

理論合宿@東京

---

観測誤差分散のリンク固有性に  
着目した経路選択モデルの  
構造推定

大山雄己・羽藤英二

---

2017/09/15  
B4 松岡 央真

# 目次

---

1. はじめに
2. 既往研究
3. フレームワーク
4. 逐次リンク観測モデル
5. 構造推定
6. 数値計算
7. おわりに

# 1. はじめに

## 位置情報観測データ

↓←観測の不確実性

真の状態

- ・ 誤差に対して密なネットワーク
- ・ リンクごとの誤差分散 $\sigma_a$ の不均一性

- ・ 従前の観測モデル：誤差分散 $\sigma$ をネットワーク上で均一かつ所与
- ・ ベイジアンアプローチ： $P(B|A) \propto P(A|B) P(B)$  (A:観測値, B:真の状態)  
 $\sigma$ の観測者バイアス除去を目的, 事前情報(経路選択モデル)の導入  
[欠点]モデル間の一貫性が無ければ誤った方向に補正されるリスク  
(事前情報にバイアスが含まれる)  
リンクごとの誤差分散の不均一性未考慮
- ・ 本研究：逐次観測モデルによってリンクごとの誤差 $\sigma$ 不均一性を考慮  
構造推定により事前情報のバイアス $\theta$ を軽減

## 2. 既往研究

### (1) 経路観測モデル

- ① マップマッチング手法：逐次的な点ごとのマッチング  $\Rightarrow$  経路情報
- ② 確率的経路観測モデル：全点列に対し経路の尤度(DDR)
- ③ ベイジアンアプローチ：事前情報の不確実性が課題

### (2) 観測モデル・選択モデルの同時推定(Bierlaire and Frejinger, 2008)

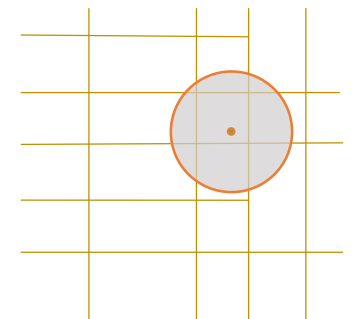
観測の曖昧さを残し（真の状態を一意に定めない）経路選択を推定

$$p(\hat{m}; \sigma, \theta) = \sum_{r \in R} p(\hat{m}|r; \sigma)p(r|R; \theta)$$

確率を割り当てる経路集合  $R$  はDDR(domain of data relevance)で決定

DDRでは正確性と計算量がトレードオフの関係

DDR定義の際に観測点誤差パラメータ  $\sigma$  は既知とする



### 3. フレームワーク

#### (1) ネットワーク

有向グラフ  $G = (N, A)$  として定義 (ノード  $i \in N$ , リンク  $a \in A$ )

$A(a)$ : リンク  $a$  から接続するリンクの集合

#### (2) 経路選択モデル (Recursive Logit model)

ネットワーク上 OD間を連続的に移動/交差点ごと逐次的なリンク選択

時点  $t$  ごとに状態リンク  $a_t \in A$  をとり,  $a_{t+1} \in A(a_t)$  を選択する確率は

$$p(a_{t+1}|a_t) = \mathbf{P}(\tilde{u}(a_{t+1}|a_t) = \max_{a'_{t+1} \in A(a_t)} \tilde{u}(a'_{t+1}|a_t))$$

$$\text{where, } \tilde{u}(a_{t+1}|a_t) = u(a_{t+1}|a_t) + \varepsilon(a_{t+1})$$

ここで, 確定項  $u(a_{t+1}|a_t) = u(y_{a_t}, y_{a_{t+1}}, \theta)$

リンク属性ベクトル  $y_{a_t}, y_{a_{t+1}}$  とパラメータベクトル  $\theta$

経路選択確率は,  $\mathbf{P}(r = [a_1, \dots, a_T]) = \prod_{t=0}^{T-1} p(a_{t+1}|a_t; \theta)$

# 3. フレームワーク

## (3) 経路観測モデル

- ・ 観測値には上向きハット記号を付け,  $\hat{m} = (\hat{x}, \hat{t})$ と定義
- ・ トリップ $z$ に対し,  $N_z$ 個の観測点列  $\hat{m} = (\hat{m}_1, \dots, \hat{m}_{N_z})$ を考える
- ・ 時刻 $\hat{t}$ は正確として位置情報 $\hat{x}$ の観測誤差は真の位置からの距離が確率分布 $p(\hat{x}|x; \sigma)$ に従う

従来の研究では, 確率分布の分散パラメータ $\sigma$ はネットワーク全体で一つの値をとるとしていたが, 本研究ではリンク固有の変数 $\sigma = \sigma_a$ とする. 各リンク内では等分散性, リンク間では不均一性を仮定する  
( $\because$  同一街路内では道路幅員, 沿道建物高さなど空間特性が類似)

## 4. 逐次リンク観測モデル

- ・ DDRを用いず，逐次的なリンクの特定により，候補リンク集合を生成（ある時点で $a$ ならば，次時点のリンクは $A(a)$ に含まれる．）
- ・ 観測点と候補リンクとの対応関係をあらかじめ明らかにし，空間的關係から，観測誤差分散パラメータ $\sigma_a$ が推定可能になる．

### (1) データの時間構造化

時間幅 $\bar{t} = t^+ - t^-$ 一定の離散時間 $(1, \dots, t, \dots, T)$ を定義．

時点 $t$ 内に含まれる $J_t$ 個の観測点列を $\widehat{\mathbf{m}}^t = (\widehat{m}_1^t, \dots, \widehat{m}_j^t, \dots, \widehat{m}_{J_t}^t)$

これにより， $\widehat{\mathbf{m}}$ は $(\widehat{\mathbf{m}}^1, \dots, \widehat{\mathbf{m}}^t, \dots, \widehat{\mathbf{m}}^T)$ のように分解される．

この $\widehat{\mathbf{m}}^t$ を単位として，各時点 $t$ での状態リンク $a_t$ を観測する．

## 4. 逐次リンク観測モデル

### (2) 逐次リンク観測

$\widehat{m}^t$ を用いて、時点 $t$ における真のリンク $a_t$ をリンク尤度に基づき特定  
ベイズの法則 $P(B|A) \propto P(A|B) P(B)$  ( $A$ :観測値, $B$ :真の状態)より、  
リンク尤度 $p(a_t|\widehat{m}^t, a_{t-1})$ は、

$$p(a_t|\widehat{m}^t, a_{t-1}) \propto \underbrace{p(\widehat{m}^t|a_t; \sigma_{a_t})}_{\text{真の状態が}a_t\text{の時, } \widehat{m}^t\text{が観測される確率}} \underbrace{p(a_t|a_{t-1}; \theta)}_{\text{経路選択モデル}(a_{t-1}\text{に} \text{おける}a_t\text{の選択確率)}$$

正規化すると、
$$p(a_t|\widehat{m}^t, a_{t-1}) = \frac{p(\widehat{m}^t|a_t; \sigma_{a_t}) p(a_t|a_{t-1}; \theta)}{\sum_{a_t \in A(a_{t-1})} p(\widehat{m}^t|a_t; \sigma_{a_t}) p(a_t|a_{t-1}; \theta)}$$

そして、尤度最大のリンクを $t$ の真の状態のリンクとして特定

$$a_t = \operatorname{argmax}_{a_t \in A(a_{t-1})} p(a_t|\widehat{m}^t, a_{t-1})$$

これを、 $t = 1$ から $t = T$ まで繰り返し、経路情報 $r = [a_1, \dots, a_T]$ を得る



## 4. 逐次リンク観測モデル

(3) 観測方程式  $p(\widehat{m}^t | a_t; \sigma_{a_t})$

時刻に誤差がないとすると,  $p(\widehat{m}^t | a_t; \sigma_{a_t}) = p(\widehat{x}^t | a_t; \sigma_{a_t})$

旅行者の同一リンク内でのホワイトノイズを持つ等速直線運動を仮定する<sup>1\*</sup>(where以下3式)と,

$$\begin{aligned} p(\widehat{x}^t | a_t; \sigma_{a_t}) &= \prod_{j=1}^J p(\widehat{x}_j^t | a_t; \sigma_{a_t}) \\ &= \prod_{j=1}^J \int_{x_j \in a_t} p(\widehat{x}_j^t | x_j, a_t; \sigma_{a_t}) p(x_j | a_t) dx_j \end{aligned}$$

where,  $x_j = lx_{d_{a_t}} + (1-l)x_{u_{a_t}}$ ,

$$l = \frac{\widehat{t}_j^t - t^-}{t^+ - t^-} + \eta,$$

$$\eta \sim N(0, \sigma_\eta^2).$$

真の位置  $x_j$  がリンク  $a_t$  上に確率的に分布することを考慮し, 線積分.  $x_{d_{a_t}}, x_{u_{a_t}}$  は  $a_t$  上の任意の点

これで, 真の状態も点で表されたので...

<sup>1\*</sup>:小滞在を包括的に表現するモデルでは注意が必要

## 4. 逐次リンク観測モデル

(3) 観測方程式  $p(\widehat{\mathbf{m}}^t | a_t; \sigma_{a_t})$

GPSの水平誤差は一般に独立正規分布に従い、真の位置の観測点の水平距離はレイリー分布に従うことから、GPSの位置情報の観測誤差が従う確率分布は、

$$p(\widehat{x}_j^t | x_j, a_t; \sigma_{a_t}) = \frac{\|\widehat{x}_j^t - x_j\|}{\sigma_{a_t}^2} \exp\left(-\frac{\|\widehat{x}_j^t - x_j\|^2}{2\sigma_{a_t}^2}\right)$$

以上より、観測尤度最大化(前時点でのリンク状態と観測点列の関係が最も妥当になるように  $\sigma_{a_t}$  を設定)により推定する

$$\tilde{\sigma}_{a_t} = \underset{\sigma_{a_t}}{\operatorname{argmax}} p(\widehat{\mathbf{m}}^t | a_{t-1}; \sigma_{a_t})$$

where,  $p(\widehat{\mathbf{m}}^t | a_{t-1}; \sigma_{a_t}) = \sum_{a_t \in A(a_{t-1})} p(\widehat{\mathbf{m}}^t | a_t; \sigma_{a_t}) p(a_t | a_{t-1}; \theta)$

推定された  $\tilde{\sigma}_{a_t}$  を  $p(a_t | \widehat{\mathbf{m}}^t, a_{t-1}) = \frac{p(\widehat{\mathbf{m}}^t | a_t; \sigma_{a_t}) p(a_t | a_{t-1}; \theta)}{\sum_{a_t \in A(a_{t-1})} p(\widehat{\mathbf{m}}^t | a_t; \sigma_{a_t}) p(a_t | a_{t-1}; \theta)}$  に代入し、リンク尤度  $p(a_t | \widehat{\mathbf{m}}^t, a_{t-1})$  を評価する。

## 4. 逐次リンク観測モデル

### (3) 観測方程式

[補足] 観測尤度最大化の意味について

$$\tilde{\sigma}_{a_t} = \operatorname{argmax}_{\sigma_{a_t}} p(\widehat{\mathbf{m}}^t | a_{t-1}; \sigma_{a_t})$$

where,  $p(\widehat{\mathbf{m}}^t | a_{t-1}; \sigma_{a_t}) = \sum_{a_t \in A(a_{t-1})} p(\widehat{\mathbf{m}}^t | a_t; \sigma_{a_t}) p(a_t | a_{t-1}; \theta)$

によって、確かに $\tilde{\sigma}_{a_t}$ は決定するが、この観測方程式において、経路選択モデル $p(a_t | a_{t-1}; \theta)$ の正しさが前提となっている。

→構造推定により、経路選択モデルを適切なものへ収束させなければ、バイアスが残る結果となる。

[疑問点]

- ・ 構造推定による収束可能性は不明
- ・  $p(a_t | a_{t-1}; \theta)$ としているならば、時間幅 $t$ の適切な設定を怠れば、次時点で同一リンク内にとどまってしまう、表現ができない？

# 4. 逐次リンク観測モデル

## (4)スイッチングによるエラーの回避

リンク接続部(ノード)付近での観測点の真の状態の特定では誤りが生じやすいため、 $a_{t-1}$ から $a_t$ について特定する際に、 $t+1$ の観測点列との整合性を図るリンクスイッチングアルゴリズムを導入している。

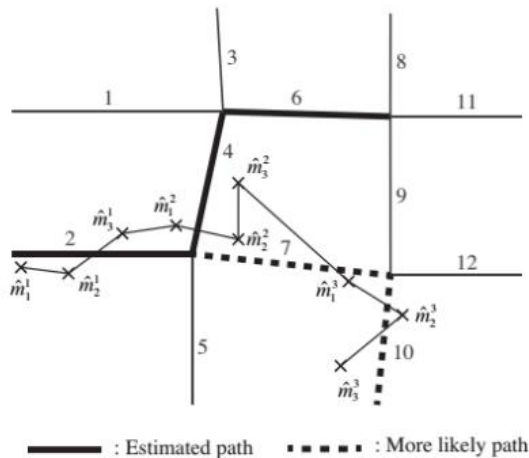


図-1 経路観測の失敗例

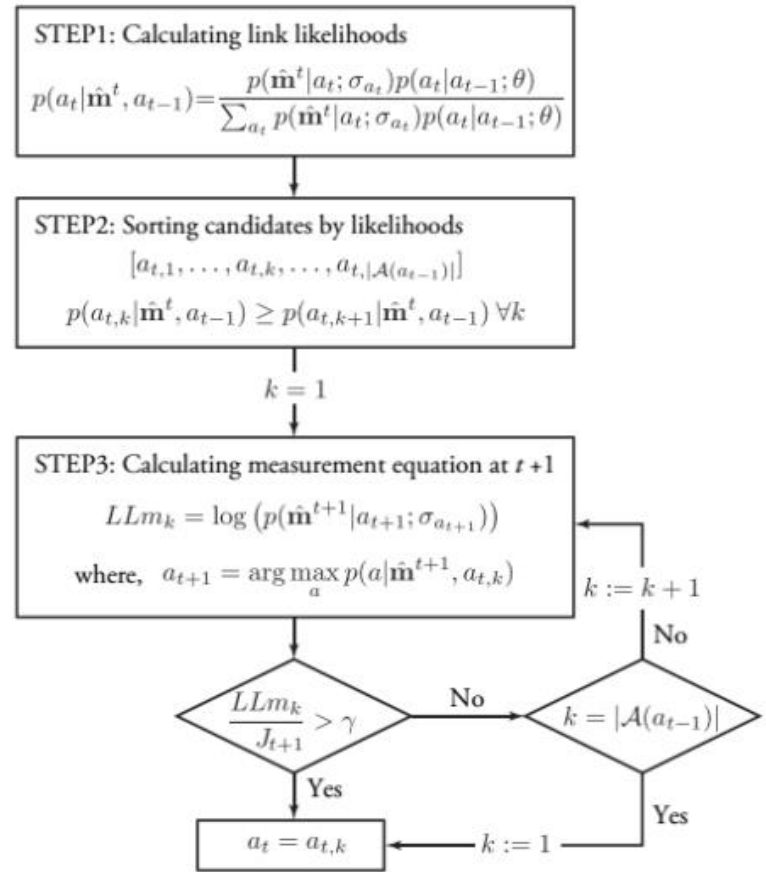


図-2 リンクスイッチングアルゴリズム

## 5. 構造推定

(1) 経路選択モデルの推定；最尤推定法

対数尤度関数 $LL(\theta)$ について、

$$\begin{aligned} LL(\theta) &= \log \left( \prod_z \prod_{t=2}^T p(a_t | a_{t-1}; \theta)^{\delta_{a_t}^z} \right) \\ &= \sum_z \sum_{t=2}^T \delta_{a_t}^z \log(p(a_t | a_{t-1}; \theta)) \end{aligned}$$

$\delta_{a_t}^z$  は、トリップ $z$ の経路の $t$ 番目のリンクが $a_t$ ならば1、それ以外では0  
ゆえに、パラメータベクトル $\theta$ は、

$$\tilde{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} LL(\theta)$$

と推定される。

# 5. 構造推定

## (2) 構造推定のアルゴリズム

通常のベイジアンアプローチ同様，初期パラメータ $\bar{\theta}$ は所与で与えるが，その後 $\theta$ を収束させることで，所与としたことによるバイアスを低減できる。

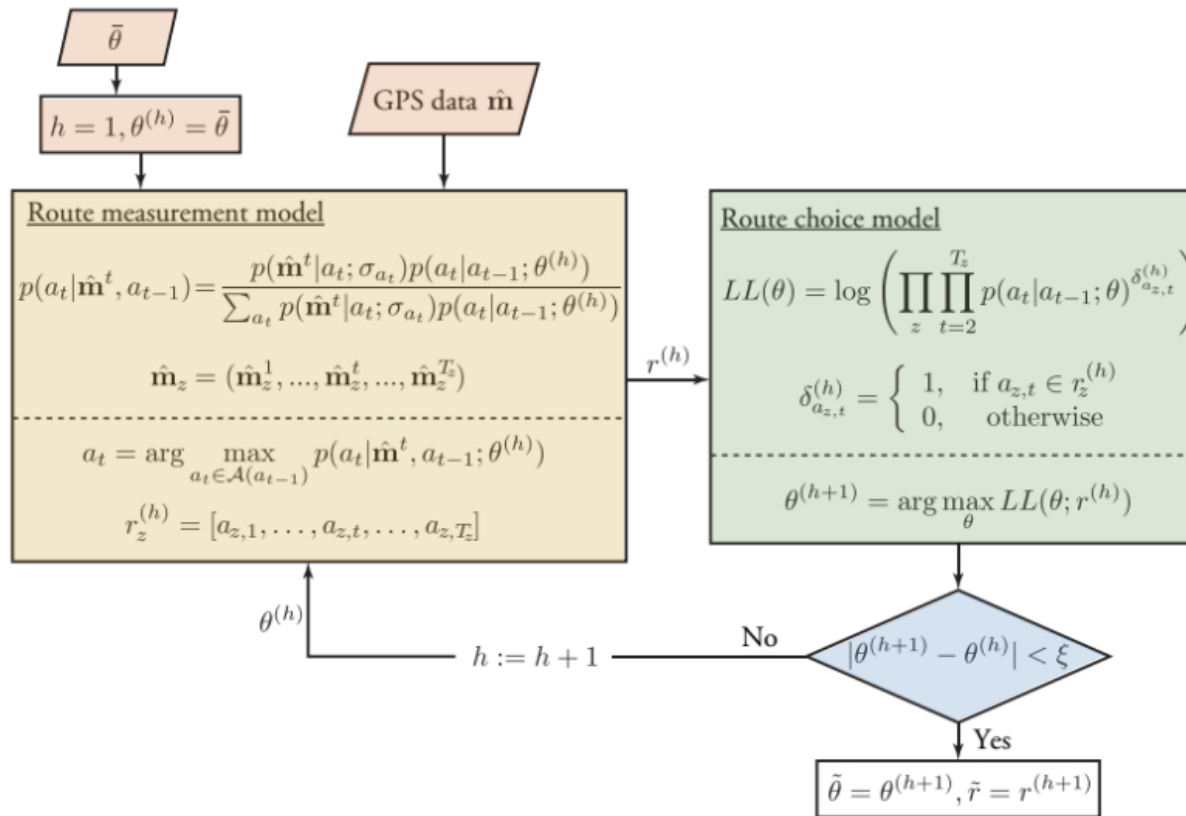


図-3 構造推定のフロー

# 5. 構造推定

## (2)構造推定のアルゴリズム

Step1:初期化

Step2:逐次リンク観測モデルの推定

リンクごとの観測誤差分散 $\sigma_a$ と経路 $r$ の推定,  $r^{(h)} = r$ とする

Step3:逐次リンク選択モデルの推定

$r^{(h)}$ をデータセットとし経路選択モデルにより $\theta^{(h+1)} = \tilde{\theta}$ を得る

Step4:収束判定

$|\theta^{(h+1)} - \theta^{(h)}| < \xi$ を満たせば  
終了.

そうでなければ,  $h = h + 1$   
として, Step2へ戻る.

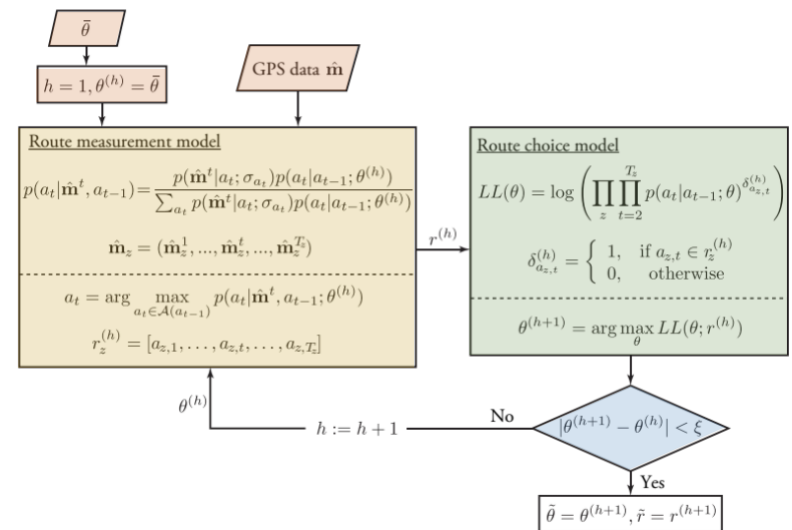


図-3 構造推定のフロー

# 6. 数値計算

## (1) 仮想ネットワークシミュレーション

歩行者の経路選択モデルを想定し，一次マルコフ連鎖に基づく逐次リンク選択モデルを用いる

$$u(a_{t+1}|a_t) = \theta_1 LC_{a_{t+1}} + \theta_2 CC_{a_{t+1}} + \theta_3 DC_{a_{t+1}} + \theta_4 UT_{a_{t+1}|a_t}$$

$$p(a_{t+1}|a_t) = \frac{\exp(u(a_{t+1}|a_t))}{\sum_{a_{t+1} \in A(a_t)} \exp(u(a_{t+1}|a_t))}$$

$LC_a$ : リンク長

$UT_{a'|a}$ : Uターンダミー変数

$CC_a$ : リンクコスト(連続変数)(歩道幅員)

$DC_a$ : リンクコスト(1or0)(アーケードダミー変数)

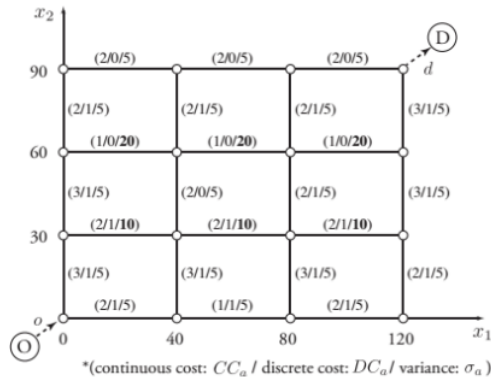


図-4 実験用ネットワーク

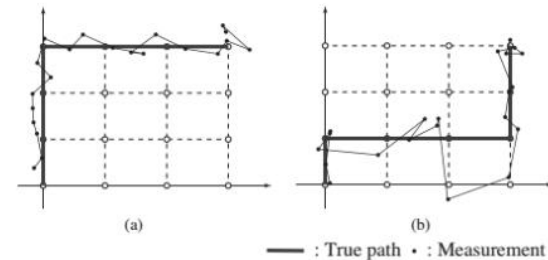


図-5 異なる  $\sigma_a$  を持つ経路のサンプリング例



## 6. 数値計算

### (1) 仮想ネットワークシミュレーション

表-1 リンク特定精度および  $\sigma$  推定誤差

Model	$\sigma$	$\theta$	Link accuracy(%)		Ave. $ \hat{\sigma}_a - \sigma_a^* $	
			-	Switching	-	Switching
1	Given	[0, 0, 0, 0]	54.57	68.86	-	-
2	Estimated	[0, 0, 0, 0]	76.86	82.86	5.85	4.40
3	Estimated	[-1.5, -0.1, -2, -10]	4.86	38.29	41.99	21.21
4	Estimated	[-0.1, -2, -1.5, -4]	76.86	91.71	7.58	4.06

- Model1,2: ネットワーク全体で  $\sigma = 20$  とするより、リンク固有の値  $\sigma_a$  を初期パラメータ  $\theta$  から求めたほうが、観測精度が上がる。
- Model1,3,4: 経路選択モデルのパラメータ  $\theta$  の真値が  $[-0.1, -2, -1.5, -4]$  である時、真値を用いたModel4の観測精度が高いのは当然だが、誤った値を用いたModel3の観測精度はベイジアンアプローチを利用しなかったModel1よりも下がっている。

# 6. 数値計算

## (1) 仮想ネットワークシミュレーション

“One-way”は観測方程式と経路選択モデルを一度ずつのみ行う

“Structural estimation”は構造推定を用いた

- “One-way”はいずれも真値と大きく異なる $\theta$ となったが, “Structural estimation”では $\bar{\theta}$ によらず同じ収束値をとり, その値は真値に近い

表-2 経路選択モデルのパラメータ推定結果

Input: $\bar{\theta} = [0, 0, 0, 0]$ (No information)							
	One-way				Structural Estimation		
	TRUE	Estimates	abs(diff.)	t-value	Estimates	abs(diff.)	t-value
$\theta_1$	-0.1	0.002	0.102	0.10	-0.064	0.036	-2.56
$\theta_2$	-2	-0.755	1.245	-4.16	-1.727	0.273	-6.88
$\theta_3$	-1.5	-1.312	0.188	-4.77	-1.046	0.454	-3.52
$\theta_4$	-4	-1.892	2.108	-8.86	-3.519	0.481	-9.74
sample				350			350
$LL(0)$				-373.22			-371.89
$LL(\bar{\theta})$				-269.87			-211.31
$\bar{p}^2$				0.266			0.421
iteration							6

Input: $\bar{\theta} = [-1.5, -0.1, -2, -10]$ (Wrong values)							
	One-way				Structural Estimation		
	TRUE	Estimates	abs(diff.)	t-value	Estimates	abs(diff.)	t-value
$\theta_1$	-0.1	-0.097	0.003	-5.31	-0.064	0.036	-2.56
$\theta_2$	-2	-0.419	1.581	-2.71	-1.727	0.273	-6.88
$\theta_3$	-1.5	0.178	1.678	0.96	-1.046	0.454	-3.52
$\theta_4$	-4	-1.204	2.796	-6.77	-3.519	0.481	-9.74
sample				350			350
$LL(0)$				-373.56			-371.89
$LL(\bar{\theta})$				-328.59			-211.31
$\bar{p}^2$				0.110			0.421
iteration							8

# 6. 数値計算

## (1) 仮想ネットワークシミュレーション

表-3 パラメータ推定値, 反復回数, 計算時間の平均・標準偏差 (100回の試行)

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	Iteration	CPU time (s)
Ave.	-0.112	-1.140	-1.006	-2.916	4.086	858.2
Std. err.	0.023	0.663	0.413	4.006	1.007	229.7

- 100セットのデータでの試行の結果, Uターンの観測数の少なかったため $\theta_4$ の値はばらつきが大きいものの, いずれの $\theta$ も $[0,0,0,0]$ よりは真値に近づいた.
- 100回中7回は構造推定が収束しなかった(2つの値を反復した)ため, 収束性には課題を残している.

## 6. 数値計算

### (2) ケーススタディ

歩行者の経路選択モデルを想定し，一次マルコフ連鎖に基づく逐次リンク選択モデルを用いる

$$u(a_{t+1}|a_t) = \theta_1 LC_{a_{t+1}} + \theta_2 CC_{a_{t+1}} + \theta_3 DC_{a_{t+1}} + \theta_4 UT_{a_{t+1}|a_t}$$
$$p(a_{t+1}|a_t) = \frac{\exp(u(a_{t+1}|a_t))}{\sum_{a_{t+1} \in A(a_t)} \exp(u(a_{t+1}|a_t))}$$

$LC_a$ : リンク長(m)

$CC_a$ : 歩道幅員(m)

$DC_a$ : アークードダミー変数

$UT_{a'|a}$ : Uターンダミー変数

初期値  $\theta = [0,0,0,0]$  として，30人(792の位置データ)を抽出し推定

“one-way”は観測方程式と経路選択モデルを一度ずつのみ行う

“Structural estimation”は構造推定を用い，収束判定は  $\xi = 1e - 10$

# 6. 数値計算

## (2) ケーススタディ

- One-wayではリンク長(旅行時間)有意となったが, 構造推定の結果アーケードやUターンが有意となった
- Uターンダミーについては歩行者はUターンの抵抗が少ないものの, より詳細な検証が必要
- リンク単位の誤差分散パラメータ $\sigma_a$ のプロットからは, アーケードによる観測誤差増大(右図A)と目的地周辺での誤差増大(右図B・C)の結果が得られた

表-4 実データを用いた経路選択モデルの推定結果

Input:  $\bar{\theta} = [0, 0, 0, 0]$  (No information)

	One-way		Structural Estimation	
	Estimates	t-value	Estimates	t-value
$\theta_1$	-0.007	-2.47	-0.001	-0.43
$\theta_2$	0.088	1.50	0.134	1.58
$\theta_3$	-0.004	-0.01	2.760	4.29
$\theta_4$	0.774	0.53	0.469	3.34
sample		270		270
$LL(0)$		-307.61		-309.07
$LL(\bar{\theta})$		-302.17		-225.16
$\bar{\rho}^2$		0.005		0.259
iteration				11

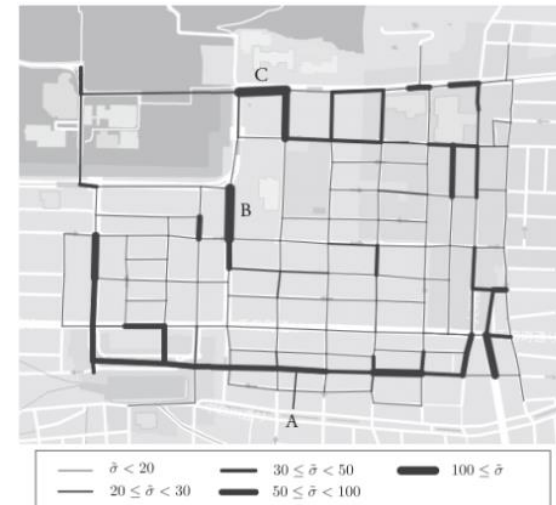


図-6 観測誤差分散の推定結果のプロット

# 7. おわりに

## (1) まとめ

- ・ 逐次観測モデルによってリンクごとの誤差 $\sigma$ 不均一性を考慮
- ・ 構造推定により事前情報のバイアス $\theta$ を軽減
- ・ モデルの整合性を双子実験とシミュレーションで確認

## (2) 今後の課題

解の存在，一意性，収束性など理論的性質の証明

次の展開として，各時点での観察確率を保存し，以下の尤度最大化による同時推定を考える．（ $P$ :観測モデルにより得られる経路集合）

$$p(\hat{\mathbf{m}}_{1:T}; \sigma, \theta) = \sum_{a_{1:T} \in P} p(\hat{\mathbf{m}}_{1:T} | a_{1:T}; \sigma) p(a_{1:T}; \theta)$$

観測点列 $\hat{\mathbf{m}}_{1:T}$ が経路選択・観測モデルを通じて再生産される確率(尤度)を表す

経路の組み合わせ $P$ が膨大となることが課題