互作用のなされ方による集合行為の質の違いは？

- 5. 合理的な適応/模倣/反模倣

  —各主体がどのような方法で適応すれば望ましい集合行為が生まれる？

準分解可能性

多数の主体の相互作用を扱うための基本モデル

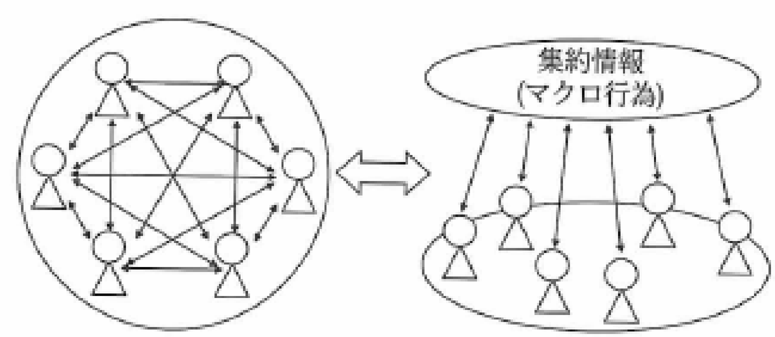
⇒全数モデル

（各主体が他のすべての主体とそれぞれ相互作用する）

→相互作用の総数が主体の数Nに対してN(N-1)個！

自らの利得パラメータと集団全体の選択結果(マクロ行為)によって各主体の合理的な選択(ミクロ行為)がなされるという枠組みを用いる

：準分解可能性



(a) 全数的な相互作用　(b) ミクロとマクロの関係

全数モデルによるミクロ行為

個々に異なる利得行列をもつ異質な主体の集団を
$G = \{A_i : 1 \le i \le N\}$とし、戦略$S_1$か$S_2$の二者択一の選択状況に
直面している主体$A_i \in G$を考える。主体A_iの利得行列は以下の表5.1.

表 5.1　主体 A_i の利得行列

主体 A_i の戦略 ＼ 相手の戦略	S_1	S_2
S_1	a_i	b_i
S_2	c_i	d_i

集約情報

ある集団において
S_1を選択する主体がn人
S_2を選択する主体が$(\mathrm{N} - n)$人

いずれかの戦略を選択し、他の全ての主体と相互作用した場合の主体A_iの利得は、

$$\begin{aligned} U_i(S_1) &= (n-1) \times a_i + (N-n) \times b_i \\ U_i(S_2) &= n \times c_i + (N-n-1) \times d_i \end{aligned} \tag{5.1}$$

よって、主体A_iの合理的な選択は、以上の比較から、

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} & U_i(S_1) \geqq U_i(S_2) & \text{ならば，戦略 } S_1 \\ \text{(ii)} & U_i(S_1) < U_i(S_2) & \text{ならば，戦略 } S_2 \end{array} \tag{5.2}$$

全数モデルによるミクロ行為

表 5.1　主体 A_i の利得行列

主体 A_i の戦略 ＼ 相手の戦略	S_1	S_2
S_1	a_i	b_i
S_2	c_i	d_i

集約情報

ある集団において
S_1を選択する主体がn人
S_2を選択する主体が$(\mathrm{N}-n)$人

$a_i + d_i - b_i - c_i > 0$ が満たされるとき、主体A_iの合理的な選択は

(i)　$(n/N) \geqq \{(d_i - b_i) + \underline{(a_i - d_i)/N}\}/(a_i + d_i - b_i - c_i)$ ならば，戦略 S_1

(ii)　$(n/N) < \{(d_i - b_i) + \underline{(a_i - d_i)/N}\}/(a_i + d_i - b_i - c_i)$ ならば，戦略 S_2　(5.3)

Nが十分に大きいとき、式(5.3)は近似できて

(i)　$(n/N) \geqq (d_i - b_i)/(a_i + d_i - b_i - c_i)$　ならば，戦略 S_1

(ii)　$(n/N) < (d_i - b_i)/(a_i + d_i - b_i - c_i)$　ならば，戦略 S_2　(5.4)

ランダムモデルにおけるミクロ行為

ランダムモデル：

各主体が集団の中から任意に選択された相手と相互作用する

集団全体で戦略S_1を選択する割合をpとし、各主体はその集約情報pを知ることができるとすると、主体A_iが各戦略を取る場合の期待利得は

$$\begin{aligned}&\text{(i)} \quad U_i(S_1) = p \times a_i + (1-p) \times b_i \\ &\text{(ii)} \quad U_i(S_2) = p \times c_i + (1-p) \times d_i\end{aligned} \qquad (5.5)$$

よって、主体A_iの合理的な選択は

$$\begin{aligned}&\text{(i)} \quad U_i(S_1) \geqq U_i(S_2) \quad \text{ならば，戦略 } S_1 \\ &\text{(ii)} \quad U_i(S_1) < U_i(S_2) \quad \text{ならば，戦略 } S_2\end{aligned} \qquad (5.6)$$

これを整理すると、$a_i + d_i - b_i - c_i > 0$ のもとで、

$$\begin{aligned}&\text{(i)} \quad p \geqq (d_i - b_i)/(a_i + d_i - b_i - c_i) \quad \text{ならば，戦略 } S_1 \\ &\text{(ii)} \quad p < (d_i - b_i)/(a_i + d_i - b_i - c_i) \quad \text{ならば，戦略 } S_2\end{aligned} \qquad (5.7)$$

⇒全数モデルとランダムモデルは等価！

ここまでで、集約情報をもとにしたミクロ行為を記述
→1. 異質な相互作用の記述方法と準分解可能性　おわり

次の2. ランダムモデルにおけるミクロ—マクロダイナミクス　では

①主体間の関係性に注目して、合理的なミクロ行為がどのようになされるかを見てみる
②集団の多様性（しきい値θの分布関数）の概念を導入
→主体間の関係性・集団の多様性それぞれによって、集団行為（集団の中でどのくらいの割合の主体がどんな選択を行うのか）のダイナミクスを追う

主体間の関係性

- 協調的な関係と相補的な関係

協調的な関係：多くの主体が同じ戦略を選択することで相乗効果がある
相補的な関係：各主体の戦略が分散することで各自の利便性が高まる

これらは戦略の性質によっても変わるが、単に性格によっても変わる
⇒同調主義者と天邪鬼を考える

表 5.2　同調主義者の利得行列 ($\alpha_i+\beta_i > 0$)

戦略分布 / 主体 A_i の戦略	S_1 (p)	S_2 $(1-p)$
サイト A (S_1)	α_i	0
サイト B (S_2)	0	β_i

表 5.3　天邪鬼の利得行列 ($\alpha_i+\beta_i > 0$)

戦略分布 / 主体 A_i の戦略	S_1 (p)	S_2 $(1-p)$
サイト A (S_1)	0	β_i
サイト B (S_2)	α_i	0

同調主義者の合理的選択

表 5.2 同調主義者の利得行列 ($\alpha_i+\beta_i > 0$)

主体 A_i の戦略 ＼ 戦略分布	S_1 (p)	S_2 ($1-p$)
サイト A (S_1)	α_i	0
サイト B (S_2)	0	β_i

その集団で戦略S1を選択する主体の割合をp、戦略S2を選択する主体の割合を1-pとする.
このとき、主体A_iの期待利得は、

$$U_i(S_1) = p \times \alpha_i, \qquad U_i(S_2) = (1-p) \times \beta_i$$

合理的な戦略が切り替わる分岐点は、上の二式を比較することで

$$p = \beta_i/(\alpha_i + \beta_i) \tag{5.10}$$

と求まる。この値を、主体A_iのしきい値として、次式で定義する.

$$\theta_i = \beta_i/(\alpha_i + \beta_i) \tag{5.11}$$

主体A_iの合理的な選択は、マクロ情報pと固有のしきい値θ_iの関係から、

(i) $p \geqq \theta_i$ ならば, 戦略 S_1 (サイト A)
(ii) $p < \theta_i$ ならば, 戦略 S_2 (サイト B)

と与えられる

同調主義者の合理的選択

表 5.2　同調主義者の利得行列 ($\alpha_i + \beta_i > 0$)

戦略分布 / 主体 A_i の戦略	S_1 (p)	S_2 ($1-p$)
サイト A (S_1)	α_i	0
サイト B (S_2)	0	β_i

(i)　$p \geqq \theta_i$　ならば，戦略 S_1 (サイト A)

(ii)　$p < \theta_i$　ならば，戦略 S_2 (サイト B)

このとき、θ_iの値により、同調主義者を3つのタイプに分けられる。

① $\theta_i \leq 0$: S_1のハードコア

② $0 < \theta_i < 1$:状況依存型

③ $\theta_i \geq 1$: S_2のハードコア

天邪鬼の合理的選択

表 5.3 天邪鬼の利得行列 ($\alpha_i + \beta_i > 0$)

戦略分布 / 主体 A_i の戦略	S_1 (p)	S_2 ($1-p$)
サイト A (S_1)	0	β_i
サイト B (S_2)	α_i	0

その集団で戦略S1を選択する主体の割合をp、戦略S2を選択する主体の割合を1-pとする.
このとき、主体A_iの期待利得は、

$$U_i(S_1) = (1-p) \times \beta_i, \qquad U_i(S_2) = p \times \alpha_i$$

合理的な戦略が切り替わる分岐点は、上の二式を比較することで

$$p = \beta_i/(\alpha_i + \beta_i) \tag{5.10}$$

と求まる。この値を、主体A_iのしきい値として、次式で定義する.

$$\theta_i = \beta_i/(\alpha_i + \beta_i) \tag{5.11}$$

主体 A_i の合理的な選択は、マクロ情報pと固有のしきい値 θ_i の関係から、

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} & p \leqq \theta_i & \text{ならば，戦略 } S_1 \text{ (サイト A)} \\ \text{(ii)} & p > \theta_i & \text{ならば，戦略 } S_2 \text{ (サイト B)} \end{array} \tag{5.14}$$

と与えられる

天邪鬼の合理的選択

表 5.3 天邪鬼の利得行列 ($\alpha_i + \beta_i > 0$)

主体 A_i の戦略 ＼ 戦略分布	S_1 (p)	S_2 ($1-p$)
サイト A (S_1)	0	β_i
サイト B (S_2)	α_i	0

(i) $p \leqq \theta_i$ ならば，戦略 S_1 (サイト A)

(ii) $p > \theta_i$ ならば，戦略 S_2 (サイト B)

このとき、θ_iの値により、天邪鬼を3つのタイプに分けられる。

① $\theta_i \leq 0$: S_2のハードコア

② $0 < \theta_i < 1$:状況依存型

③ $\theta_i \geq 1$: S_1のハードコア

集団の多様性の表し方

以下の関数を定義する.

$n(\lambda)$:集団Gにおいて、あるしきい値λをもつ主体の数

N :集団Gの主体の総数

↓

$n(\lambda)/\mathrm{N}$: 集団Gのしきい値の密度関数

$F(\theta) = \sum_{\lambda \leq \theta} n(\lambda)/\mathrm{N}$:しきい値の累積分布関数

密度関数を連続関数として与えるとき、しきい値の累積分布関数は

$$F(\theta) = \int_{\lambda \leqq \theta} n(\lambda)\, d\lambda \qquad (5.18)$$

ミクロ-マクロダイナミクス

多数の異質な主体によるミクロ行為が集まった時、
集合行為（マクロ行為）はどのように自己組織化される？
＝選択される戦略の分布はどうなる？

⇒ミクロマクロダイナミクスにより、
　動学的にその挙動を明らかにしよう！

協調的な相互作用とミクロ-マクロループ

まず、各主体は表5.2の利得行列を持って協調的な関係にあるとする.

表 5.2 同調主義者の利得行列 ($\alpha_i+\beta_i > 0$)

戦略分布 / 主体 A_i の戦略	S_1 (p)	S_2 ($1-p$)
サイト A (S_1)	α_i	0
サイト B (S_2)	0	β_i

p(t):時刻tにおいて戦略S1を選択する主体の割合

近視眼的ルール

次の時点(t+1)で戦略S1を選択する主体の割合は前回と同じくp(t)であると予想して合理的な決定をする

各主体はマクロ情報p(t)と自らのしきい値をもとに合理的な戦略を決定する

(i) $p \geqq \theta_i$ ならば，戦略 S_1

(ii) $p < \theta_i$ ならば，戦略 S_2

しきい値がp(t)以下⇒S1
しきい値がp(t)以上⇒S2

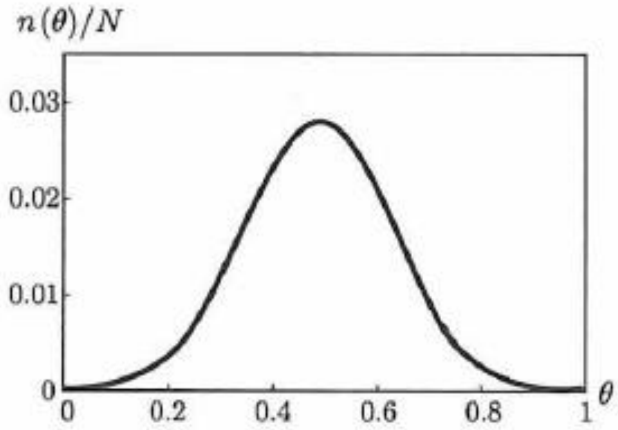
累積分布関数 $F(\theta) = \sum_{\lambda \leqq \theta} n(\lambda)/N$ より、時刻t+1で戦略S1を選択する主体の割合

$$p(t+1) = F(p(t)) \qquad (5.16)$$

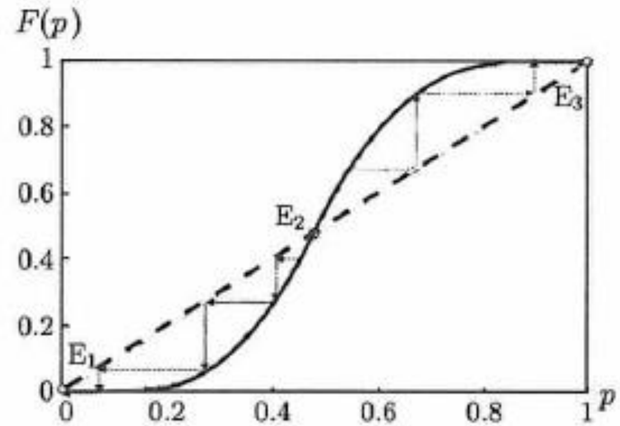
この式(5.16)の均衡点は、次の方程式(5.17)の解

$$p^* = F(p^*) \qquad (5.17)$$

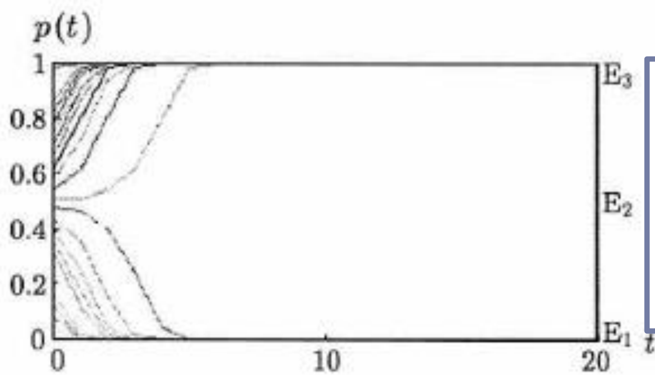
協調的な相互作用とミクロ—マクロループ



(a)　しきい値の密度関数



(b)　しきい値の累計分布関数と均衡点



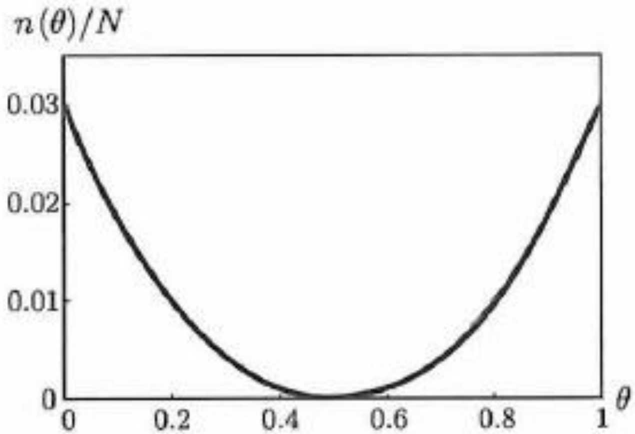
(c)　初期値を任意に与えた場合の収束特性

(1)　$|\partial F(p(t))/\partial p(t)|_{p(t)=p^*} < 1$　ならば，安定均衡点

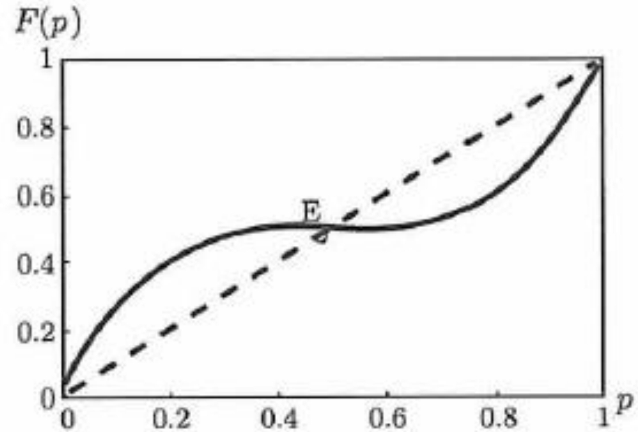
(2)　$|\partial F(p(t))/\partial p(t)|_{p=p^*} > 1$　ならば，不安定な均衡点

図 5.2　協調的な相互作用のミクロ-マクロループの特性 (1)

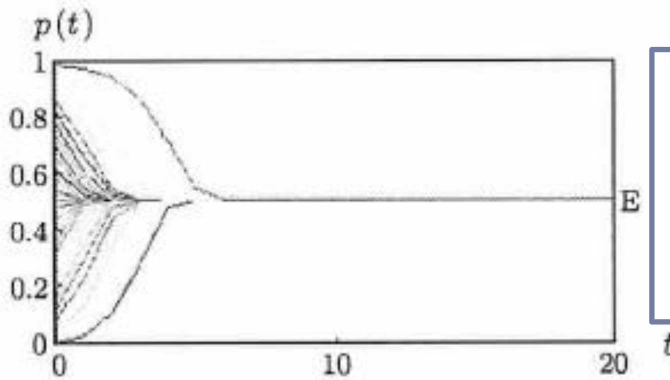
協調的な相互作用とミクロ—マクロループ



(a)　しきい値の密度関数



(b)　しきい値の累計分布関数と均衡点



(c)　初期値を任意に与えた場合の収束特性

(1)　$\left|\partial F(p(t))/\partial p(t)\right|_{p(t)=p^*} < 1$　ならば，安定均衡点

(2)　$\left|\partial F(p(t))/\partial p(t)\right|_{p=p^*} > 1$　ならば，不安定な均衡点

図 5.3　協調的な相互作用のミクロ－マクロループの特性 (2)

相補的な相互作用とミクロ—マクロループ

各主体が表5.3の利得行列を持って相補的な関係にあるとき.

表 5.3 天邪鬼の利得行列 ($\alpha_i + \beta_i > 0$)

戦略分布 / 主体 A_i の戦略	S_1 (p)	S_2 $(1-p)$
サイト A (S_1)	0	β_i
サイト B (S_2)	α_i	0

p(t):時刻tにおいて戦略S1を選択する主体の割合

近視眼的ルール

次の時点(t+1)で戦略S1を選択する主体の割合は前回と同じくp(t)であると予想して合理的な決定をする

各主体はマクロ情報p(t)と自らのしきい値をもとに合理的な戦略を決定する

(i) $p \leqq \theta_i$ ならば, 戦略 S_1

(ii) $p > \theta_i$ ならば, 戦略 S_2

しきい値がp(t)以上⇒S1
しきい値がp(t)以下⇒S2

θ以上のしきい値をもつ主体が占める割合は次式.

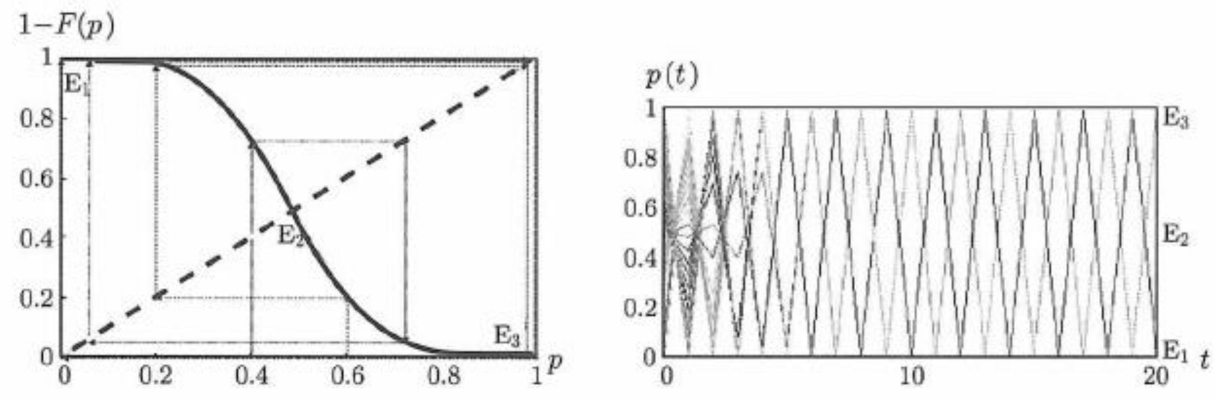
$$\int_{\lambda \geqq \theta} n(\lambda)\, d\lambda = 1 - F(\theta) \tag{5.22}$$

よって、p(t)は次式に基づいて遷移する

$$p(t+1) = 1 - F\left(p(t)\right) \tag{5.23}$$

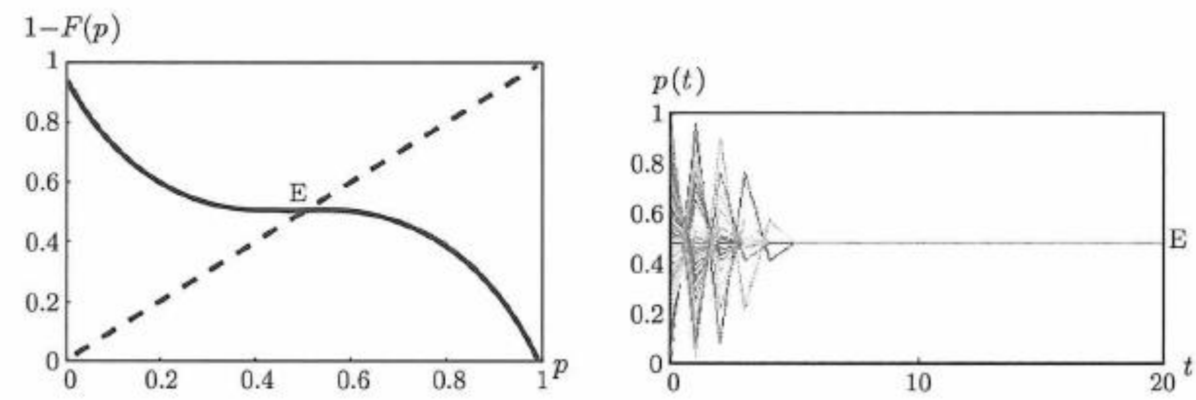
相補的な相互作用とミクロ—マクロループ

釣鐘型の密度関数　→　違う戦略取りたいのにみんな一緒に動いちゃう



(a)　しきい値の累計分布関数と均衡点　(b)　初期値を任意に与えた場合の収束特性

お椀型の密度関数　→　ハードコアのおかげで丸く収まる



(a)　しきい値の累計分布関数と均衡点　(b)　初期値を任意に与えた場合の収束特性

天邪鬼と同調主義者が混在する場合

同調主義者と天邪鬼というメタレベルで異なる主体の利得行列をまとめて定義する

表 5.8　同調主義者と天邪鬼の利得行列 (同調主義者：$\alpha_i + \beta_i > 0$，天邪鬼：$\alpha_i + \beta_i < 0$)

他の主体の戦略 (集約情報) ＼ 主体 A_i の戦略	サイト A (S_1) (p)	サイト B (S_2) ($1-p$)
サイト A (S_1)	α_i	0
サイト B (S_2)	0	β_i

(i)　$p \leqq \theta_i$　ならば，戦略 S_1

(ii)　$p > \theta_i$　ならば，戦略 S_2

天邪鬼と同調主義者が混在する場合

同調主義者の合理的選択

(i) $p \geqq \theta_i$ ならば，戦略 S_1

(ii) $p < \theta_i$ ならば，戦略 S_2

天邪鬼の合理的選択

(i) $p \leqq \theta_i$ ならば，戦略 S_1

(ii) $p > \theta_i$ ならば，戦略 S_2

集団Gの中で戦略S1を取る主体が占める割合がp(t)のとき、
次にS1を選択するのは、

しきい値がp(t)**以下**の同調主義者と、しきい値がp(t)**以上**の天邪鬼

同調主義者が集団に占める割合をkとすると、p(t)は次のように推移する

$$p(t+1) = kF_1(p(t)) + (1-k)[1 - F_2(p(t))] \equiv F(p(t)) \qquad (5.24)$$

ここで$F_1(\theta)$は同調主義者のしきい値の累積分布関数
$F_2(\theta)$は天邪鬼の累積分布関数

天邪鬼と同調主義者が混在する場合

しきい値の密度関数として、いずれも釣り鐘型の密度関数を与えた場合、ミクロマクロダイナミクスは同調主義者の割合kによって以下のように変化

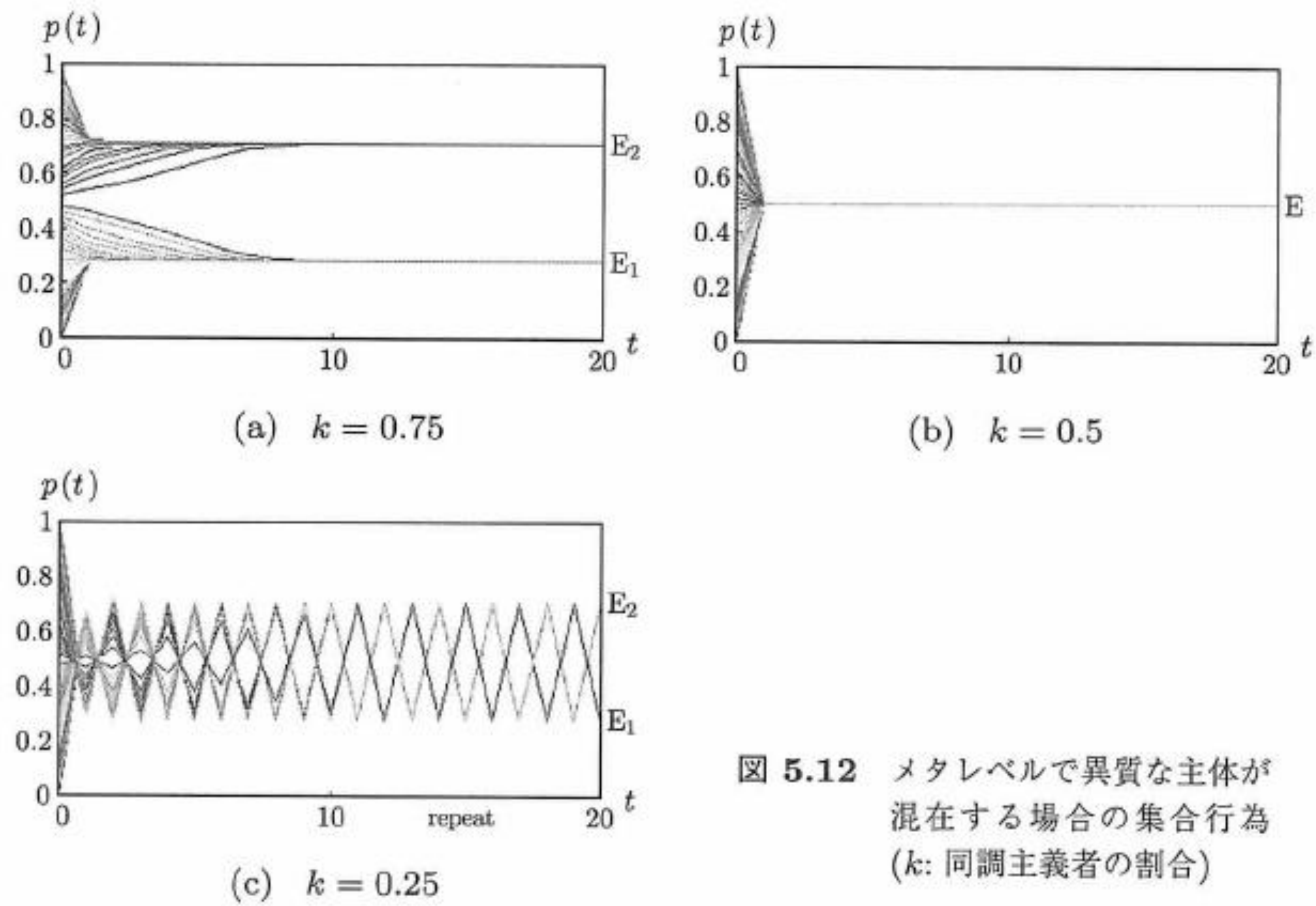


図 5.12 メタレベルで異質な主体が混在する場合の集合行為 (k: 同調主義者の割合)

＜今までやったこと＞

- 主体間の関係性に関する軸

同調主義者のみ/天邪鬼のみ/混在の3version

- 集団の多様性に関する軸

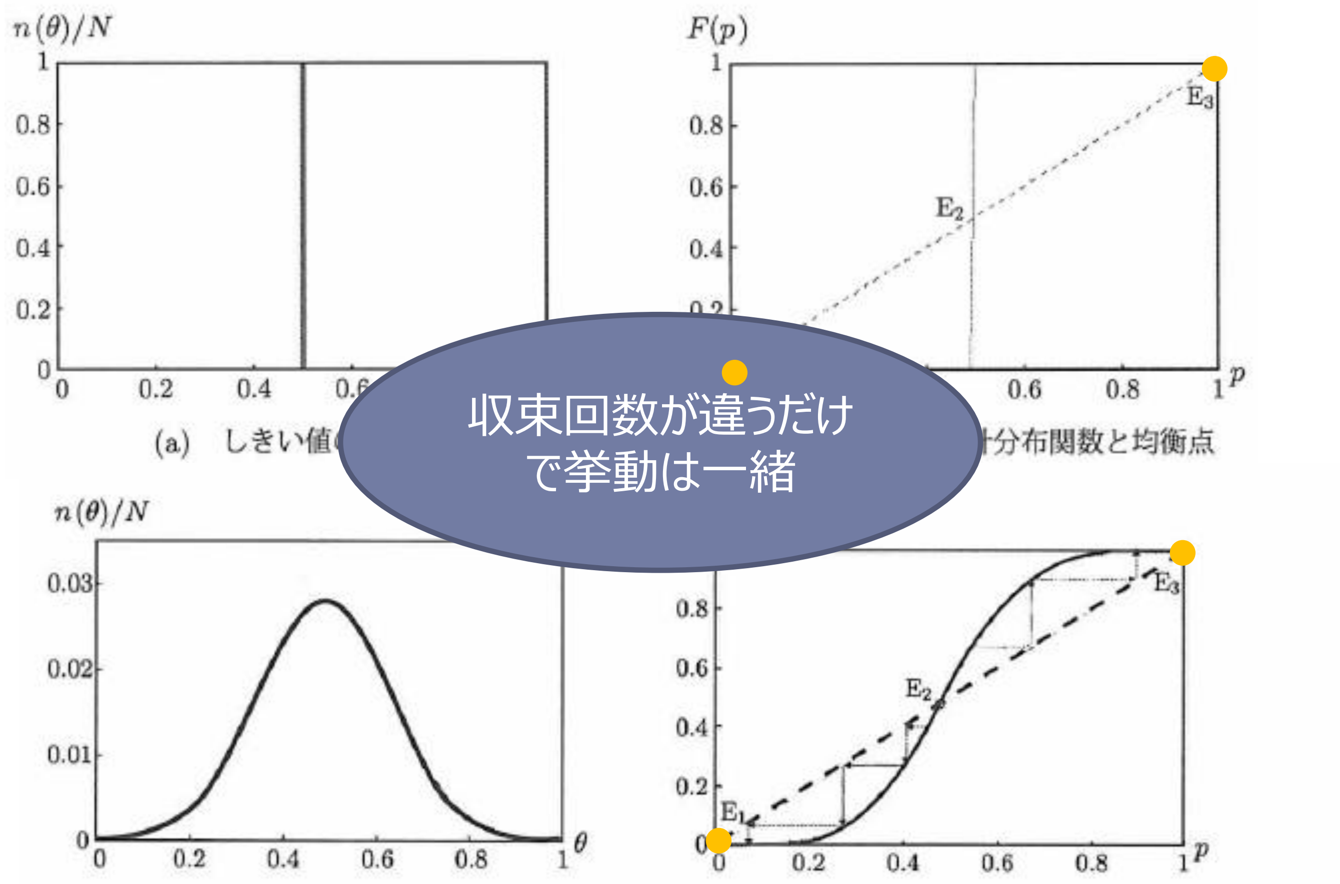
釣り鐘型(状況依存型多い)/お椀型(両方にハードコアたくさん)の2version

以上を比較してみた。（混在×お椀型はなし）

ここからは、主体間の関係性を「同調主義者のみ」として、
集団の多様性を示すしきい値の密度関数を様々に変化させる。
→集合行為について、その安定均衡点の数と密度関数の形の関係を見る

集団の多様性と集合行為

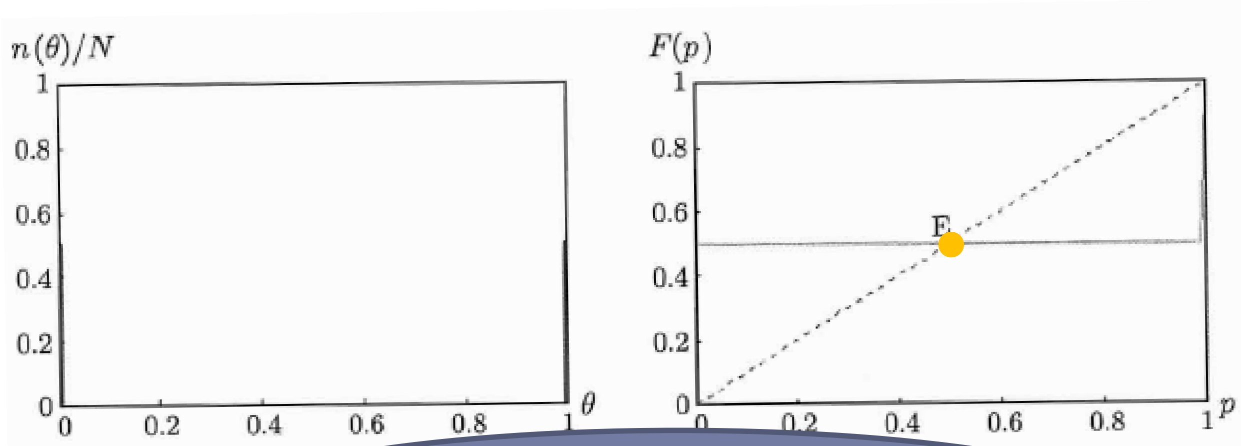
利得パラメータの密度関数と均衡点をひたすら見ていきます



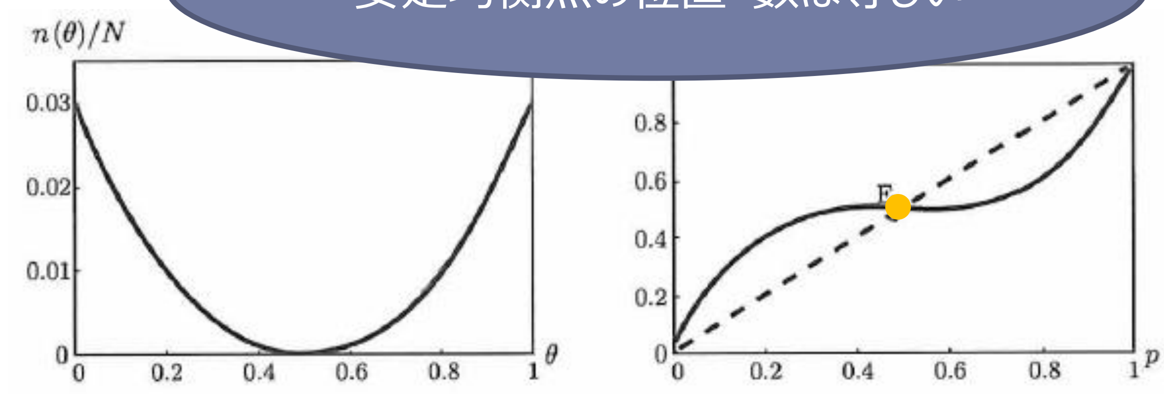
(a) しきい値の密度関数

(b) しきい値の累計分布
関数と均衡点

集団の多様性と集合行為



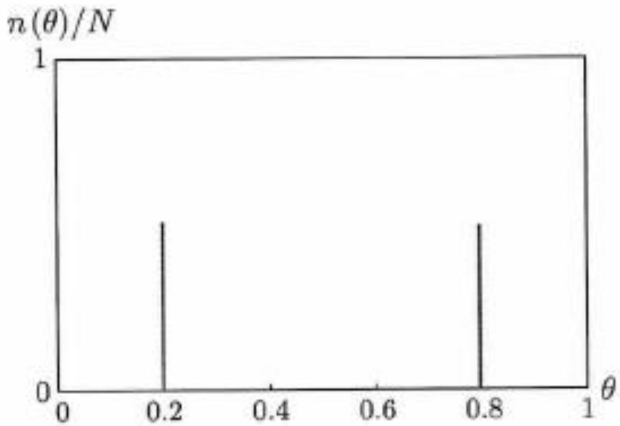
安定均衡点の位置・数は等しい



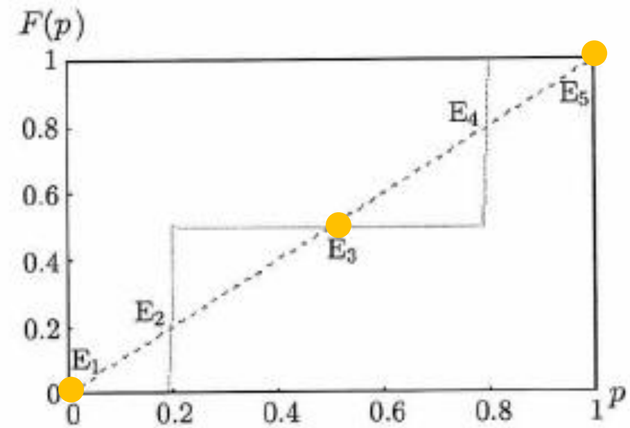
(a) しきい値の密度関数

(b) しきい値の累計分布関数と均衡点

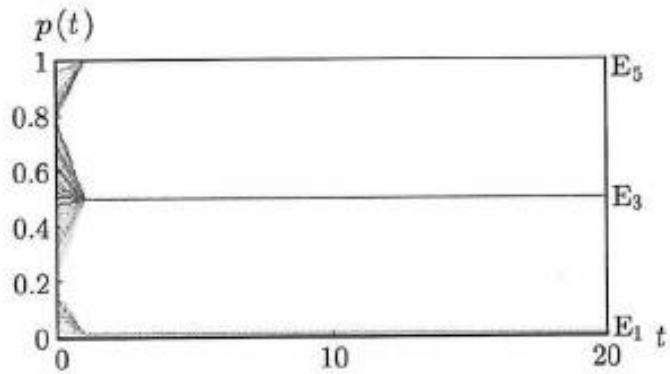
集団の多様性と集合行為



(a)　しきい値の密度関数



(b)　しきい値の累計分布関数と均衡点



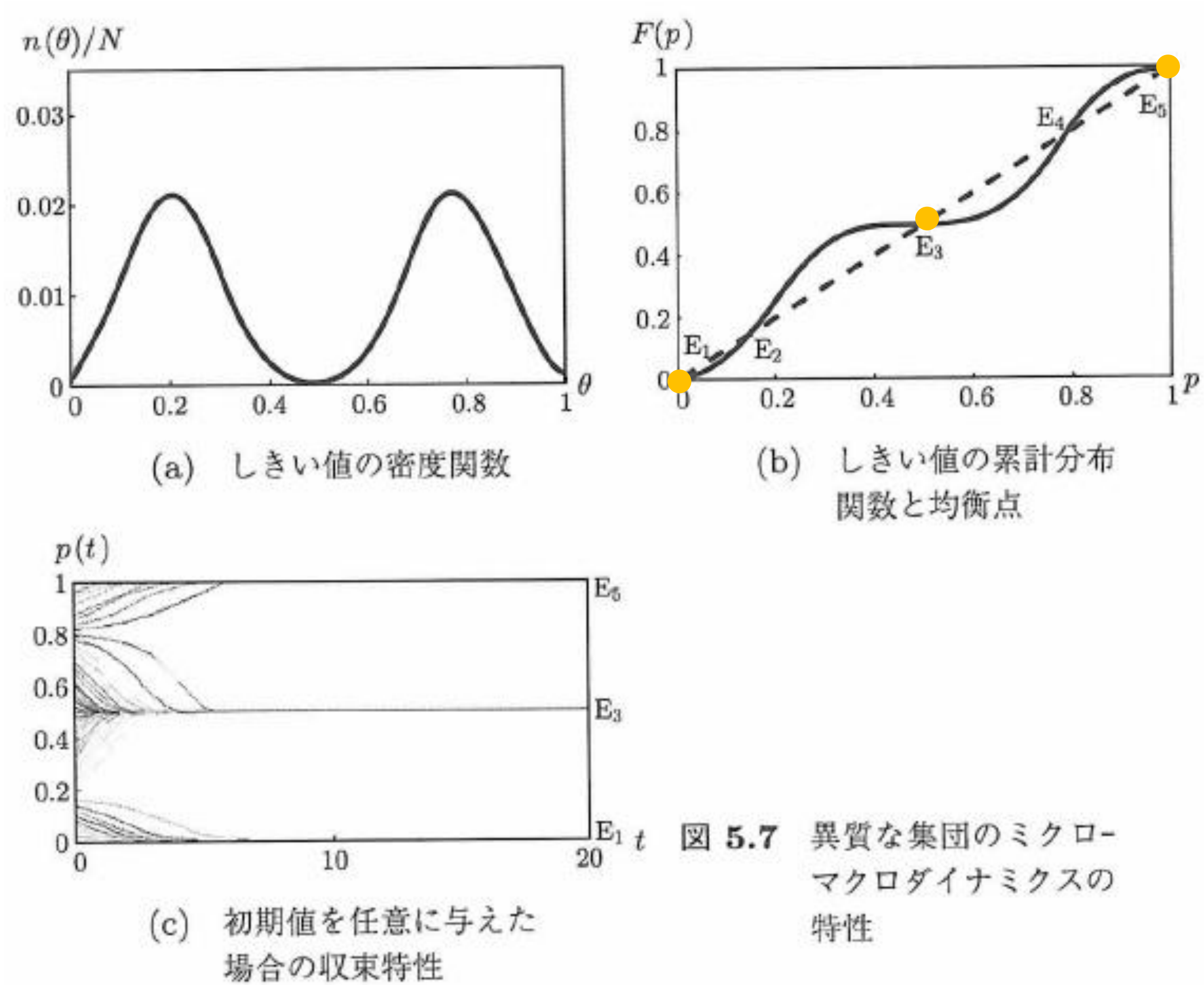
(c)　初期値を任意に与えた場合の収束特性

(1)　$|\partial F(p(t))/\partial p(t)|_{p(t)=p^*} < 1$　ならば，安定均衡点

(2)　$|\partial F(p(t))/\partial p(t)|_{p=p^*} > 1$　ならば，不安定な均衡点

図 5.6　表 5.6 の利得行列をもつ集団

集団の多様性と集合行為



(a) しきい値の密度関数

(b) しきい値の累計分布関数と均衡点

(c) 初期値を任意に与えた場合の収束特性

図 5.7 異質な集団のミクロ－マクロダイナミクスの特性

集団の多様性と集合行為

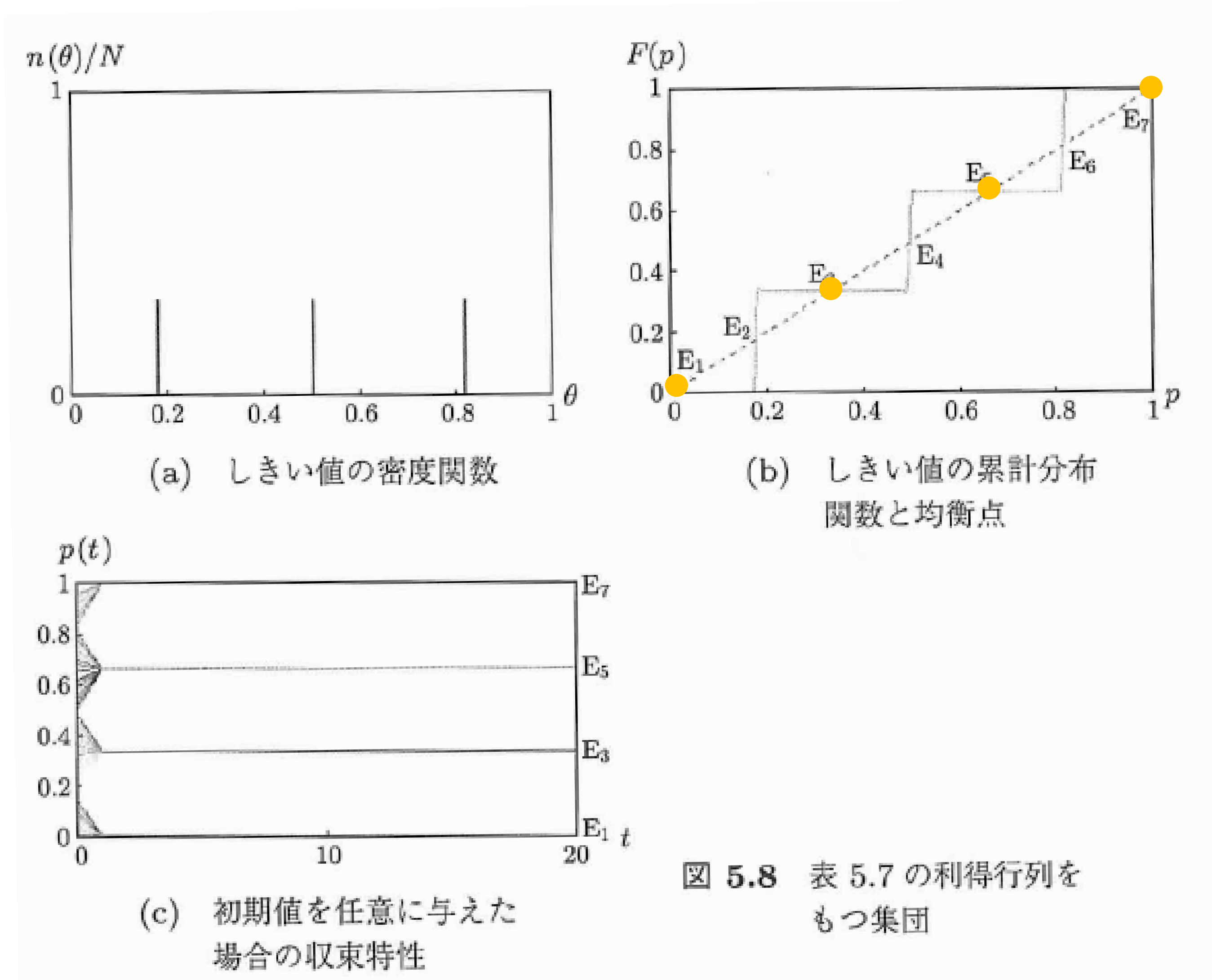


図 5.8 表 5.7 の利得行列をもつ集団

集団の多様性と集合行為

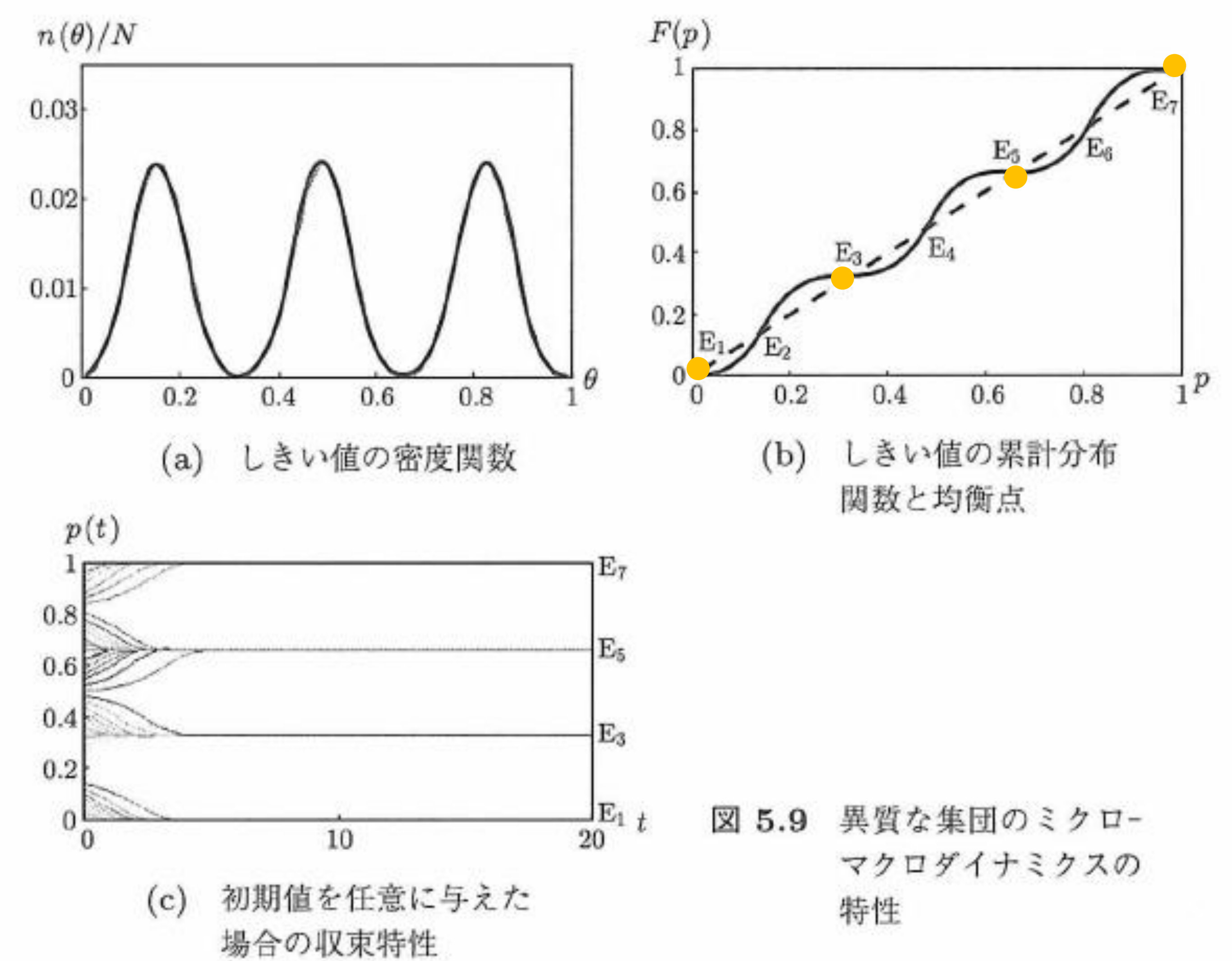


図 5.9 異質な集団のミクロ-マクロダイナミクスの特性

集団の多様性と集合行為

「しきい値の密度関数の谷底の数」と
「安定した均衡状態の数」が一致している

均衡状態が少ない
⇒初期値依存性が低く、安定した集合行為が自己組織化
→集合行為の秩序は高い

均衡点の数が増える
⇒初期値依存性が増す
→ダイナミクスの不安定さが増す

集団の多様性と集合行為(おまけ)

すべての主体が完全に合理的に動くとは限らない

しきい値とp(t)の関係の限りでは戦略を変更するはずの主体が、

それまでの戦略を継続する場合がある

⇒"慣性の力が働く" という

合理的な選択がS1となる主体の中で、実際に戦略S1を選択する主体の割合が 1-λ ($0 \leq \lambda \leq 1$)のとき、p(t)は次のように推移する

$$p(t+1) = (1-\lambda)F\big(p(t)\big) + \lambda p(t)$$

λ= 1 のとき：

しきい値の密度関数が一様分布で与えられる集団と

同じ集合行為が観察される

目次

本章の目的

個々に異なる利得行列をもつ（異質な）多数の主体による相互作用とその結果立ち現われてくる集合行為を、

①集団の多様性（利得パラメータとその分布関数の形）
②主体間の関係性（協調的関係or相補的関係）
③相互作用の仕方（大域的/局所的かつランダム/局所的かつ選択的）
④各主体の戦略（合理的適応/模倣/反模倣）

の4つの軸を様々に組み合わせてシミュレーションし、

- 各々の集合行為の望ましさを平等性・効率性の観点から評価したり
- 集団に多様性効果が現れるための条件を調べたりする

相互作用の仕方

- これまでは全数モデル/ランダムモデルを前提にシミュレーションを行っていた

  →大域的相互作用
- 今後、局所的な相互作用の概念を導入する

  →相互作用の相手がランダム：局所的かつランダム

  →相互作用の相手を峻別：局所的かつ選択的

全体モデルと局所モデル

全体モデル：

同じ集団に属する主体の相互作用のみを対象とする閉じた系

局所モデル：

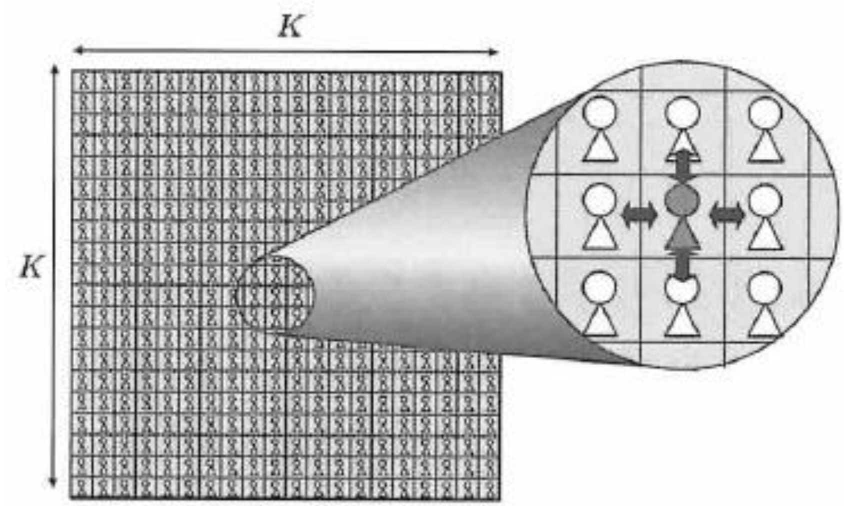
相互依存関係にある近傍の主体同士が小集団を構成し、多数の重なり合う小集団の複合体として社会を扱う、開放的な系

（近傍主体から直接、他の主体からも間接的に影響を受ける）

⇒配置の議論ができる

（選択的相互作用）

※小集団同士の重なり合いは
ここでは扱わない



3. 異質な主体の配置関係と選択的な相互作用

局所モデルにおけるミクロ戦略

主体$A_i \in G$が協調的な利得ベクトルを持って近傍の主体と局所的な相互作用をするときの合理的な戦略を求める.

時刻 t において、主体A_iの周りで戦略S1を選択する人の割合を$p_i(t)$ とすると、

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} & p_i(t) \geqq \theta_i \quad \text{ならば，戦略 } S_1 & \\ \text{(ii)} & p_i(t) < \theta_i \quad \text{ならば，戦略 } S_2 & \end{array} \tag{5.25}$$

主体A_iのしきい値は利得パラメータθ_iとして求まる．この小集団内で同じ値のパラメータθをもつ主体の占める割合を $f(\theta)$ で表し、これを利得パラメータの密度関数とする.

$$F(\theta) = \int_0^\theta f(\lambda)\,d\lambda \tag{5.26}$$

密度関数$f(\theta)$ は次の3つの条件を満たす.

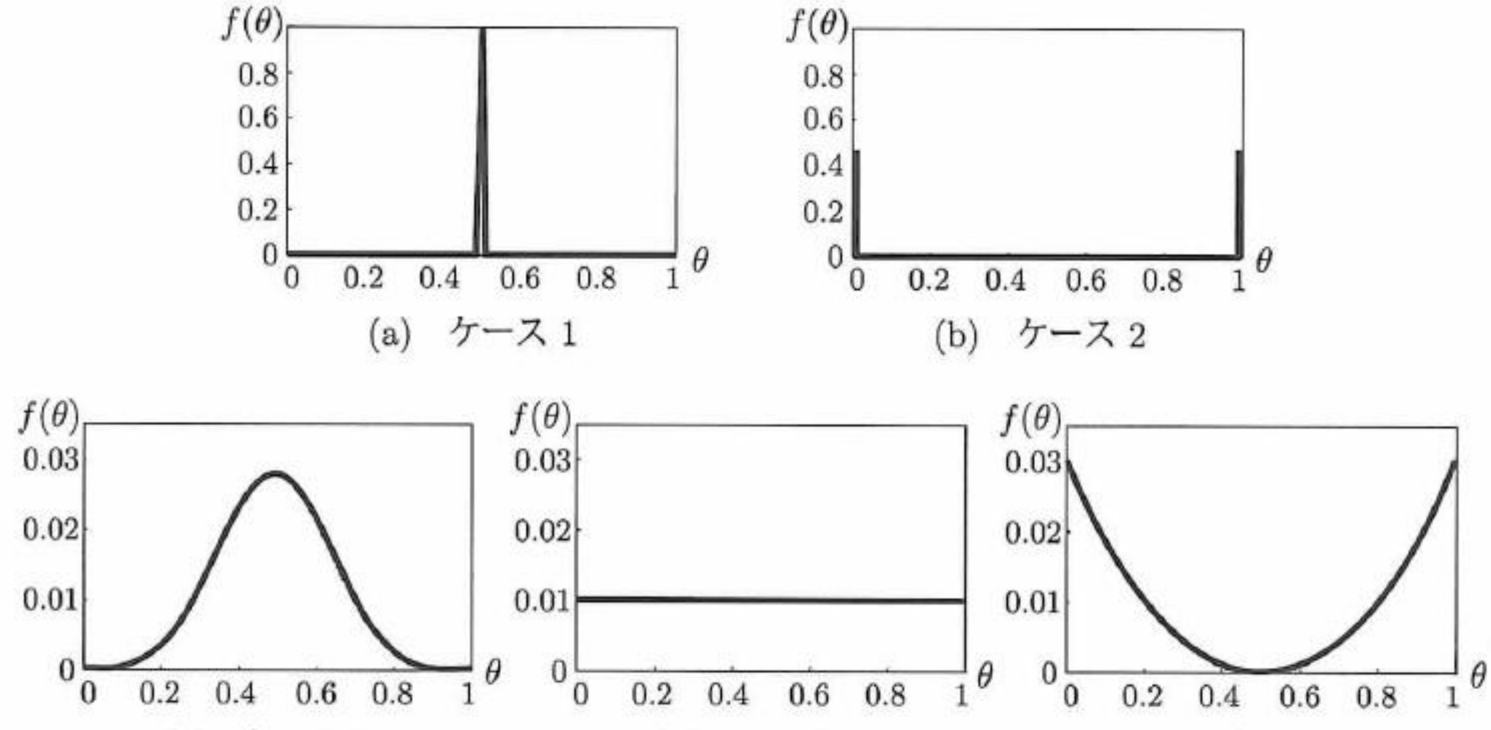
(i) $$\int_0^1 f(\theta)\,d\theta = 1 \qquad \text{密度関数の性質} \qquad (5.27)$$

(ii) $$f(\theta) = f(1-\theta) \qquad \text{線対称} \qquad (5.28)$$

(iii) $$\int_0^1 \theta f(\theta)\,d\theta = 0.5 \qquad \text{平均値} \qquad (5.29)$$

使用する密度関数(集団の多様性)

各々の小集団の利得パラメータの密度関数として以下の5パターンを考える



(a) ケース 1　(b) ケース 2　(c) ケース 3　(d) ケース 4　(e) ケース 5

いずれのパターンも、$\theta > 0.5$ の主体と$\theta < 0.5$ の主体が同数存在

⇒戦略S1を選好する主体と戦略S2を選好する主体が同数存在

利得パラメータと配置(ミネラル水の例)

近所に偶然自分の土地でミネラル水の源泉を発見して、ミネラル水を販売しようと考えている人がいると想定する．このとき、隣人たちはどうするか．

＜協調的な関係として定式化＞

戦略S_1:近傍の主体と協力して源泉を発掘する

戦略S_2:近傍の主体と協力せず、単独で源泉を発掘する

表 5.9　協調的な関係にある主体の利得行列

主体 i の戦略 ＼ 他の主体の戦略	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_i$	0
S_2	0	θ_i

$\theta_i < 0.5$:できればS_1をとりたい
→タイプ1

$\theta_i > 0.5$:できればS_2をとりたい
→タイプ2

このとき、隣人（近傍の主体）がどちらのタイプかによって得られる利得と双方の評価が異なる

利得パラメータと配置(ミネラル水の例)

＜相補的な関係にあるとして定式化＞

戦略S_1:源泉を発掘する

戦略S_2:隣人が発掘したミネラル水を販売する

このときも、隣人（近傍の主体）がどちらのタイプかによって得られる利得と双方の評価が異なる

表 5.11　対称な相補ゲーム

主体 B の戦略 ＼ 主体 A の戦略	S_1	S_2
S_1	0 0	0.25 0.75
S_2	0.75 0.25	0 0

Bの利得

Aの利得

表 5.12　非対称な相補ゲーム

主体 B の戦略 ＼ 主体 A の戦略	S_1	S_2
S_1	0 0	0.75 0.75
S_2	0.25 0.25	0 0

Bの利得

Aの利得

利得パラメータと配置まとめ

各主体が協調的な関係にある場合
：選好関係が同じタイプの主体同士が相互作用するのがよい
各主体が相補的な関係にある場合
：選好関係が異質なタイプの主体同士が相互作用するのがよい

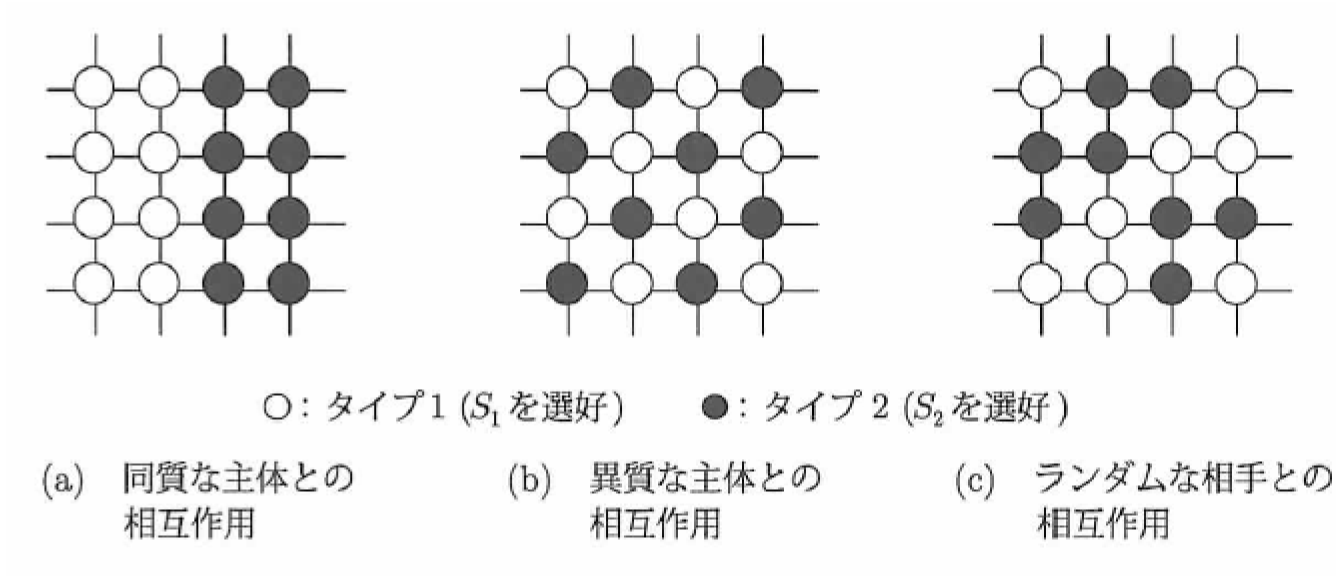


図 5.15 異質な主体の配置関係

目次

- 1. 異質な相互作用の記述方法と準分解可能性

  —集約情報をもとにしたミクロ行為の記述

- 2. ランダムモデルにおけるミクロ—マクロダイナミクス

  —協調関係/相補的な関係/同調主義者と天邪鬼の混在→？

- 3. 異質な主体の配置関係と選択的な相互作用

  —異質性に着目して相手を峻別して相互作用を行うと・・・？

- 4. 集合行為の効率性と平等性

  —集団の多様性・相互作用のなされ方による集合行為の質の違いは？

- 5. 合理的な適応/模倣/反模倣

  —各主体がどのような方法で適応すれば望ましい集合行為が生まれる？

本章の目的

個々に異なる利得行列をもつ（異質な）多数の主体による相互作用とその結果立ち現われてくる集合行為を、

①集団の多様性（利得パラメータとその分布関数の形）
②主体間の関係性（協調的関係or相補的関係）
③相互作用の仕方（大域的/局所的かつランダム/局所的かつ選択的）
④各主体の戦略（合理的適応/模倣/反模倣）

の4つの軸を様々に組み合わせてシミュレーションし、

- 各々の集合行為の望ましさを平等性・効率性の観点から評価したり
- 集団に多様性効果が現れるための条件を調べたりする

集合行為の評価

自己組織化される集合行為を
ミクロとマクロの両方の観点から評価したい

＜評価項目＞
①1人当たりの平均利得—効率性（efficiency）
②集団全体の利得分布—平等性（equity）
③集合行為の安定性・経路依存性

と、いうことで、
効率性・平等性を評価する指標を定義します！

協調的な関係における効率性

戦略S_1を選択する主体の割合が$p(0 \leq p \leq 1)$となって集合行為が均衡した場合について、主体1人当たりの平均利得を求める

表 5.9　協調的な関係にある主体の利得行列

主体 i の戦略 ＼ 他の主体の戦略	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_i$	0
S_2	0	θ_i

各戦略のもとでの主体の平均利得

戦略 S_1 を選択した主体：$(1-\theta)p$

戦略 S_2 を選択した主体：$\theta(1-p)$

戦略S1を選択するのは利得パラメータがp以下の主体、
戦略S1を選択するのは利得パラメータがp以上の主体なので、一人当たりの平均利得は

$$\begin{aligned} u &= \int_0^p p(1-\theta)f(\theta)\,d\theta + \int_p^1 (1-p)\theta f(\theta)\,d\theta \\ &= 0.5(1-p) + \int_0^p (p-\theta)f(\theta)\,d\theta \end{aligned} \tag{5.31}$$

⇒集合行為の効率性(平均利得)は、均衡状態のpの値と密度関数に依存して決まる

協調的な関係における平等性

戦略S_1を選択する主体の割合が$p(0 \leq p \leq 1)$となって集合行為が均衡した場合について、集団全体の利得分布を求める

表 5.9 協調的な関係にある主体の利得行列

主体 i の戦略 ＼ 他の主体の戦略	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_i$	0
S_2	0	θ_i

局所的な相互作用を受ける主体の合理的選択ルール

$p_i(t) \geqq \theta_i$ ならば，戦略 S_1

$p_i(t) < \theta_i$ ならば，戦略 S_2

■利得パラメータθの値がp以下の主体

⇒戦略S1を選択し、利得$u = p(1-\theta)$を得る

⇒ $\theta = 1 - \frac{u}{p}$ ※値域の制限より，定義域$[\mathrm{p} - \mathrm{p}^2 \leq u \leq p]$

利得uを得る主体の占める割合: $f(\theta) = f\left(1 - \frac{u}{p}\right) = f(\frac{u}{p})$・・・(1)

■利得パラメータθの値がp以上の主体

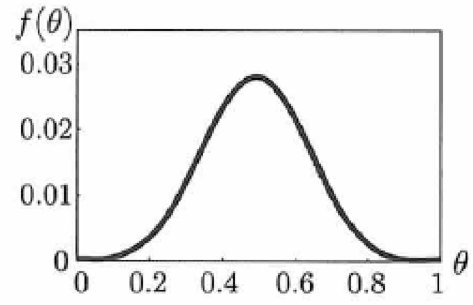
⇒戦略S2を選択し、利得$u = p\theta$を得る

⇒$\theta = \frac{u}{p}$ ※値域の制限より，定義域$[\mathrm{p}^2 \leq u \leq p]$

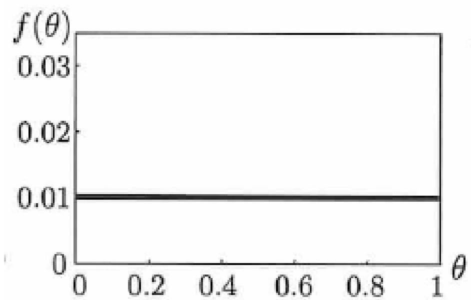
利得uを得る主体の占める割合： $f(\theta) = f(\frac{u}{p})$・・・(2)

利得の分布関数は,(1)と(2)の足し合わせでできる

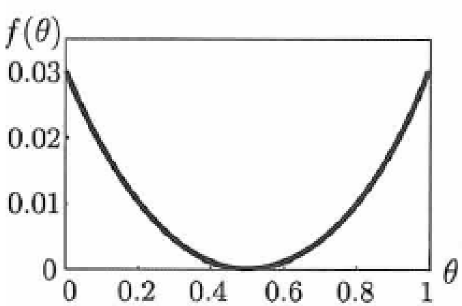
様々な密度関数における評価



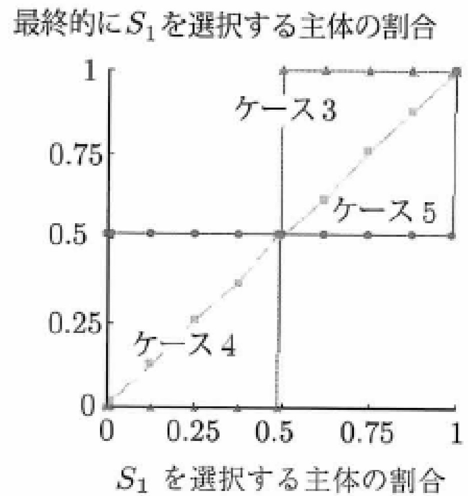
(c)　ケース 3



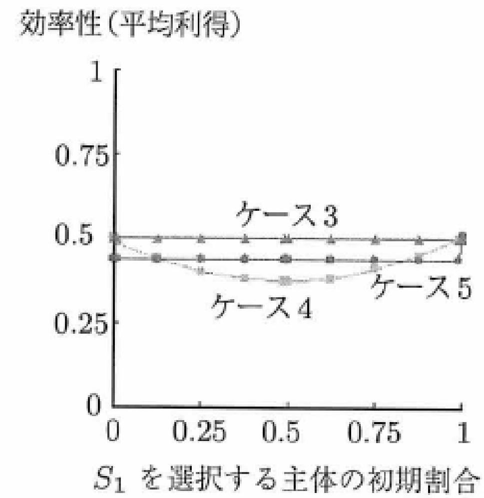
(d)　ケース 4



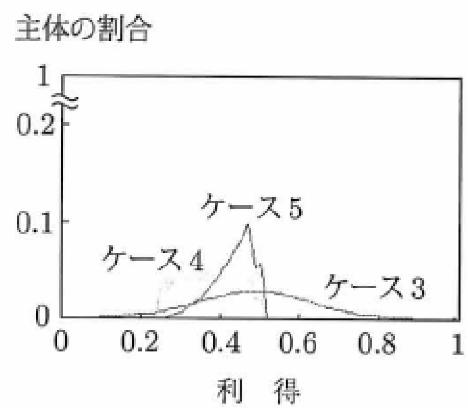
(e)　ケース 5



(a)　S_1 を選択する主体の割合



(b)　一人あたりの平均利得



(c)　均衡点での利得分布

- 協調的関係
- 密度関数3種類
- 大域的相互作用

図 5.16　シミュレーション結果
(大域モデル)

局所モデルにおける集合行為の評価

局所モデルにおいては、選択的相互作用を記述することができる
①同質なタイプとの相互作用（同質なタイプが近傍に集まる配置）
②ランダムな相互作用（ランダムな配置）

①同質なタイプとの相互作用のとき、

表 5.9 協調的な関係にある主体の利得行列

主体 i の戦略 \ 他の主体の戦略	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_i$	0
S_2	0	θ_i

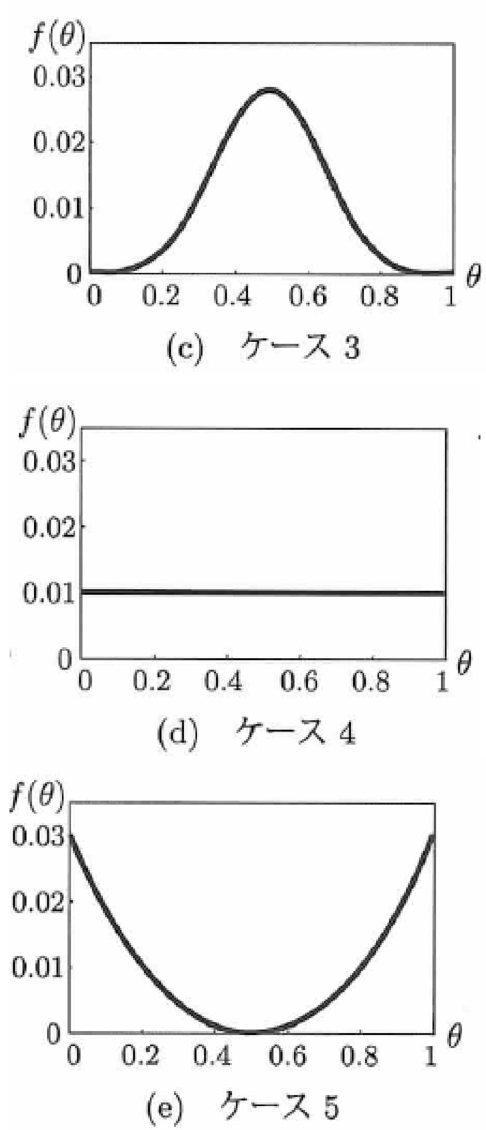
集団全体の平均利得が最大となるのは
利得パラメータθの値が0.5以下⇒S_1
利得パラメータθの値が0.5以上⇒S_2

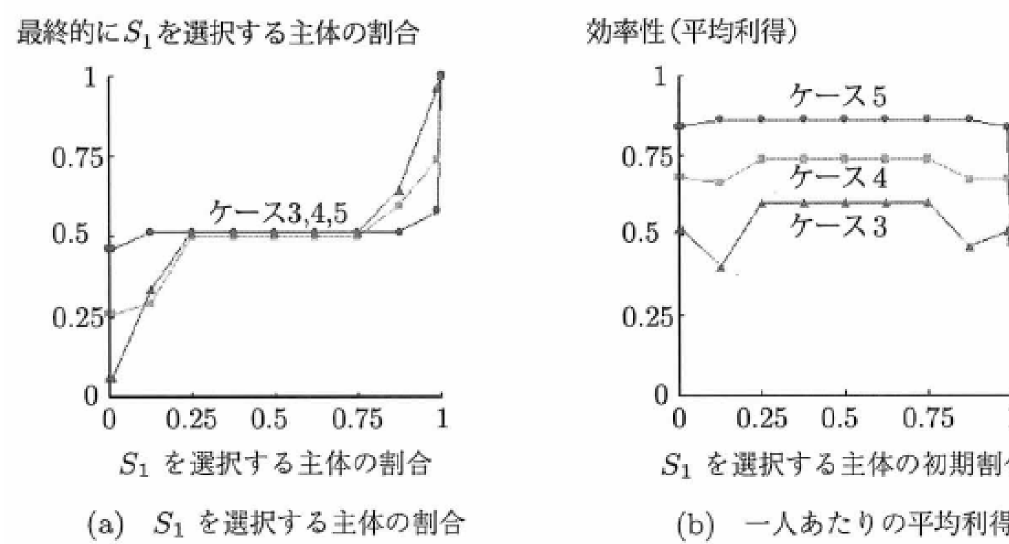
このとき、一人あたりの平均利得は

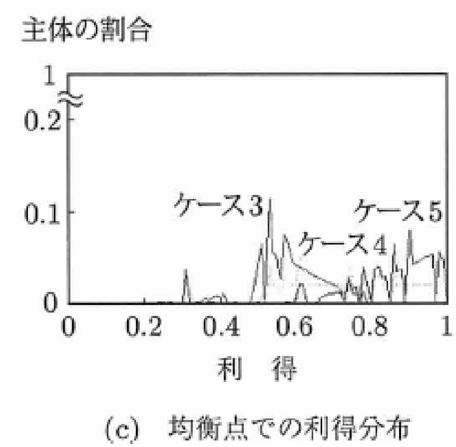
$$u = \int_0^{0.5}(1-\theta)f(\theta)\,d\theta + \int_{0.5}^{1}\theta f(\theta)\,d\theta = 1 - 2\int_0^{0.5}\theta f(\theta)\,d\theta \qquad (5.36)$$

平等性は大域モデルと同様に、密度関数を用いて定義できる

同質なタイプとの選択的相互作用



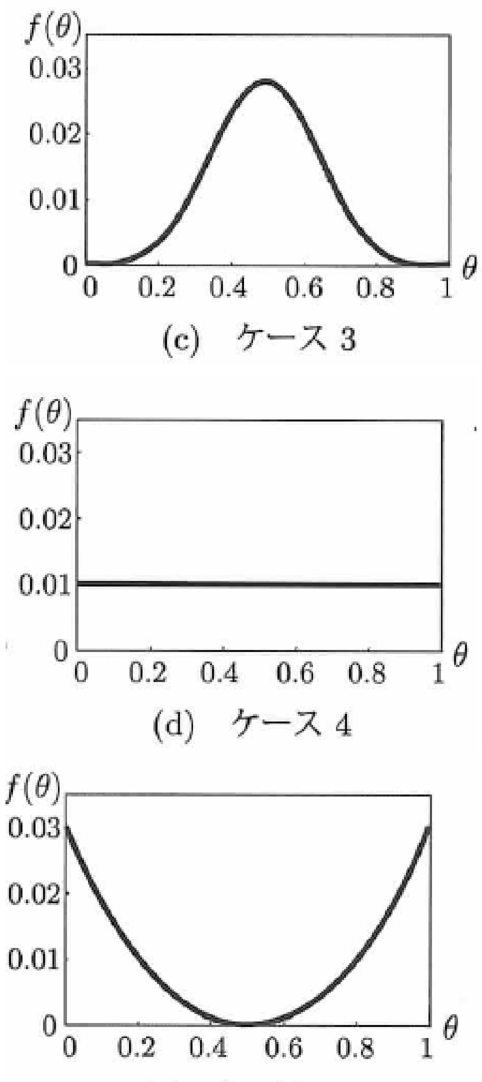




- 協調的関係
- 密度関数3種類
- 選択的相互作用

図 5.17 シミュレーション結果
（局所モデル：同質なタイプとの相互作用）

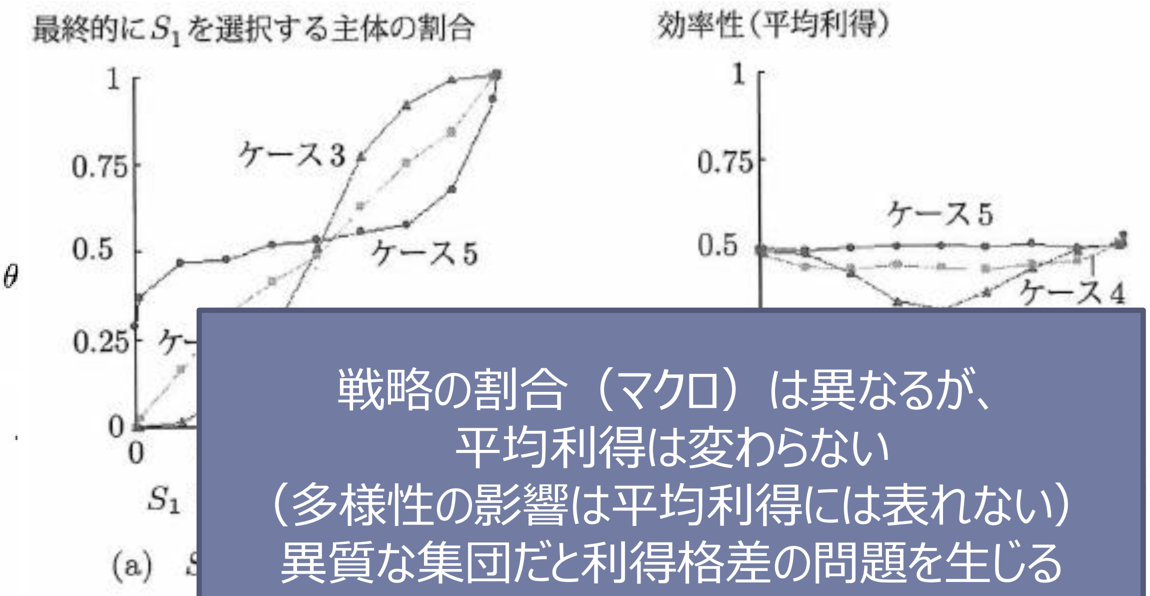
局所モデルでのランダムな相互作用

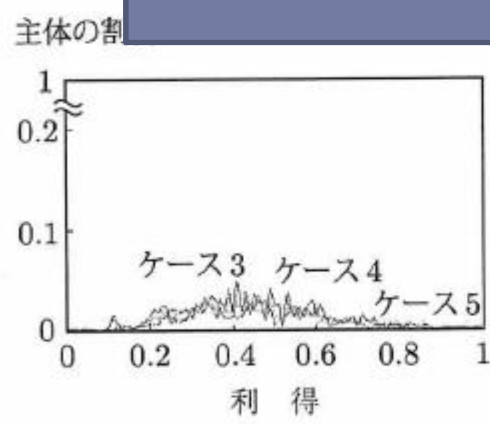


(c) ケース 3

(d) ケース 4

(e) ケース 5





(c) 均衡点での利得分布

戦略の割合（マクロ）は異なるが、
平均利得は変わらない
（多様性の影響は平均利得には表れない）
異質な集団だと利得格差の問題を生じる

- ・協調的関係
- ・密度関数3種類
- ・ランダムな相互作用

図 5.18 シミュレーション結果
(局所モデル：ランダムな
相互作用)

協調関係のもとでの集合行為の評価

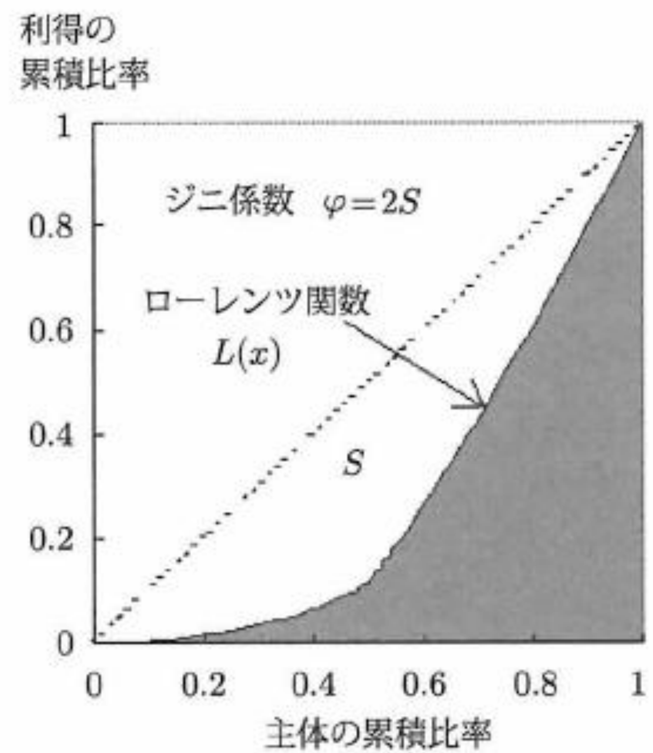


図 5.19 ローレンツ関数とジニ係数

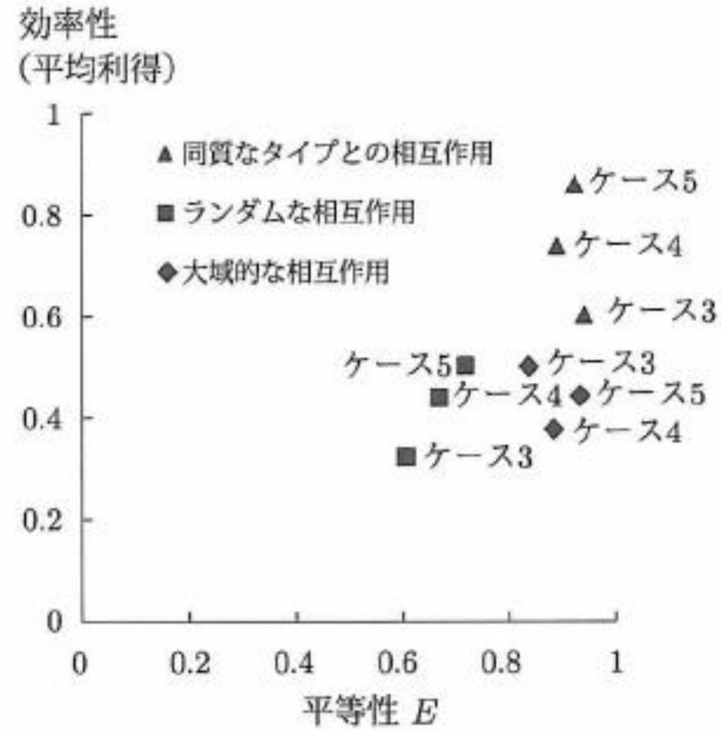


図 5.20 協調的関係の下での効率性と平等性

相補的な関係における集合行為の評価

協調関係の場合と同様、局所モデルにおける選択的相互作用を記述する
①異質なタイプとの相互作用（異質なタイプが近傍に集まる配置）
②ランダムな相互作用（ランダムな配置）

①異質なタイプとの相互作用のとき、

表 5.10 主体の利得行列 (相補的な関係)

主体 i の戦略 ＼ 他の主体の戦略	S_1	S_2
S_1	0	θ_i
S_2	$1-\theta_i$	0

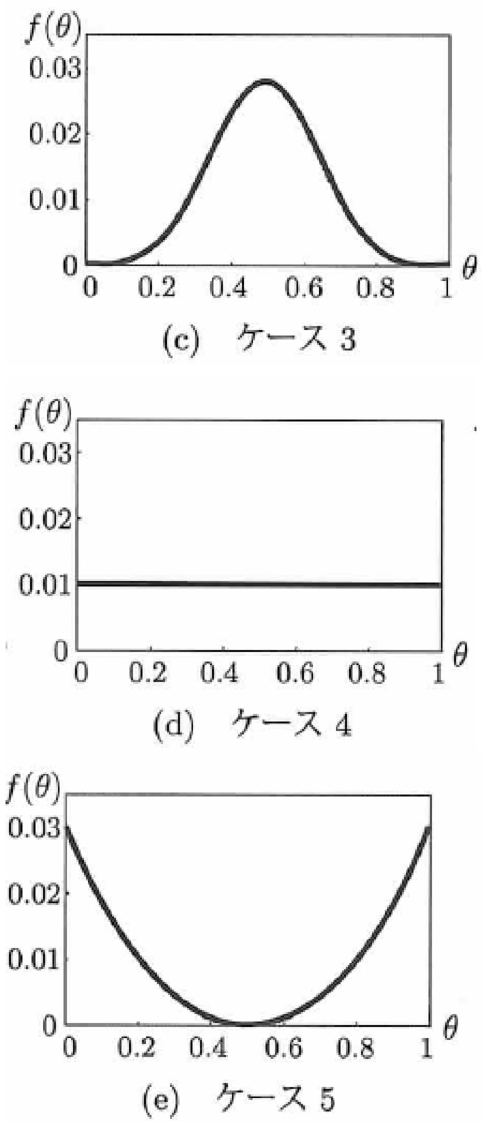
$p = 0.5$で均衡した場合
集団全体の平均利得が最大となるのは
利得パラメータθの値が0.5以上⇒S_1
利得パラメータθの値が0.5以下⇒S_2

このとき、一人あたりの平均利得は協調関係の時と同様、

$$u = \int_0^{0.5} (1-\theta) f(\theta)\, d\theta + \int_{0.5}^{1} \theta f(\theta)\, d\theta = 1 - 2\int_0^{0.5} \theta f(\theta)\, d\theta \qquad (5.36)$$

平等性は大域モデルと同様に、密度関数を用いて定義できる

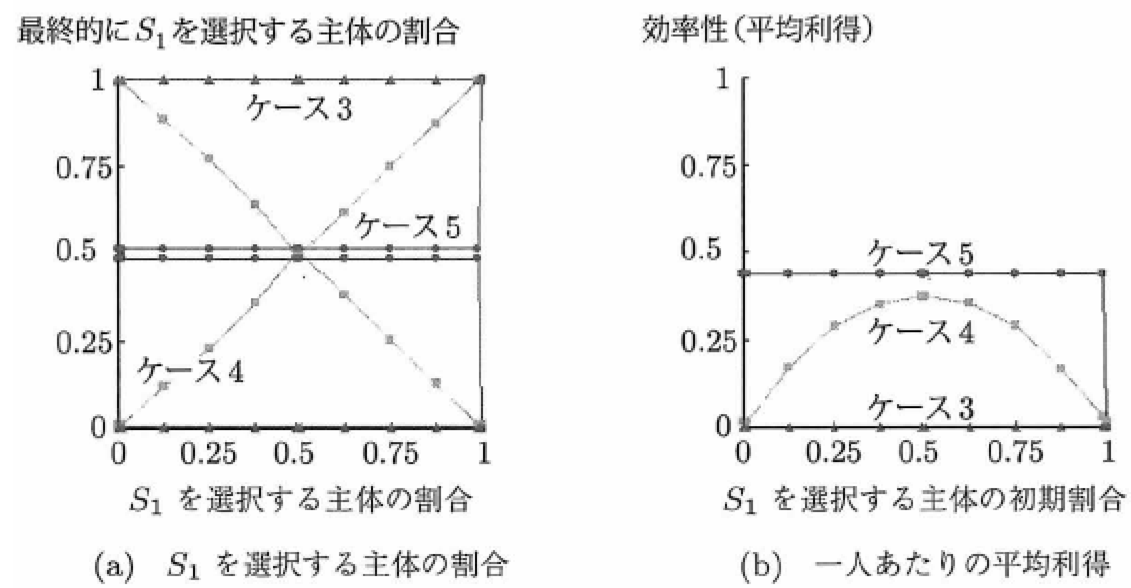
異質なタイプとの選択的相互作用



(c) ケース 3

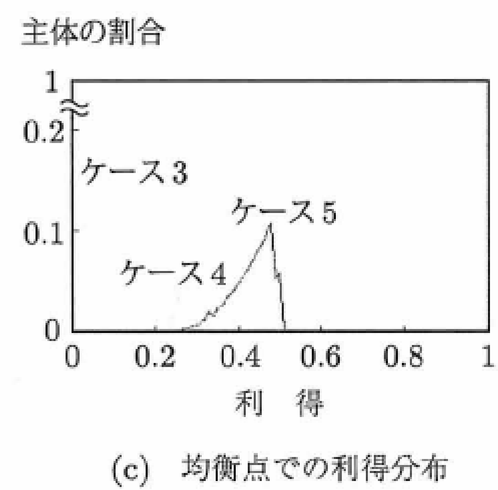
(d) ケース 4

(e) ケース 5



(a) S_1 を選択する主体の割合

(b) 一人あたりの平均利得

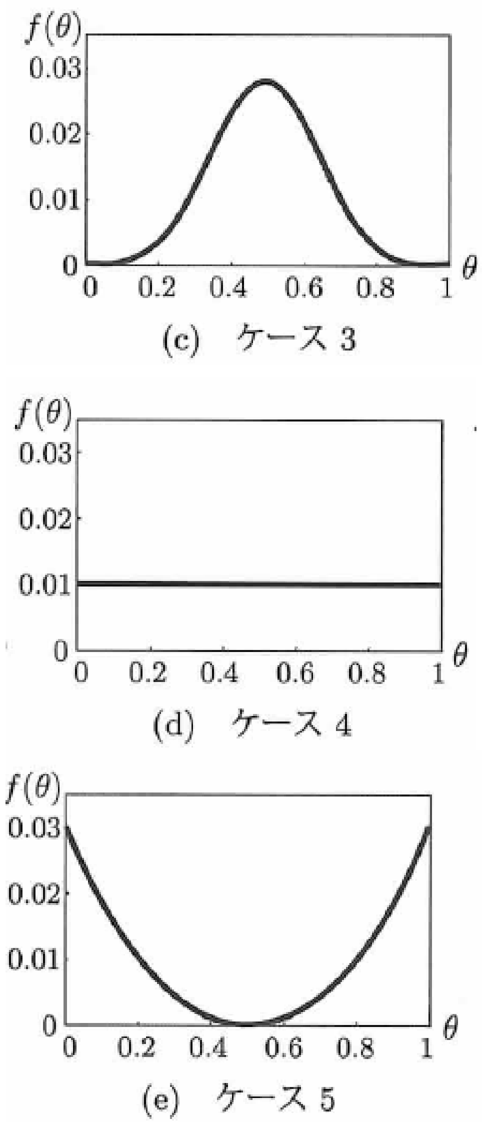


(c) 均衡点での利得分布

・相補的関係
・密度関数3種類
・大域的相互作用

図 5.21 シミュレーション結果（大域モデル）

異質なタイプとの選択的相互作用



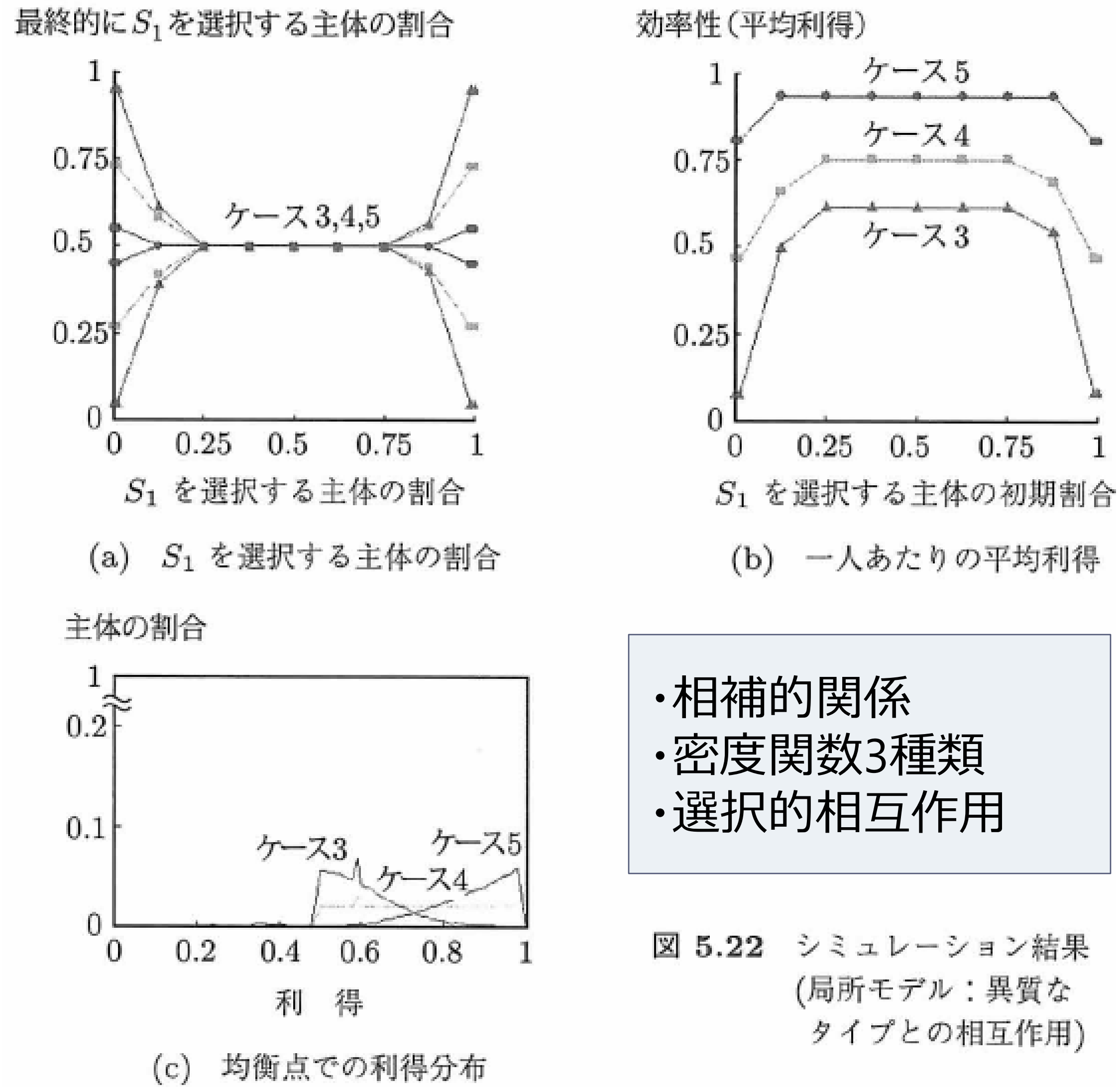
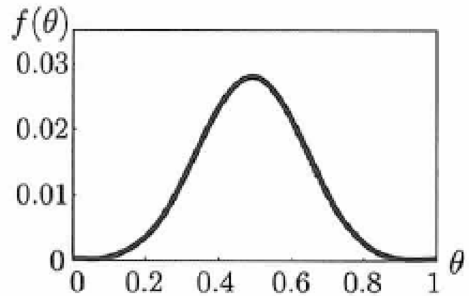


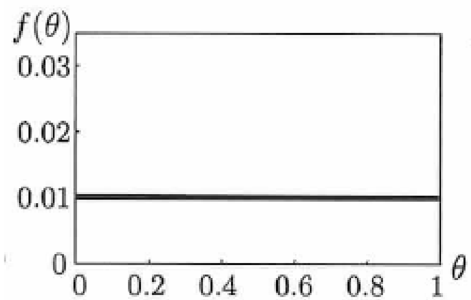
図 5.22 シミュレーション結果
(局所モデル：異質な
タイプとの相互作用)

- 相補的関係
- 密度関数3種類
- 選択的相互作用

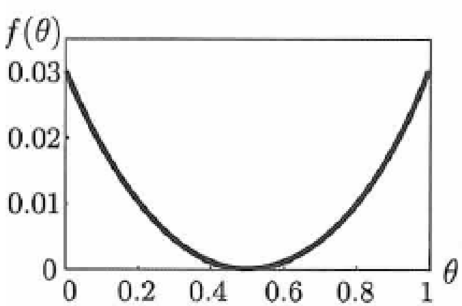
異質なタイプとの選択的相互作用



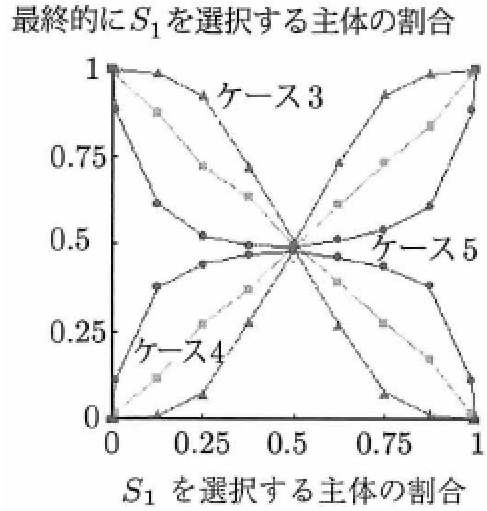
(c) ケース 3



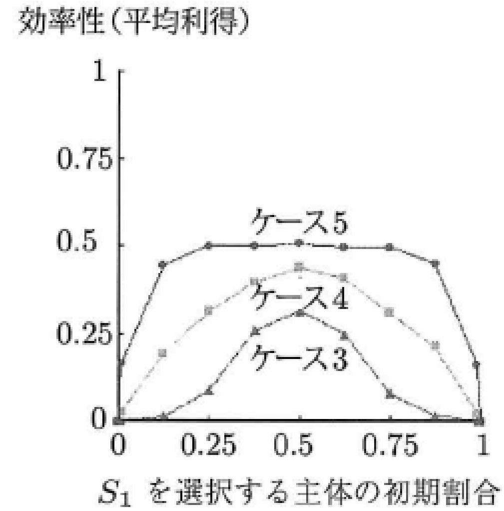
(d) ケース 4



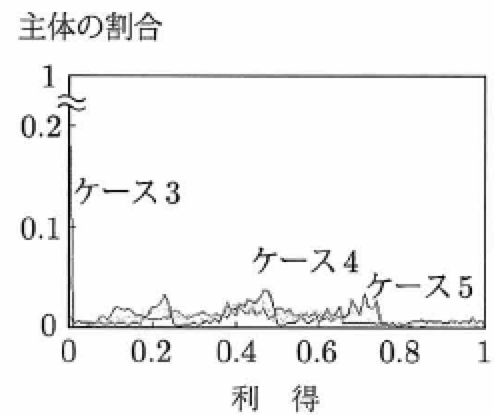
(e) ケース 5



(a) S_1 を選択する主体の割合



(b) 一人あたりの平均利得



(c) 均衡点での利得分布

・相補的関係
・密度関数3種類
・ランダムな相互作用

図 5.23 シミュレーション結果（局所モデル：ランダムな相互作用）

相補関係のもとでの集合行為の評価

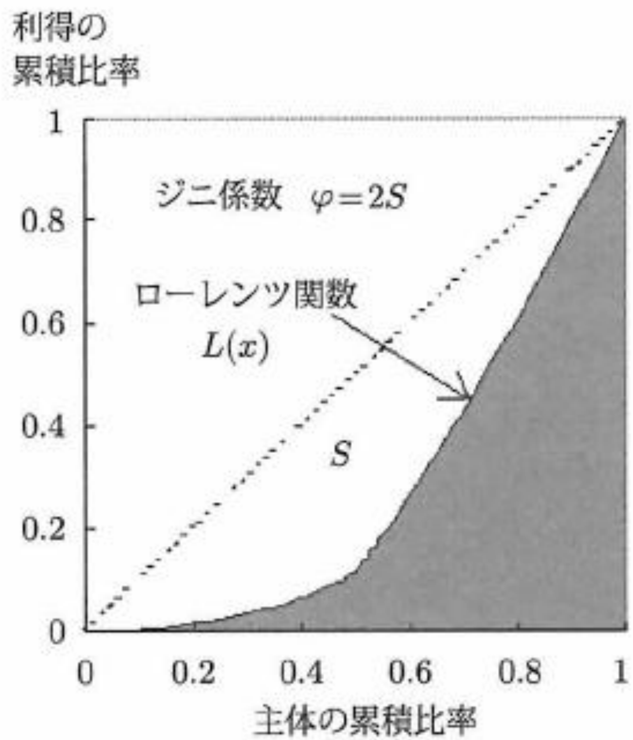


図 5.19 ローレンツ関数とジニ係数

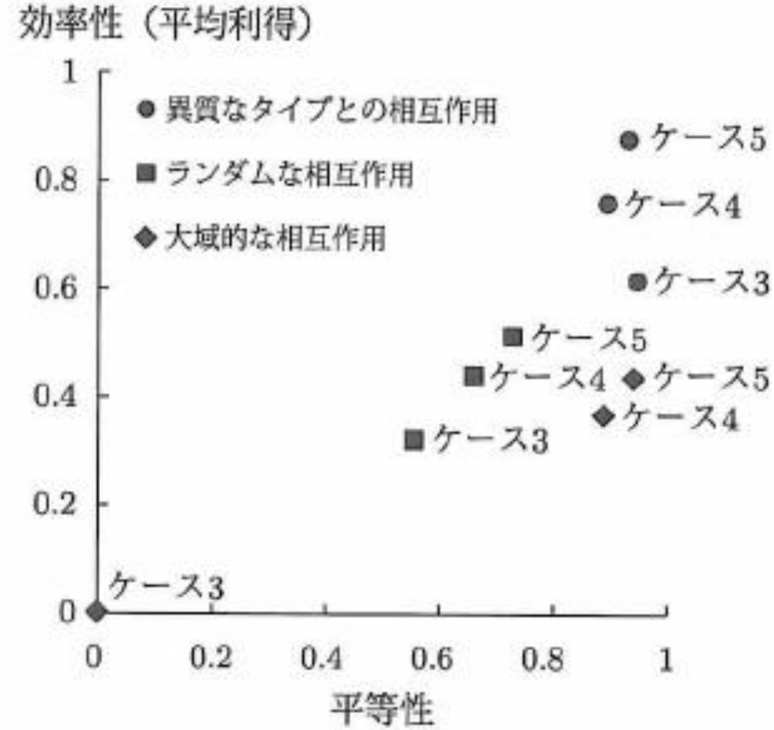


図 5.24 相補的な関係の下での効率性と平等性

目次

- 1. 異質な相互作用の記述方法と準分解可能性

  —集約情報をもとにしたミクロ行為の記述

- 2. ランダムモデルにおけるミクロ—マクロダイナミクス

  —協調関係/相補的な関係/同調主義者と天邪鬼の混在→？

- 3. 異質な主体の配置関係と選択的な相互作用

  —異質性に着目して相手を峻別して相互作用を行うと・・・？

- 4. 集合行為の効率性と平等性

  —集団の多様性・相互作用のなされ方による集合行為の質の違いは？

- 5. 合理的な適応/模倣/反模倣

  —各主体がどのような方法で適応すれば望ましい集合行為が生まれる？

本章の目的

個々に異なる利得行列をもつ（異質な）多数の主体による相互作用とその結果立ち現われてくる集合行為を、

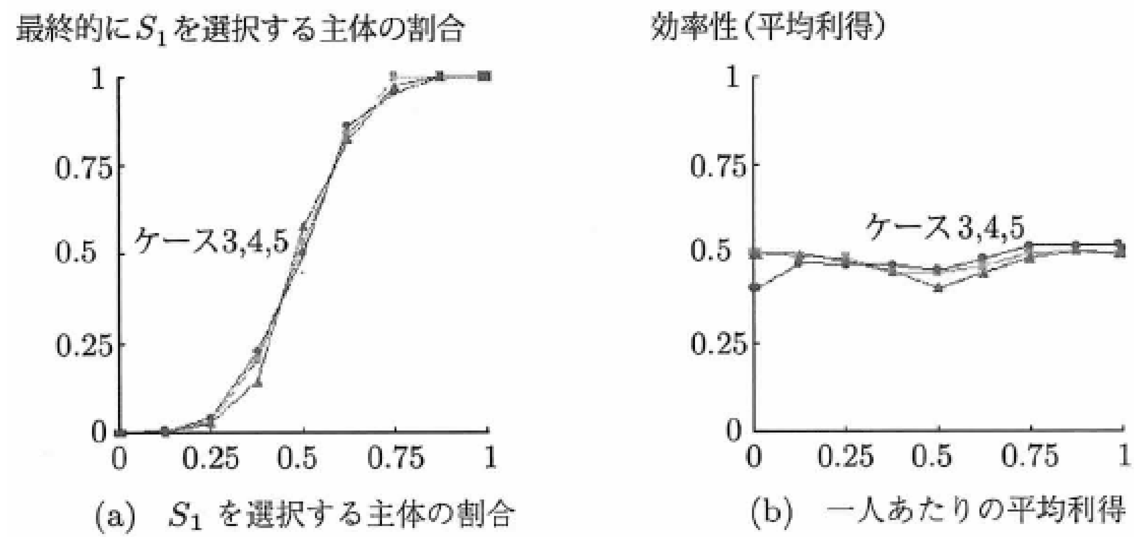
①集団の多様性（利得パラメータとその分布関数の形）
②主体間の関係性（協調的関係or相補的関係）
③相互作用の仕方（大域的/局所的かつランダム/局所的かつ選択的）
④各主体の戦略（合理的適応/模倣/反模倣）

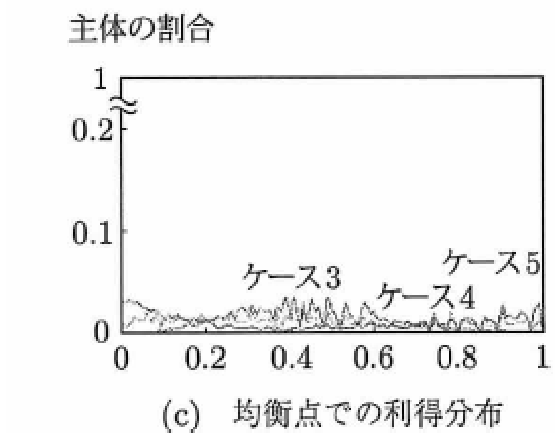
の4つの軸を様々に組み合わせてシミュレーションし、

- 各々の集合行為の望ましさを平等性・効率性の観点から評価したり
- 集団に多様性効果が現れるための条件を調べたりする

合理的な適応と模倣学習の比較

- 協調関係にある主体の場合



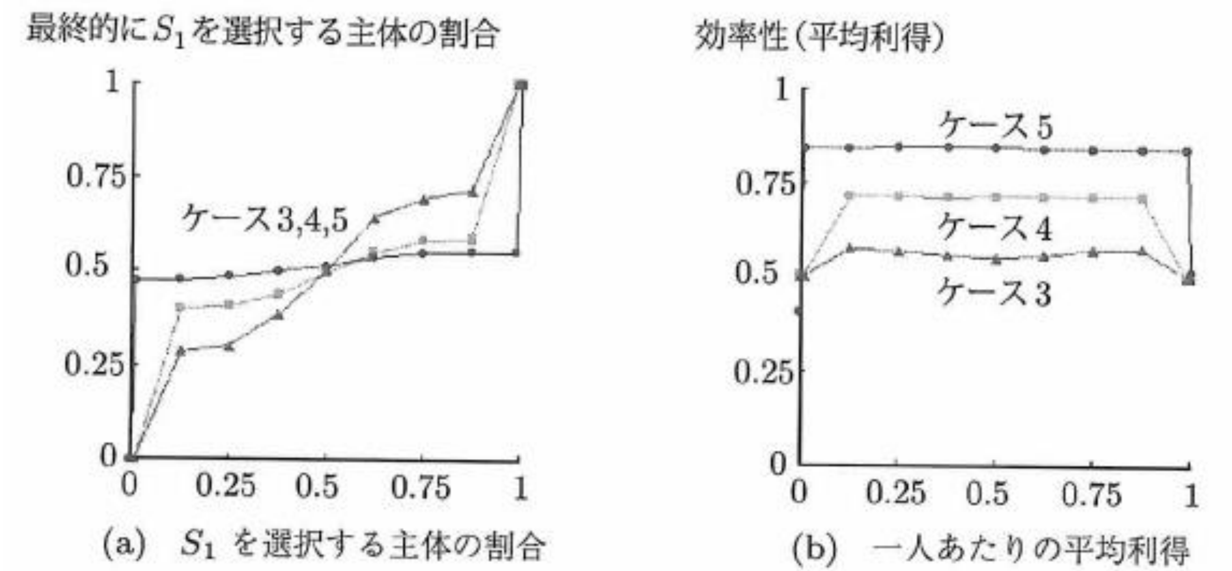


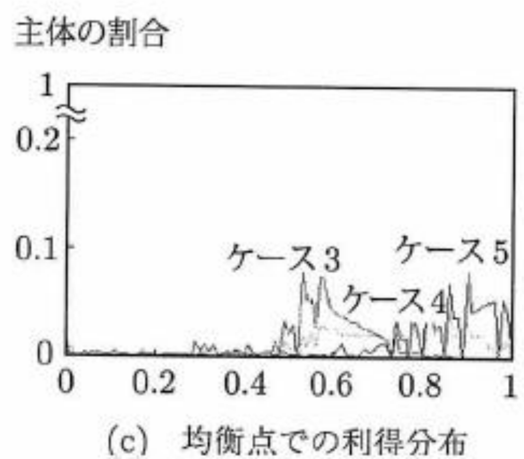
・協調的関係
・密度関数3種類
・ランダムな相互作用
・模倣学習

図 5.25 協調関係の下での集合行為
(ランダムな相互作用と模倣)

合理的な適応と模倣学習の比較

- 協調関係にある主体の場合





・協調的関係
・密度関数3種類
・選択的相互作用
・模倣学習

図 5.26　協調関係の下での集合行為
(同質なタイプとの相互作用と模倣)

合理的な適応と模倣学習の比較

- 協調関係にある主体の場合

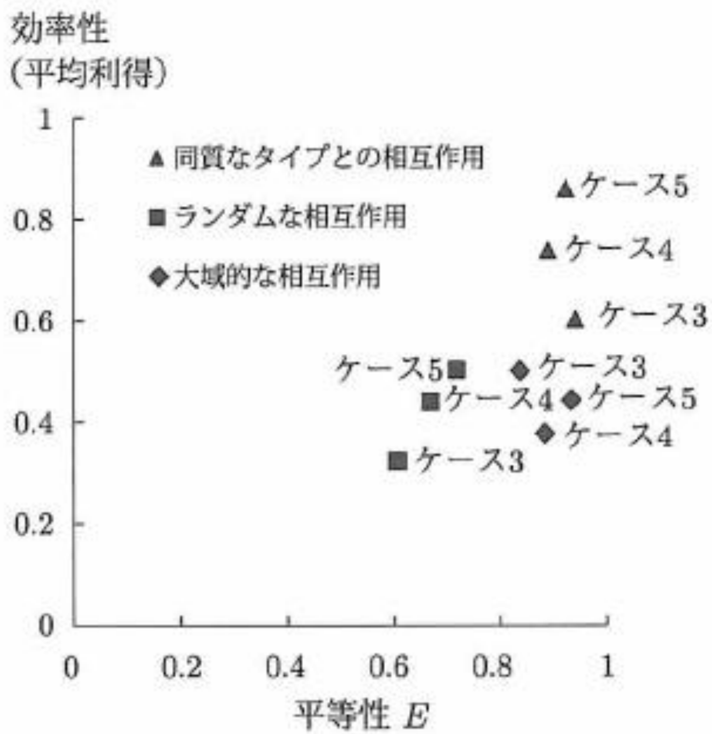


図 5.20　協調的関係の下での効率性と平等性

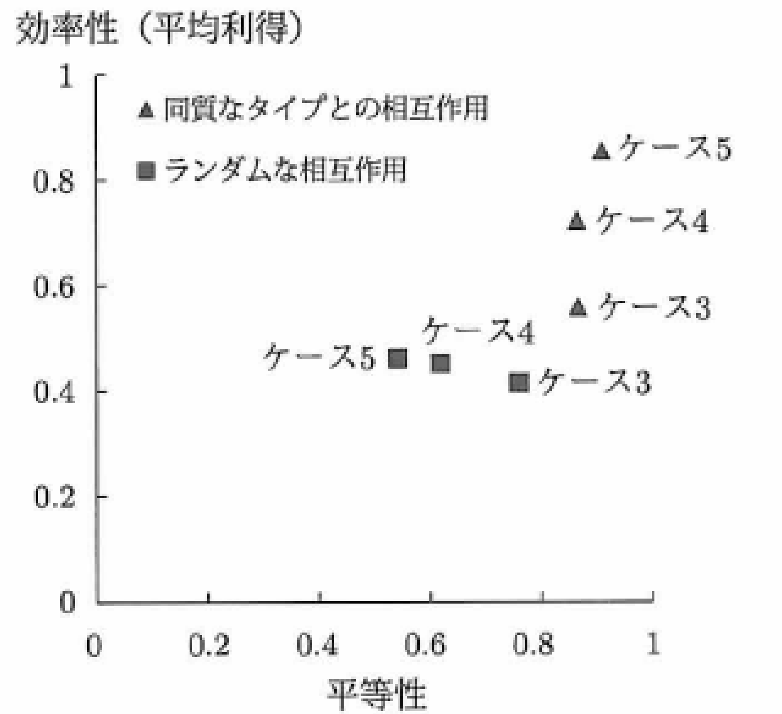


図 5.27　模倣の下での効率性と平等性 (協調関係)

合理的な適応と模倣学習の比較

- 相補関係にある主体の場合

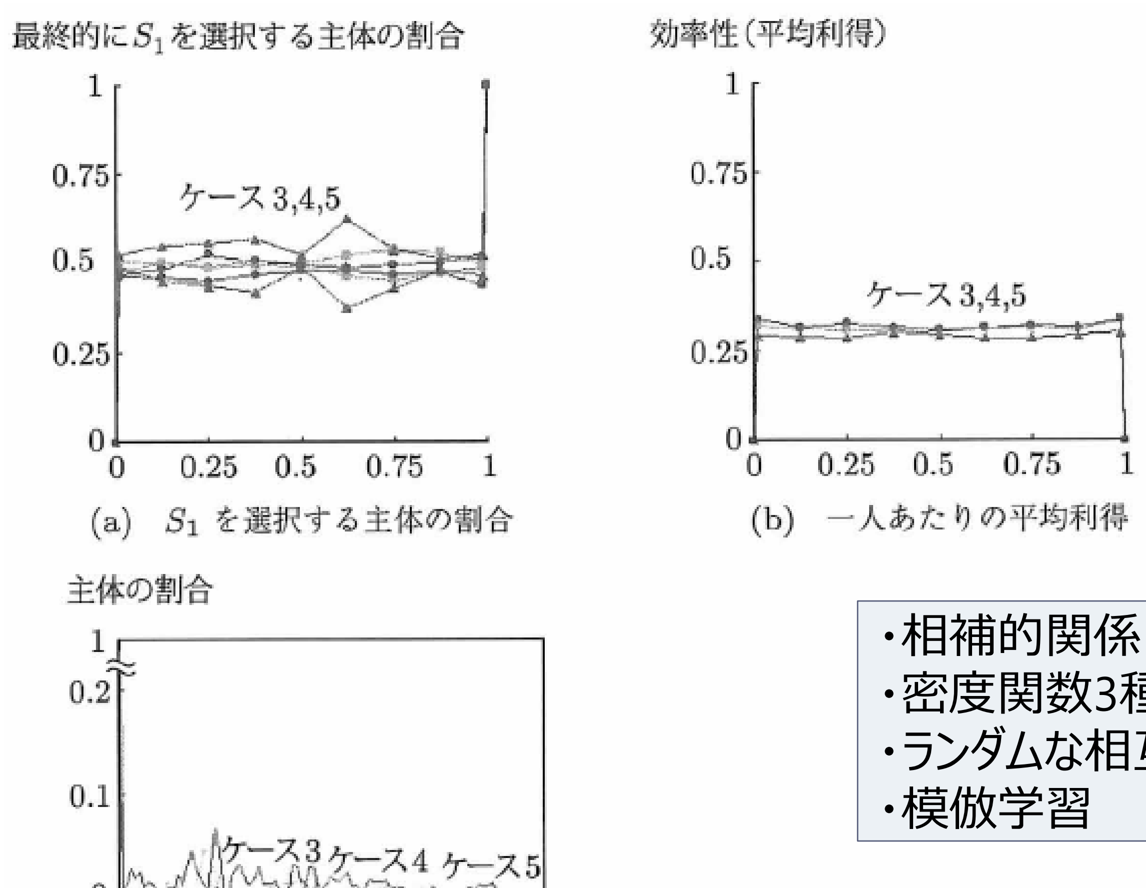


図 5.28 相補関係の下での集合行為
(ランダムな相互作用と模倣)

・相補的関係
・密度関数3種類
・ランダムな相互作用
・模倣学習

合理的な適応と模倣学習の比較

- 相補的な関係にある主体

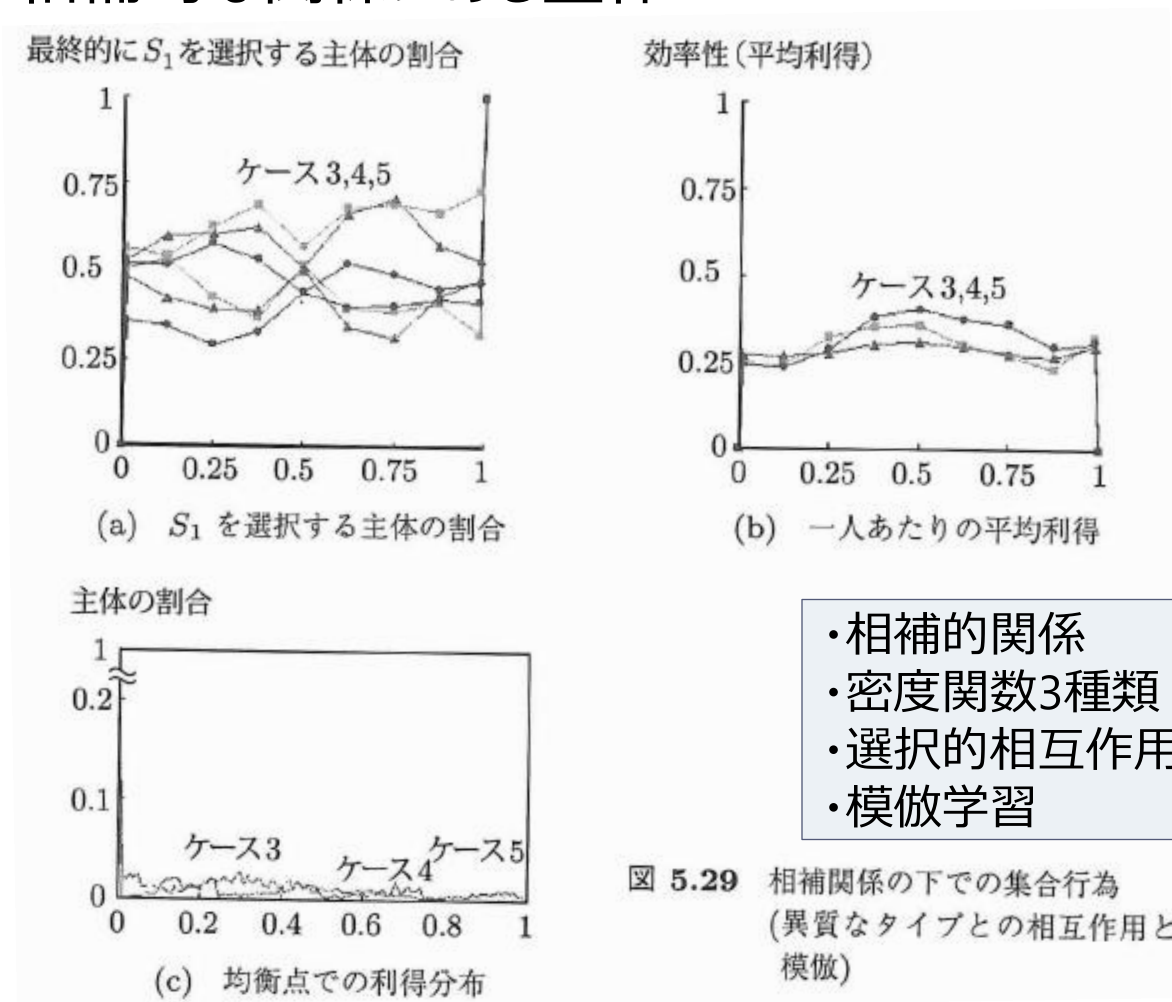


図 5.29 相補関係の下での集合行為(異質なタイプとの相互作用と模倣)

・相補的関係
・密度関数3種類
・選択的相互作用
・模倣学習

合理的な適応と模倣学習の比較

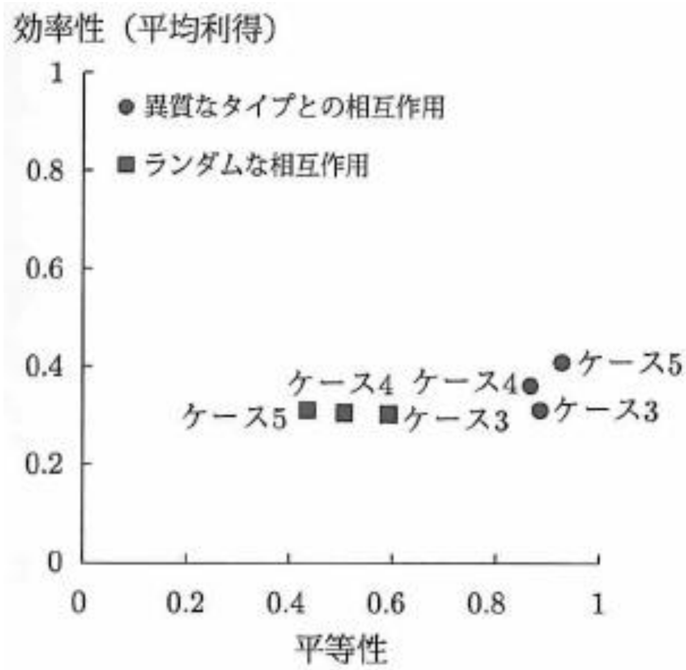


図 5.30　模倣の下での効率性と平等性

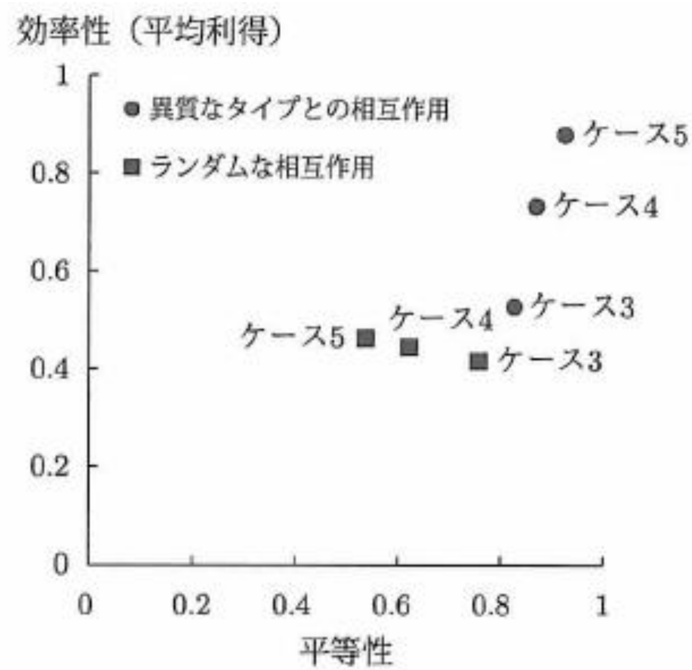


図 5.31　反模倣の下での効率性と平等性

まとめ

- 主体の異質性を考慮することで、選択的な相互作用を考えることが可能となる
- 相手を峻別して相互作用することで、自己組織化される集合行為の効率性と平等性がともに高まる