

第10章：新都市の形成

第11章：階層的都市システムの発展

参考文献：「空間経済学—都市・地域・国際貿易の新しい分析」

2017/9/15 理論談話会

羽藤研M1 山野壺成

第10章 新都市の形成

- どのようにして都市が生まれるのか
- 複数都市の経済構造についてどのように考えればよいか

第9章

単一中心的システムは経済の人口がある臨界値より小さいときにのみ起こりうる均衡状態



第10章

単一中心的システムは経済の人口がその臨界値を超えて大きくなるとき崩壊



新たな都市が形成？

第9章のアプローチ + (人口増加 + 動学的調整過程)

10.1 調整過程と空間システムの安定性

時間経過に伴う経済変化の要因

- 着実な人口増加から生じる「外因的」動学
- 労働者がより高い賃金を求める移動から生じる「内因的」動学

経済モデル導入

K 個の都市の立地点があるとし、
 特定時点での k 番目の立地点の人口を L_k ($k = 1, 2, \dots, K$)と表す。

全人口： $N = \sum_k L_k + L^A$ (L^A は農業労働者数)

k 番目の都市の実質賃金を $\omega_k \equiv \omega_k^M$ とすると、

平均実質賃金は、 $\bar{\omega} \equiv \frac{\{L^A \omega^A + \sum_k L_k \omega_k\}}{N}$ (ω^A は農業労働者共通の実質賃金)

各都市の人口増加は、その都市の実質賃金と経済全体の平均実質賃金との差に比例するものと仮定。

$$\dot{L}_k = L_k (\omega_k - \bar{\omega}), \quad k = 1, 2, \dots, K$$

10.1 調整過程と空間システムの安定性

人口増加に伴う立地調整の動学的過程：工業及び農業すべての労働者を考慮

↓ 単純化

農業人口は農業の実質賃金を均等化するように瞬時に移動するものと仮定。

市場ポテンシャル関数は、第9章と同様に、

$$\Omega(r) = \frac{\omega_k^M(r)^\sigma}{\omega_k^A(r)^\sigma} \quad (r \text{ は都市からの距離})$$

立地点 k に都市が存在するとき、 $\Omega(r_k) = 1$

このとき $\Omega(r) \leq 1$ ($r \neq r_k$) ならば、このシステムは空間的均衡



人口増加に伴い市場ポテンシャル曲線が
高さ1の水平線を越えたとき、
その位置に新たな都市が形成されることが
予想される

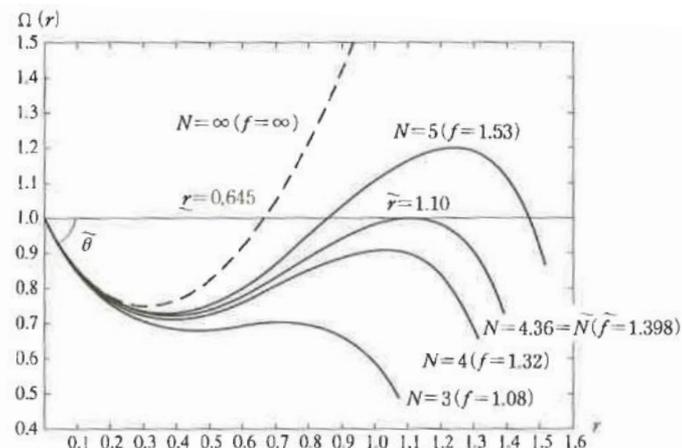


図9.4 N の種々な値に対する単一中心システムでのポテンシャル曲線

10.2 1都市から3都市へ

動学過程

$\begin{cases} L_1, \omega_1 : \text{中心都市における人口及び労働者の実質賃金} \\ L_2, \omega_2 : \text{各新都市における人口及び労働者の実質賃金} \end{cases}$

のもとで N を所与とした経済の動学過程は,

$$\begin{cases} \dot{L}_1 = L_1(\omega_1 - \bar{\omega}) \\ \dot{L}_2 = L_2(\omega_2 - \bar{\omega}) \end{cases} \dots (A)$$

と表せる。ただし,

$$\bar{\omega} = \frac{(L_1\omega_1 + 2L_2\omega_2 + L^A\omega^A)}{N}$$

$$L^A = N - L_1 - 2L_2$$

ついで, L_1, L_2, N を所与とした場合の $\omega_1, \omega_2, \omega^A$ の値を決定する連立方程式を考える

…価格指数, 賃金方程式, 実質賃金方程式, **農業後背地の規模**

農業生産物の輸送費用 : 0 ($\tau^A = 0$)

→一般的なケースへ

10.2 1都市から3都市へ

ケース：(農業生産物が無費用で輸送)

$w_1 = 1$ となるように規準化すれば,

各立地点 s における工業品の価格指数は,

$$G(s) = \left[(L_1/\mu)e^{-(\sigma-1)\tau^M|s|} + (L_2/\mu)w_2^{-(\sigma-1)} \left(e^{-(\sigma-1)\tau^M|s+\tilde{r}|} + e^{-(\sigma-1)\tau^M|s-\tilde{r}|} \right) \right]^{-1/(\sigma-1)}$$

都市における所得は, $Y_1 = L_1$, $Y_2 = w_2 L_2$...①

農業地域の各立地点 r における所得は, $Y(r) = p^A$

各都市における労働者の賃金は,

$$1 = w_1 = \left[L_1 G_1^{\sigma-1} + 2L_2 w_2 e^{-(\sigma-1)\tau^M \tilde{r}} G_2^{\sigma-1} + p^A \int_{-f}^f e^{-(\sigma-1)\tau^M|s|} G(s)^{\sigma-1} ds \right]^{1/\sigma} \dots \textcircled{2}$$

$$w_2 = \left[L_1 e^{-(\sigma-1)\tau^M \tilde{r}} G_1^{\sigma-1} + L_2 w_2 G_2^{\sigma-1} (1 + e^{-2(\sigma-1)\tau^M \tilde{r}}) + p^A \int_{-f}^f e^{-(\sigma-1)\tau^M|s-\tilde{r}|} G(s)^{\sigma-1} ds \right]^{1/\sigma} \dots \textcircled{3}$$

(f は農業地域の耕作限界を表す)

各都市における実質所得は,

$$\omega_1 = G_1^{-\mu} (p^A)^{-(1-\mu)} \dots \textcircled{4}$$

$$\omega_2 = w_2 G_1^{-\mu} (p^A)^{-(1-\mu)} \dots \textcircled{5}$$

10.2 1都市から3都市へ

…農業について

農業労働者数は, $N - L_1 - 2L_2$

各農業労働者はそれぞれ c_A の土地を利用しているので, 耕作限界は,

$$f = (N - L_1 - 2L_2) / (2c_A) \quad \dots \textcircled{6}$$

耕作限界で地代は0となるから, 農業の実質賃金は,

$$\omega_A = w^A(f)G^{-\mu}(p^A)^{-(1-\mu)} = G^{-\mu}(p^A)^\mu / c_A \quad \dots \textcircled{7}$$

以上の連立方程式①～⑦は,

L_1, L_2, N を所与として $\omega_1, \omega_2, \omega^A$ の値を決定する

さらに得られた値を式(A)に代入し, 動学過程を考慮

解析的には複雑なので, 数値的に分析する

($\sigma = 4, \mu = 0.3, \tau^A = 0, \tau^M = 1, c_A = 0.5$)

↳ 人口臨界値は $\tilde{N} = 2.57$ であり, 臨界距離は $\tilde{r} = 1.14$

10.2 1都市から3都市へ

数値シミュレーション

縦軸：実質賃金の比

横軸：新都市の工業労働者のシェア λ_2

各新都市へある労働者数 L_2 を割り当てて、農業の実質賃金が経済全体の平均実質賃金と等しくなる ($\omega_A = \bar{\omega}$) ように、 L_1, L^A を調整

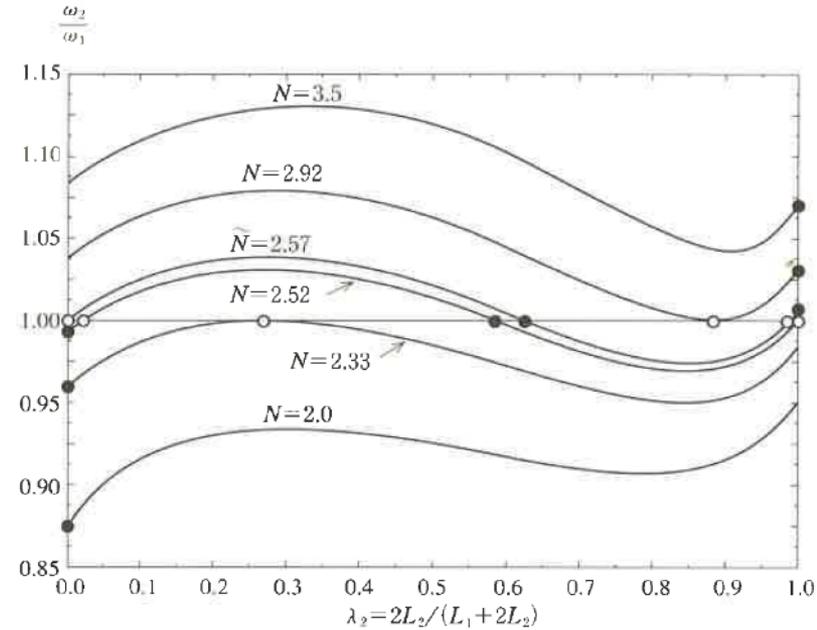
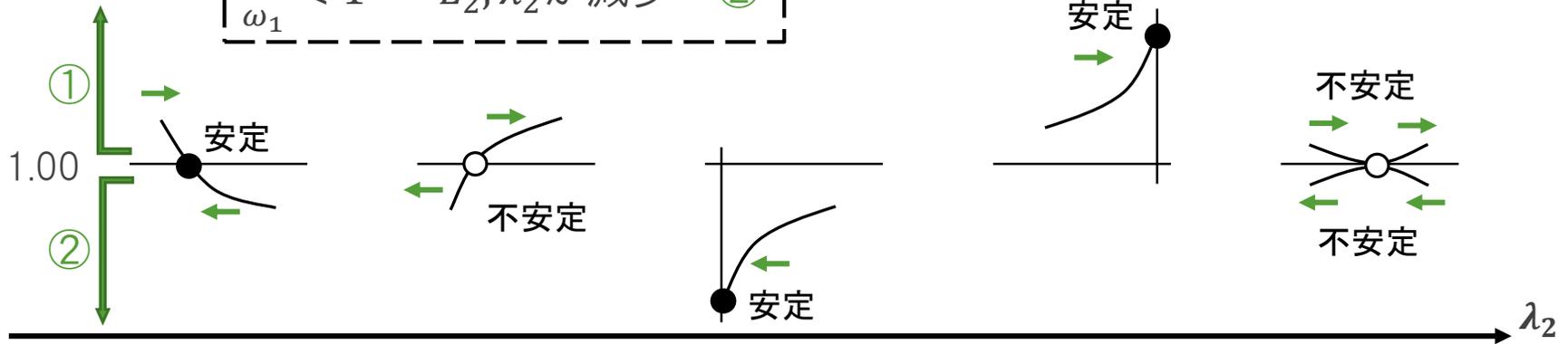


図 10.1 $\omega^A = \bar{\omega}$ と調整される場合の ω_2/ω_1 が描く曲線

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} > 1 \Rightarrow L_2, \lambda_2 \text{ が増加} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} < 1 \Rightarrow L_2, \lambda_2 \text{ が減少} \dots \textcircled{2}$$



10.2 1都市から3都市へ

人口規模別の分析

1. $N < 2.33$ のとき
単一中心都市（新たな都市は存在しない）
2. $2.33 < N < 2.52$ のとき
中心都市のみ，3都市共存
3. $2.52 < N < 2.57$ のとき
中心都市のみ，3都市共存，
新たな都市のみ
4. $2.57 < N < 2.92$ のとき
3都市共存 or 新たな都市のみ
5. $2.92 < N$ のとき
新たな都市のみ（中心都市は消滅）

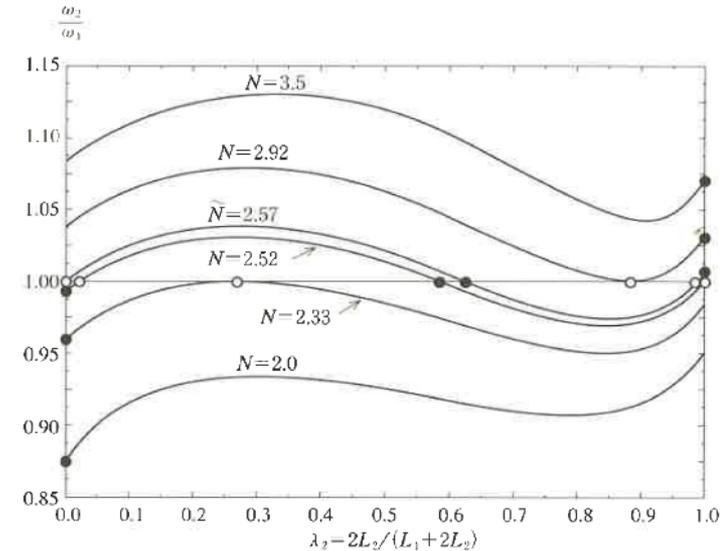


図 10.1 $\omega^A = \bar{\omega}$ と調整される場合の ω_2/ω_1 が描く曲線

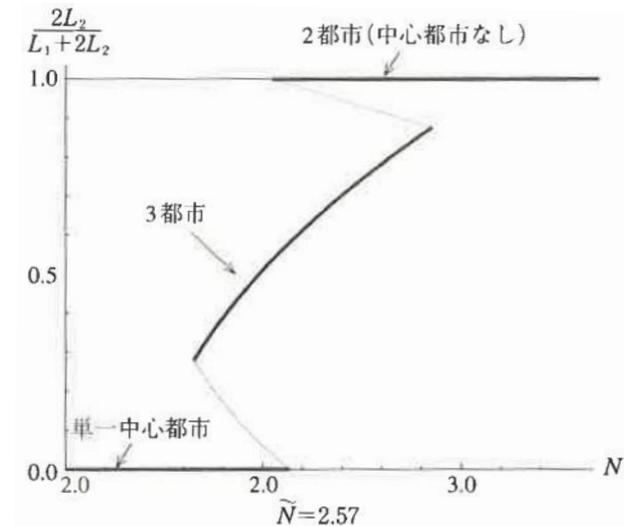
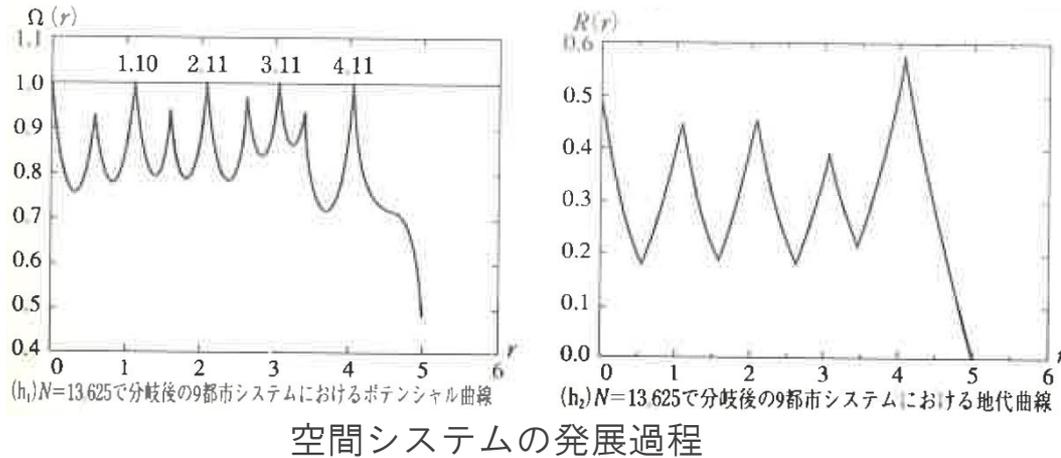


図 10.2 3都市システムでの分岐図

10.3 長期にわたる新都市形成

3都市以上についても
人口増加に伴って都市が形成されていく過程を記述可能



- ・ 隣接都市間の距離が一定
- ・ 先端都市は常に最大の規模
- ・ その隣の都市は常に最小
- ・ 凍結効果（尖点の鋭さ＝都市の不動性）も一定

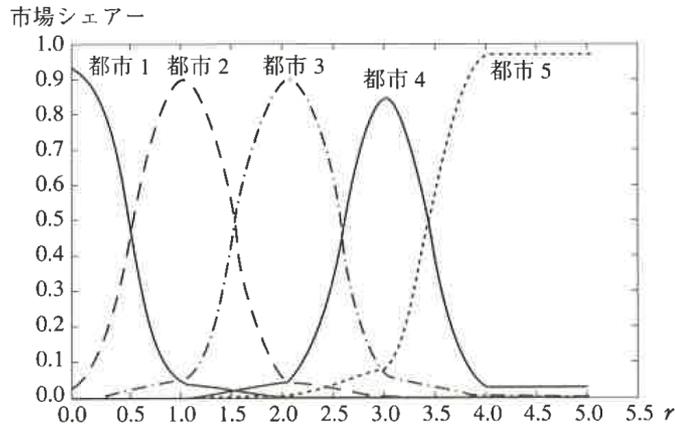


図 10.4 $N=13,625$ の時の9都市システムにおける市場シェアー曲線

右図は9都市を有する均衡における
各都市 k の工業品のシェア曲線を表す
先端都市5はシェア最大となり、
隣接した都市4は最小（先端都市の影）

10.3 長期にわたる新都市形成

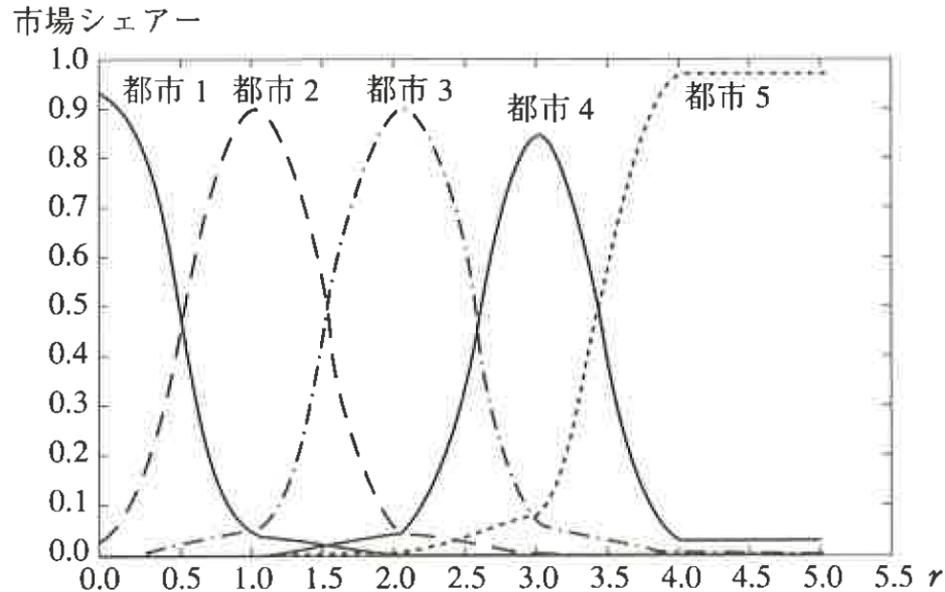


図 10.4 $N=13.625$ の時の 9 都市システムにおける市場シェアー曲線

市場シェア曲線は釣鐘型で、交易圏に明確な境界はない



古典的中心地理論

同じ階層の都市は差別化のない同じ財を生産
→明確に定義される市場が存在

10.4 結論

結論

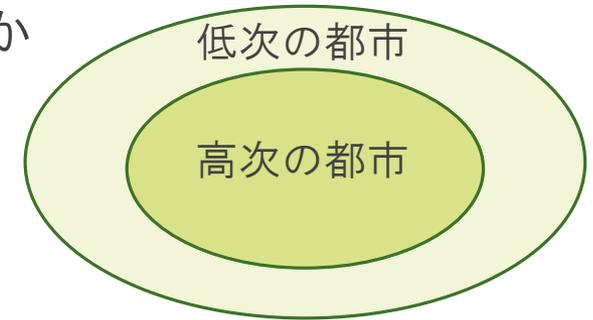
- 単一中心型のフォン・チューネンのモデルを著しく拡張し、ミクロ経済学的アプローチから人口増加が都市システム形成に及ぼす影響を明らかにした。
- 複数の都市が形成される様子を数値シミュレーションによって再現した

課題

- すべての都市は基本的に同じ
(同一種類の財を生産/人口が十分に大きくなると規模も同程度)
→ クリスタラーの階層構造のモデル化

第11章 階層的都市システムの発展

- 異なる工業部門を有する経済が
どのように階層的都市システムを発展させるか
…意味ある仕方で区別



高次の財：輸送費用が低い or 代替パラメータが小さい

企業が高次の財を生産するために新規立地するとき、
消費者の与える後方連関効果のため、既存都市を選択する傾向がある
→既存の低次の都市が「格上げ」

モデルの忠実な再現 > 都市システムの発展過程の理解

↳ 歴史的データの把握

11.1 19世紀のアメリカにおける都市の階層性の形成

1830年～1870年におけるアメリカの都市システムの発展

アメリカ全体の人口：1300万人→3900万人

- | |
|-------------------|
| 第1階層：人口130万人以上 |
| 第2階層：人口13万人～130万人 |
| 第3階層：人口3万人～13万人 |

- ① 1830年以前に形成された都市の多くは大西洋岸北部または河川の周辺に立地
- ② 1870年までにできた第3階層都市の多くは中西部に立地。農業地域の生活を支える。
- ③ ②の都市のいくつかはより大きな後背地に高次の財/サービス(営業・取引サービス等)を提供し、第2階層の都市へ格上げ。
- ④ ニューヨークは唯一の第1階層都市へ。最高次の財/サービス(全国紙/金融サービス等)を提供。
- ⑤ フロンティアのいくつかの都市は消滅。

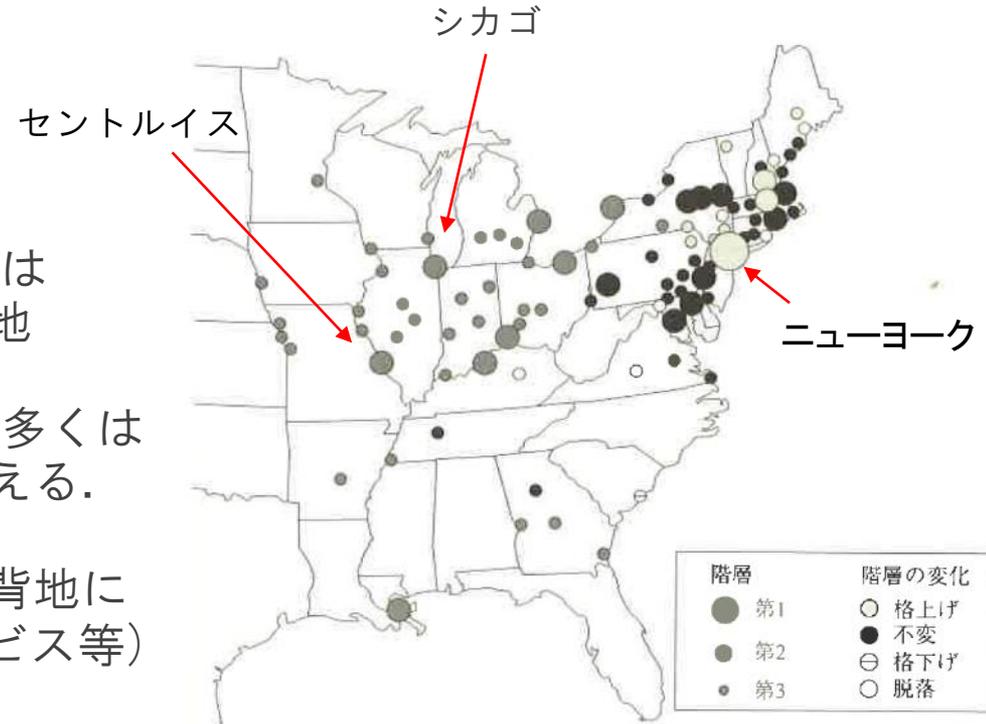


図 11.1 合衆国の都市システムの発展 (1830～1870年)

11.2 モデル

経済モデル導入

H 個の産業が存在し、各々の産業($h = 1, 2, \dots, H$)が独自の範囲にわたる差別化された財を生産。

…前章のモデルに新たに追加

各産業を記述するパラメータは産業によって異なる

- 代替の弾力性： $\sigma^h \equiv 1/(1 - \rho^h)$
- 輸送費用： τ^h
- 支出シェア： μ^h

k 番目の都市における産業 h の雇用が L_k^h であるものとする

立地点 r における産業 h の生産物の価格指数は

$$G^h(r) = \left[\sum_h (L_k^h / \mu^h) w_k^{-(\sigma^h - 1)} e^{-(\sigma^h - 1)\tau^h |r - r_k|} \right]^{-1/(\sigma^h - 1)}$$

立地点 r における産業 h の賃金方程式は

($|X^A|$ は農業地域の大きさ)

$$w^h(r) = \left[\sum_k Y_k e^{-(\sigma^h - 1)\tau^h |r_k - r|} (G_k^h)^{\sigma^h - 1} + \int_{X^A} p^A(s) e^{-(\sigma^h - 1)\tau^h |s - r|} (G^h(s))^{\sigma^h - 1} ds \right]^{1/\sigma^h}$$

11.2 モデル

都市 k における所得は $Y_k = \sum_h w_k^h L_k^h$

各産業及び農業の実質賃金は,

$$\omega^h(r) = w^h(r)(p^A(r))^{-\mu^A} \prod_h (G^h(r))^{-\mu^h}$$

$$\omega^A(r) = w^A(r)(p^A(r))^{-\mu^A} \prod_h (G^h(r))^{-\mu^h}$$

労働市場の需給バランスは $\sum_k \sum_h L_k^h + c_A |X^A| = N$

すべての都市における実質賃金は等しくならなければならないので,

$L_k^h > 0$ となるすべての h, k について $\omega_k^h = \omega^A(r) = \omega^A$

均衡持続可能性について, 立地点 r における産業 h の市場ポテンシャル関数を

$$\Omega^h(r) = \frac{[\omega^h(r)]^{\sigma^h}}{[\omega^A]^{\sigma^h}}$$

と定義. 各産業 $h = 1, 2, \dots, H$ に対して, すべての r で $\Omega^h(r) \leq 1$ ならば, 単一中心構造が均衡状態として持続可能である.

11.3 単一中心システム

市場ポテンシャル関数

各産業の市場ポテンシャル関数は、

$$\Omega^h(r) = e^{-\sigma^h \{(1-\mu^M)\tau^A - \mu^M \bar{\tau}^M\} r} \left[\left(\frac{1+\mu^M}{2} \right) e^{-(\sigma^h-1)\tau^h r} + \Psi^h(r, f) \left(\frac{1-\mu^M}{2} \right) e^{(\sigma^h-1)\tau^h r} \right]$$

ただし、

$$\Psi^h(r, f) = 1 - \frac{\int_0^r e^{-\tau^A s} [1 - e^{-2(\sigma^h-1)\tau^h(r-s)}] ds}{\int_0^f e^{-\tau^A s} ds}$$

$$\left(\mu^M \equiv \sum_{h=1}^H \mu^h = 1 - \mu^A, \quad \bar{\tau}^M \equiv \sum_h \frac{\mu^h \tau^h}{\mu^M} \right)$$

ここで導出した市場ポテンシャル関数は、2点を除いて第9章のものと同じ。

- ① 代替の弾力性及び輸送費用が産業 h ごとに特有の値 (σ^h , τ^h)
- ② []外の項は、立地点 r と中心都市の生計費指数の差を表し、消費額で重み付けされた工業品の平均輸送費用 $\bar{\tau}^M$ を含む。

都市近傍でのこれらの勾配は、

$$\frac{d\Omega^h(0)}{dr} = \sigma^h \{ (1 - \mu^M)\tau^A - \mu^M (\bar{\tau}^M + \rho^h \tau^h) \}$$

第9章と同じく、この勾配が負→単一中心構造が持続可能
ただし、ここではすべての産業についての成立が必要

11.3 単一中心システム

単一中心構造の持続可能性

表 11.1 単一中心均衡の可能性

少なくとも1つの h に対し $(1 - \mu^M) \tau^A - \mu^M (\bar{\tau}^M + \rho^h \tau^h) > 0$	すべての h に対し $(1 - \mu^M) \tau^A - \mu^M (\bar{\tau}^M + \rho^h \tau^h) < 0$	
不可能	すべての h に対し $\mu^M \left(\frac{\tau^A + \bar{\tau}^M}{\tau^A + \tau^h} \right) \geq \rho^h$	少なくとも1つの h に対し $\mu^M \left(\frac{\tau^A + \bar{\tau}^M}{\tau^A + \tau^h} \right) < \rho^h$
	常に可能	小さな N に対し可能

ある産業のポテンシャルが
正の勾配をもち、
都市から離脱

都市から離れるにつれて
ポテンシャルは減少するが、
右の場合には N の増加に伴って
単一中心構造が崩壊

11.3 単一中心システム

単一中心構造の持続可能性

ここで重要となるのは

「どの産業のポテンシャル関数が最初に高さ1の水平線に接するか？」

$\mu^A \tau^A \leq \mu^M \tau^M$ として表右の場合における任意の産業 h, g について、

$\{\rho^h > \rho^g \text{ かつ } \tau^h \geq \tau^g\}$ または $\{\rho^h \geq \rho^g \text{ かつ } \tau^h > \tau^g\}$ ならば、

$\tilde{N}^h < \tilde{N}^g, \tilde{r}^h < \tilde{r}^g \text{ かつ } \tilde{\theta}^h > \tilde{\theta}^g$

つまり、代替の弾力性が大きく、輸送費用が大きい産業（低次の産業）は都市から離脱しやすい。

この場合には、産業 h が産業 g よりも低次の階層に属する

→ ρ に対するポテンシャル曲線の変化
産業3が最高次，産業1が最低次の産業

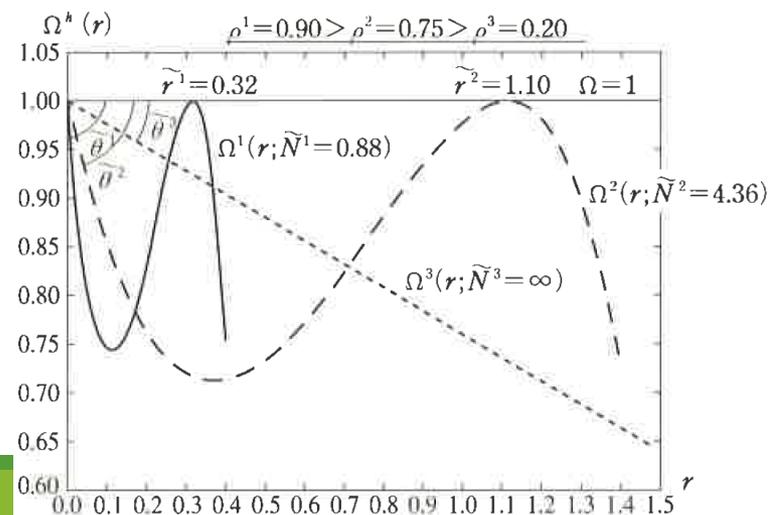


図 11.2 単一中心システムでの臨界ポテンシャル曲線の例

11.4 階層システムの自己組織化

1都市から3都市への変化

人口が時間とともに増加して \tilde{N}^1 となったとき、
最低次の産業 M^1 のポテンシャル曲線は、 \tilde{r}^1 で高さ1の水平線に接し、
単一中心システムは崩壊



一対の新都市が \tilde{r}^1 と $-\tilde{r}^1$ に形成（形成過程は第10章の場合と異なる）

- ① 他の産業では、 $r \neq 0$ においてポテンシャル曲線が1よりも小さいため、
新都市は産業1に完全に特化。前方/後方連関効果ともに小さい
- ② 分岐直後の新都市は非常に小さく、十分な凍結力を持たないため、
都市の外側に向かって連続的に移動していく

11.4 階層システムの自己組織化

長期的発展過程

それぞれ異なる階層に属する3つの産業について
ポテンシャル曲線を描き，都市形成について
数値シミュレーション

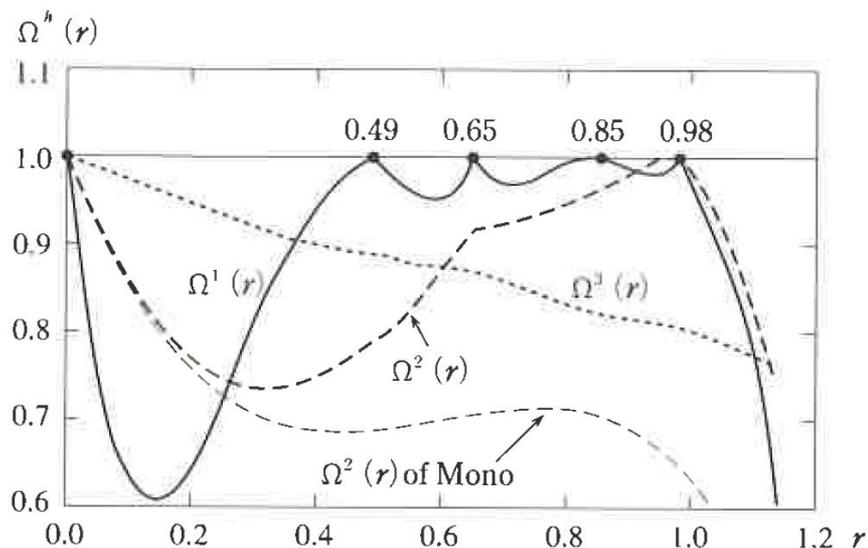


図 11.5 $N=3.09$ の時の 9 都市システムにおけるポテンシャル曲線

産業 2 について，仮説的な単一中心的システムのもとでの
ポテンシャル曲線と比較
→各都市の労働者による需要が
ポテンシャル関数を引き上げている

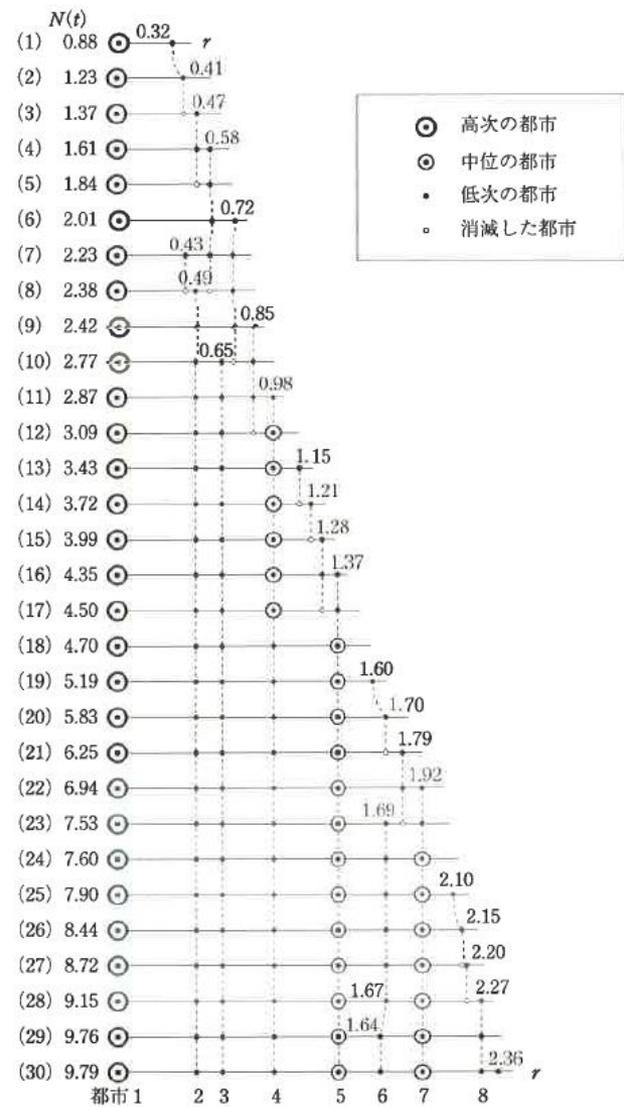
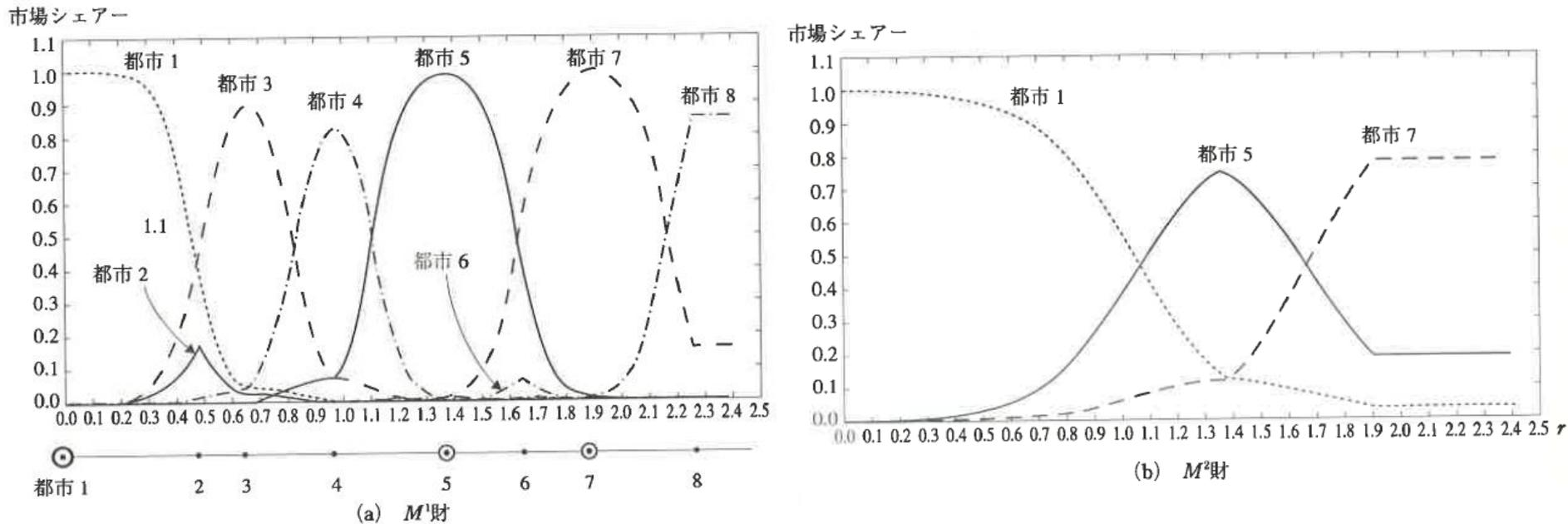


図 11.3 階層的都市システムの発展過程

11.4 階層システムの自己組織化

長期的発展過程

今回のモデルによる数値シミュレーションは、
 クリスタラーの階層構造に類似した結果を導いたが、
 第10章同様、その交易圏に明確な境界はない（釣鐘状）
 だが、M財の交易に関して豊かな空間構造を提示している



$N = 9.3$ のときの15都市システムにおいて各都市で生産されるM財の市場シェア曲線

11.5 結論

結論

- 都市が空間的階層システムを形成することを市場プロセスから示した.
- 産業のランク付けが、高次の都市が低次の都市よりも広範囲の産業を有するという都市の階層性を生み出すことを明らかにした.

まとめ

第10章

フォン・チューネン型の単一中心構造からモデルの拡張によって、
新都市の形成と複数都市システムの形成過程を記述。
チューネン型とレッシュ型のモデル統合を試みた。

第11章

産業ごとに異なるパラメータを導入し、階層的都市システムの形成過程を
数値シミュレーションにより再現。