

Fosgerau, A link based network route choice model with unrestricted choice set

理論談話会 2017.9.16

B4 広瀬啓人

経路選択モデル

- 経路選択モデルは、交通量予測・経路案内に利用可能



インフラ投資、交通規制、容量制御など、幅広い利用用途

- 経路の選択においては多様なパラメータが想定される。

従来の経路探索モデルはそれらパラメータの精度に依存するもの。



Recursive Logit Model

Recursive Logit Modelの特徴

- 再帰的・逐次的な動的離散選択モデル

- 逐次的

経路選択 = リンク選択の組み合わせ

各ノードで効用最大化を目指し、次のリンクを選択

- 再帰的

「リンク k にいること」 = 状態 k

次の状態だけでなく、将来の状態まで考えた効用の式

・・・Bellman方程式の利用

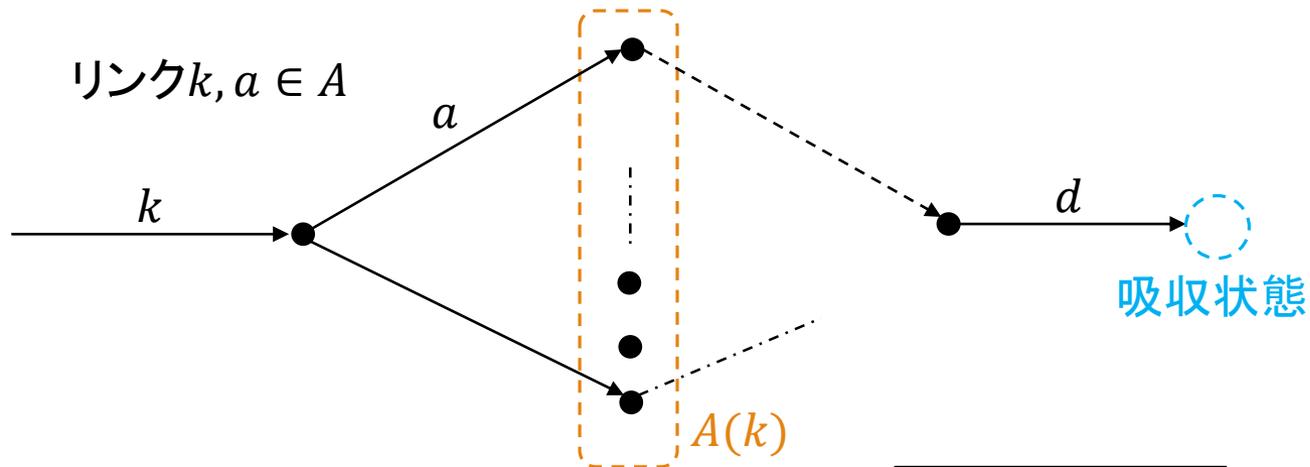
- 経路集合を限定せずに、低コストの経路を算出できる。

(cf. Dial, 1971)

モデルの導出

- 単純化のため、静的なネットワークを考える.

ネットワーク: $G = (A, \nu)$ A :リンク集合、 ν :ノード集合



- リンク k の終点に接続するリンク集合: $A(k)$ $a \in A(k) \subset A$
- 経路はリンクの集合で表現; $(k_0, k_1, k_2, \dots, k_I), k_{i+1} \in A(k_i) \forall i < I$
- 終点はダミーリンク d で表現

\Rightarrow 全てのリンク集合: $\tilde{A}^d = A \cup d$

モデルの導出

- 効用関数

- 瞬間効用

旅行者 n が、現在状態 k にいるときに、

次に状態 a にいるときの(この瞬間での)効用

$$u_n(a|k) = \underbrace{v_n(a|k)}_{\text{確定項}} + \underbrace{\mu\varepsilon_n(a)}_{\text{誤差項}}$$

※ $v_n(a|k) = v(x_{n,a|k}; \beta)$ $x_{n,a|k}$: リンクの説明変数

- 期待効用

将来の状態 a を選んだ際の、目的地 d までの期待効用: $V_n^d(a)$

- 効用はこれらの和で表される

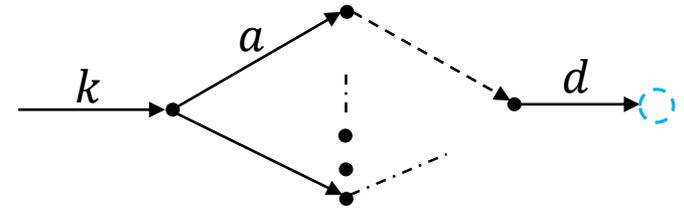
$$v_n(a|k) + \mu\varepsilon_n(a) + V_n^d(a)$$

- 利用者はマルコフ確率過程的に次の行動を選択

(価値関数) $V_n^d(k) = E[\max_{a \in A(k)} (u_n(a|k) + V_n^d(a))]$

Bellman方程式

$$= E[\max_{a \in A(k)} (v_n(a|k) + V_n^d(a) + \mu\varepsilon_n(a))] \quad (1)$$



モデルの導出

● Bellman方程式の解釈

ここでは $k = k_l, a = k_{l+1}$ と表記する

Bellman方程式

$$V_n^d(k_l) = E \left[\max_{k_{l+1} \in A(k_l)} (v_n(k_{l+1} | k_l) + V_n^d(k_{l+1}) + \mu \varepsilon_n(k_{l+1})) \right]$$

将来の状態 k_l を選んだ際の、
目的地 d までの期待効用

現状態 k_l において、
次に k_{l+1} を選んだ際の効用

現状態 k_l において、次のリンク候補 $A(k_l)$ の中から、
最も効用が大きくなるものを選び出す (効用最大化理論)

● k の下付き文字から、再帰的モデルであることが見て取れる

モデルの導出

- 状態 k における、次の状態 a の選択確率

$$P_n^d(a|k) = \frac{e^{\frac{1}{\mu}(v_n(a|k)+v_n^d(a))}}{\sum_{a' \in A(k)} e^{\frac{1}{\mu}(v_n(a'|k)+v_n^d(a'))}} \quad (2)$$

- また、価値関数は次のように書くことができる

$$V_n^d(k) = \begin{cases} \mu \ln \sum_{a \in A} \delta(a|k) e^{\frac{1}{\mu}(v_n(a|k)+v_n^d(a))} & \forall k \in A \\ 0 & k = d \end{cases} \quad (3)$$

ただし、

$$\delta(a|k) = \begin{cases} 1 & (a \in A(k)) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

モデルの導出

- Bellman方程式を解く ～ 価値関数を求める～ ①

$$V_n^d = E\left[\max_{a \in A(k)} (v_n(a|k) + V_n^d(a) + \mu \varepsilon_n(a))\right] \quad (1)$$

簡単のため、 $V_n^d(k) = V(k)$ と表して式(3)を変形

$$e^{\frac{1}{\mu}V(k)} = \begin{cases} \sum_{a \in A} \delta(a|k) e^{\frac{1}{\mu}(v(a|k) + V(a))} & \forall k \in A \\ 1 & k = d \end{cases} \quad (4)$$

$$V_n^d(k) = \begin{cases} \mu \ln \sum_{a \in A} \delta(a|k) e^{\frac{1}{\mu}(v_n(a|k) + V_n^d(a))} & \forall k \in A \\ 0 & k = d \end{cases} \quad (3)$$

モデルの導出

- Bellman方程式を解く ～価値関数を求める～②

式(4)は、以下に定義する行列を用いて簡潔に表現できる

- $M(|\widetilde{A}| \times |\widetilde{A}|)$

$$M_{ka} = \begin{cases} \delta(a|k)e^{\frac{1}{\mu}v_n(a|k)} & a \in A(k) \\ 0 & \textit{otherwise} \end{cases}$$

- $b(|\widetilde{A}| \times 1)$

$$b_k = \begin{cases} 0 & k \neq d \\ 1 & k = d \end{cases}$$

- $z(|\widetilde{A}| \times 1)$

$$z_k = e^{\frac{1}{\mu}V(k)}$$

$$e^{\frac{1}{\mu}V(k)} = \begin{cases} \sum_{a \in A} \delta(a|k)e^{\frac{1}{\mu}(v(a|k)+V(a))} & \forall k \in A \\ 1 & k = d \end{cases} \quad (4)$$



$$z = Mz + b \Leftrightarrow (I - M)z = b \quad (5)$$

モデルの導出

- Bellman方程式を解く ～ 価値関数を求める～ ③

$$\boxed{\mathbf{z} = \mathbf{M}\mathbf{z} + \mathbf{b} \Leftrightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{z} = \mathbf{b}} \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} e^{\frac{1}{\mu}V(1)} \\ \vdots \\ e^{\frac{1}{\mu}V(k)} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & & \dots & & & \\ & & & & & \\ \vdots & & & e^{\frac{1}{\mu}v_n(a|k)} & & \\ & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{\frac{1}{\mu}V(1)} \\ \vdots \\ e^{\frac{1}{\mu}V(k)} \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

価値関数が解を持つ条件 = $(\mathbf{I} - \mathbf{M})$ が逆行列を持つこと

経路選択確率の算出

- 経路 $\sigma = \{k_0, k_1, \dots, k_I\}$ の選択確率

$$\begin{aligned}
 P(\sigma) &= \prod_{i=0}^{I-1} P(k_{i+1}|k_i) \\
 &= \prod_{i=0}^{I-1} \frac{\exp(\frac{1}{\mu}(v(k_{i+1}|k_i) + V(k_{i+1})))}{\sum_{a \in A(k_j)} \exp(\frac{1}{\mu}(v(a|k_i) + V(a))) \times \delta(a|k_i)} \\
 &= \dots \\
 &= e^{-\frac{1}{\mu}V(k_0)} \prod_{i=0}^{I-1} \exp \frac{1}{\mu} v(k_{i+1}|k_i) = \frac{\exp(\frac{1}{\mu} v(\sigma))}{\exp(\frac{1}{\mu} V(k_0))}
 \end{aligned}$$

$$\exp(\frac{1}{\mu} V(k_0)) = \sum_{k_1 \in A(k_0)} \delta(k_1|k_0) \exp(\frac{1}{\mu}(v(k_1|k_0) + V(k_1))) = \dots = \sum_{\sigma' \in \Omega} \exp(\frac{1}{\mu} v(\sigma'))$$

(Ω : 経路の選択肢集合)

$$\therefore P(\sigma) = \frac{\exp(\frac{1}{\mu} v(\sigma))}{\sum_{\sigma' \in \Omega} \exp(\frac{1}{\mu} v(\sigma'))} \quad (6)$$

同一のOとDを持つ2経路 σ_1, σ_2 の選択確率の比は、 $v(\sigma_1) - v(\sigma_2)$ のみに依存

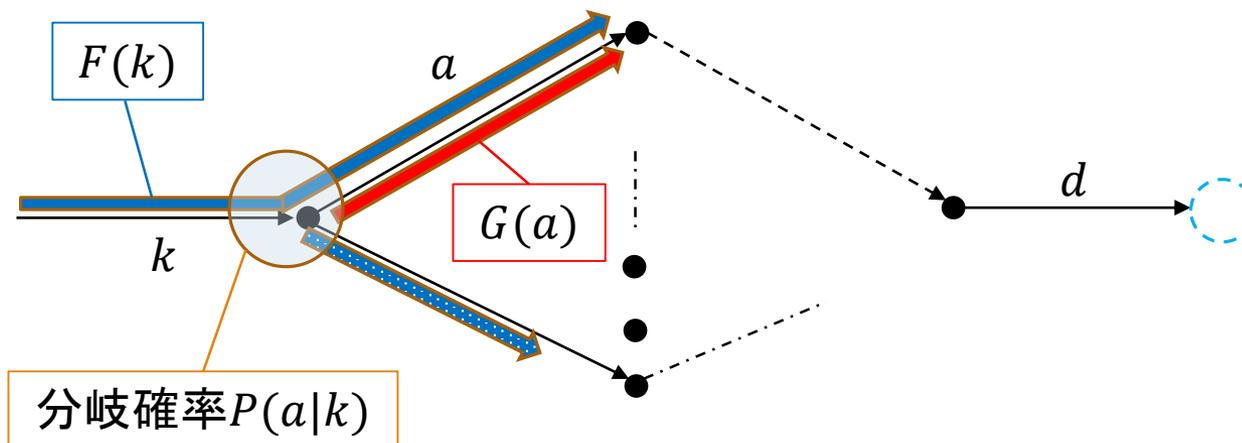
IIA特性

リンク交通量の算出

- リンク a の交通量: $F(a)$

$$F(a) = G(a) + \sum_{k \in A} P(a|k)F(k) \quad (7)$$

$G(a)$: リンク a に始まり、リンク d で終わる交通量



(7)式を行列表示して、

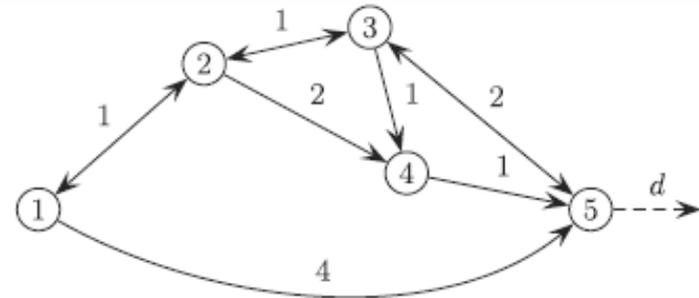
$$\mathbf{F} = \mathbf{G} + \mathbf{P}^T \mathbf{F} \Leftrightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{P}^T) \mathbf{F} = \mathbf{G} \quad (8)$$

リンク重複の考慮

- ある1つのODに対して経路を考えたとき、リンクによっては複数の経路の一部になっていることがある。

例) 1 → 5の経路

- ・1から左向きに進行
{1,2,3,5}, {1,2,4,5}, {1,2,3,4,5}
- ・1から右向きに進行
{1,5}



費用はすべて4で等しい ⇒ 全経路に1/4ずつ配分？

直感的にはおかしい. 1で左右に半分ずつくらいに割れるはず.

この“ズレ”は1→2が3経路によって共用されているために起こる

リンク重複の考慮

●従来のモデルにおけるリンク重複効果の処理

Pass Size Logit(PSL)・・・Pass Size(PS)を導入

$$PS_{jn} = \sum_{a \in \Gamma_j} \frac{L_a}{L_j} \frac{1}{\sum_{i \in C_n} \delta_{ai}}$$

リンク a を含む経路数

L_a : リンク a の長さ
 C_n : 経路選択肢集合
 $\delta_{ai} = \begin{cases} 1 & a \in \text{経路}i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

$$= \begin{cases} 1 & \text{経路}j \text{はどのリンクも重複していない} \\ 0 \sim 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

この手法では、全経路選択肢の列挙が必要・・・RLでは使えない



Link Size(LS)の導入

リンク重複の考慮

● Link Size(LS)

LSでは、リンクを共有する経路選択枝数の代わりに、**期待リンク流量**を使用

LS_k^{od} :あるODについての、リンク k のLink Size

定義

$$LS^{od} = F^{od}(\tilde{\beta}) \quad (9)$$

$\tilde{\beta}$: 瞬間効用式中のパラメータ
= 説明変数のパラメータ

($A \times 1$) 行列

$F^{od}(\tilde{\beta})$ は、次式で与えられる。

$$(I - P^d(\tilde{\beta})^T) F^{od}(\tilde{\beta}) = G^0 \quad (10)$$

$$F = G + P^T F \Leftrightarrow (I - P^T) F = G \quad (8)$$

つまり $F^{od}(\tilde{\beta})$ は、(8)式で、
 $G = G^0$ としたときの解

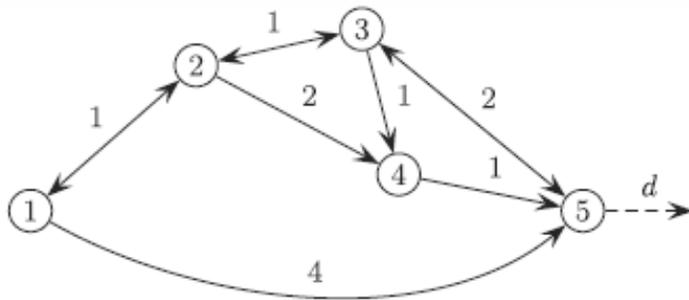
$$G^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

: 起点リンクのみ1とした発生流量ベクトル



$$0 \leq LS_k^{od} \leq 1$$

Logit と RLの比較



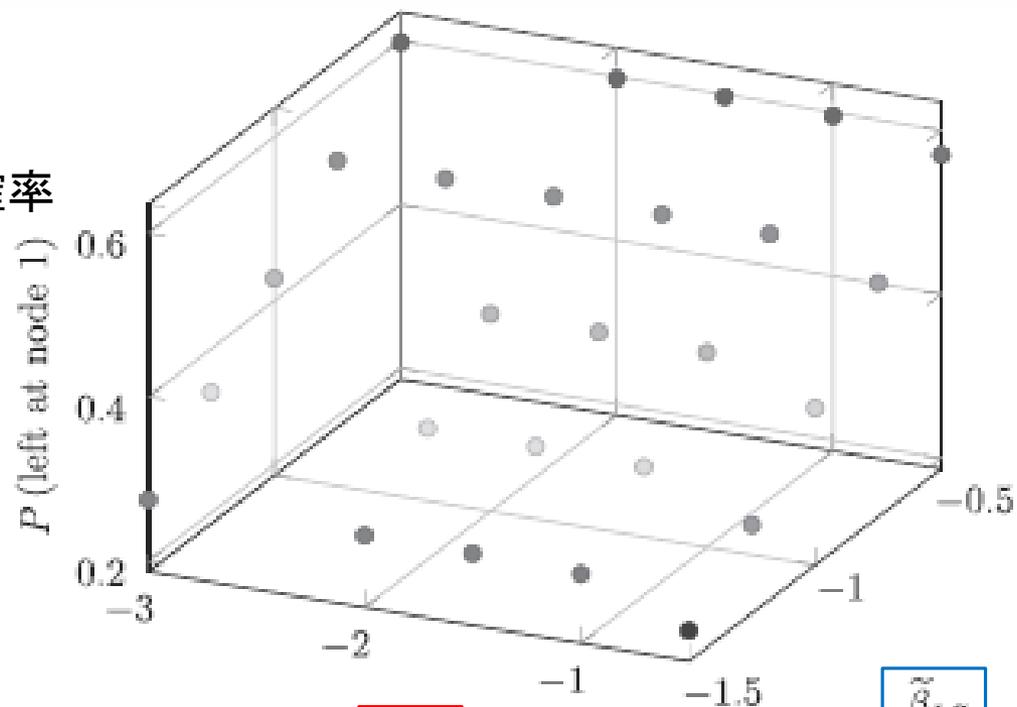
- Uターン禁止
- 説明変数はコスト長のみ
パラメータ: $\tilde{\beta}_l = -1.5$

Paths	Logit	RL	PSL	RL with LS
1: 12, 23, 35	0.25	0.2495	0.20	0.19
2: 12, 23, 34, 45	0.25	0.2502	0.12	0.13
3: 12, 24, 45	0.25	0.2495	0.20	0.19
4: 15	0.25	0.2495	0.48	0.48

- RLでは、Logit同様リンクの重複が考慮されていない。
- RLが完全な均等配分でないのは、ループが考慮されているため。
- PSLがPSを導入し改善したのと同様、RL with LSはLSの導入により改善が見られる。
- PSLもRL with LSも精度は同等だが、RL with LSは経路列挙が不要点という点で優れている。

リンク効用とパラメータ

ノード1で
左に向かう確率



$\tilde{\beta}_l^{LS}$

リンク長パラメータ

$\tilde{\beta}_{LS}$

Link Size項パラメータ

パラメータの推定：最尤推定法

- BFGS法を用いて計算する.
- 無限周回経路除去などの仮定をおく

$$\mathbf{z} = \mathbf{M}\mathbf{z} + \mathbf{b} \Leftrightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{z} = \mathbf{b} \quad (5)$$

⇒式(5)が確実に計算できるようにする

(下の対数尤度関数が定義できない場合を排除)

- (瞬間)効用関数が説明変数の線形和であるとき、対数尤度関数は以下のようになる

$$\text{(対数尤度関数)} \quad LL(\beta) = \ln \prod_{n=1}^N P(\sigma_n) = \frac{1}{\mu} \prod_{n=1}^N \prod_{i=0}^{I-1} v(k_{i+1}|k_i) - V(k_0)$$

$$\frac{\partial LL(\beta)}{\partial \beta_q} = \frac{1}{\mu} \prod_{n=1}^N \left[\prod_{i=0}^{I-1} x_{i+1|i}^q - \frac{\partial V(k_0^n)}{\partial \beta_q} \right]$$

式(5)を利用して、

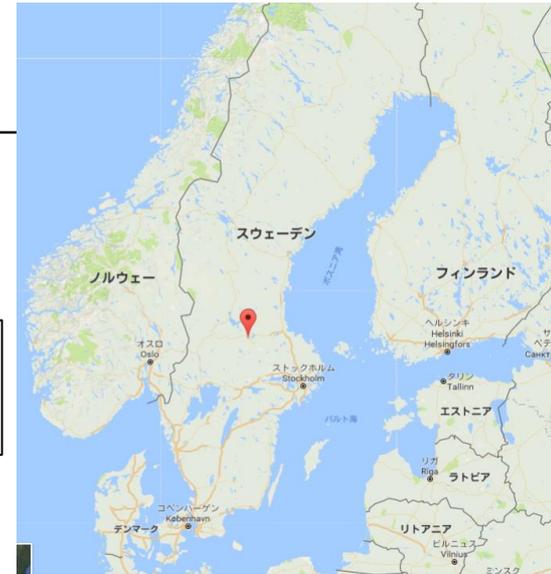
$$\frac{\partial V(k_0^n)}{\partial \beta_q} = \mu \frac{1}{z_0} \left(\frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \beta_q} \right)_0$$

推定実験

- Borlange (スウェーデン) の実ネットワークを使用。

ノード数: 3077、リンク数: 7459

1: シミュレーションデータでのモデル推定
2: GPSデータを用いたパラメータ推定



- (瞬間) 効用関数を次のようにおく。

$$v(a|k) = \beta_{TT}TT_a + \beta_{LT}LT_{a|k} + \beta_{LC}LC_a + \beta_{UT}UT_{a|k}$$

TT_a : リンク a における旅行時間

$LT_{a|k}$: 左折ダミー ($k \rightarrow a$ で左方向に 40° 以上の時 1、それ以外で 0)

LC_a : 交差点が多いリンクで 1、それ以外で 0

$UT_{a|k}$: Uターンダミー ($a \rightarrow k$ で 177° 以上の時)

パラメータ初期値: $\tilde{\beta}_{TT} = -2, \tilde{\beta}_{LT} = -1, \tilde{\beta}_{LC} = -1, \tilde{\beta}_{UT} = -20$

Uターンさせないよう、値を固定

推定実験

1: シミュレーションデータでのモデル推定
2: GPSデータを用いたパラメータ推定

- シミュレーションの概要
 - 10組のODそれぞれに対して、500個の観測経路データを作成
 - 各ODに対して、平均39(35~44)個の経路
 - 旅行時間は平均9(8.8~12.3)分
 - 経路データの合計5000個のうち、35個(0.7%)がループを含む経路

観測経路データからパラメータ推定を行った結果

Sample	$\hat{\beta}_{TT}$	Std. err.	$\hat{\beta}_{UT}$	Std. err.	$\hat{\beta}_{LC}$	Std. err.
1	-1.91	0.21	-1.02	0.09	-1.07	0.06
2	-1.97	0.22	-0.99	0.09	-1.04	0.06
3	-1.80	0.21	-1.09	0.09	-1.07	0.06
4	-2.38	0.26	-0.88	0.09	-1.01	0.06
5	-2.20	0.24	-0.96	0.08	-0.93	0.05
6	-2.30	0.26	-0.96	0.09	-0.96	0.06
7	-1.69	0.18	-1.00	0.08	-1.11	0.06
8	-1.84	0.20	-1.04	0.08	-1.04	0.05
9	-2.40	0.29	-1.05	0.09	-0.89	0.06
10	-1.88	0.20	-0.99	0.08	-0.976	0.05
Average	-2.04	0.23	-1.00	0.09	-1.01	0.06
Std. err.	0.26		0.06		0.07	

$\hat{\beta}_{UT}$ is fixed to -20.

パラメータ初期値: $\tilde{\beta}_{TT} = -2, \tilde{\beta}_{LT} = -1, \tilde{\beta}_{LC} = -1, \tilde{\beta}_{UT} = -20$

推定実験

- 1: シミュレーションデータでのモデル推定
- 2: GPSデータを用いたパラメータ推定

観測経路データからパラメータ推定を行った結果

Sample	$\hat{\beta}_{TT}$	Std. err.	$\hat{\beta}_{LT}$	Std. err.	$\hat{\beta}_{LC}$	Std. err.
1	-1.91	0.21	-1.02	0.09	-1.07	0.06
2	-1.97	0.22	-0.99	0.09	-1.04	0.06
3	-1.80	0.21	-1.09	0.09	-1.07	0.06
4	-2.38	0.26	-0.88	0.09	-1.01	0.06
5	-2.20	0.24	-0.96	0.08	-0.93	0.05
6	-2.30	0.26	-0.96	0.09	-0.96	0.06
7	-1.69	0.18	-1.00	0.08	-1.11	0.06
8	-1.84	0.20	-1.04	0.08	-1.04	0.05
9	-2.40	0.29	-1.05	0.09	-0.89	0.06
10	-1.88	0.20	-0.99	0.08	-0.976	0.05
Average	-2.04	0.23	-1.00	0.09	-1.01	0.06
Std. err.	0.26		0.06		0.07	

$\hat{\beta}_{UT}$ is fixed to -20.

パラメータ初期値: $\tilde{\beta}_{TT} = -2, \tilde{\beta}_{LT} = -1, \tilde{\beta}_{LC} = -1, \tilde{\beta}_{UT} = -20$

- 全Sampleにおける全パラメータについて、パラメータ初期値は95%信頼区間内。
 ※95%信頼区間: 標本平均 $\pm 2 \times$ 標準誤差
- 全Sampleのパラメータ推定値の平均値はパラメータ初期値と近い ($-2.04 \div -2$)
- 全Sampleのパラメータ推定値の標準誤差は、全Sampleの標準誤差平均値と近い ($0.23 \div 0.26$)

推定実験

1: シミュレーションデータでのモデル推定
2: GPSデータを用いたパラメータ推定

- GPSデータの概要
 - 200台の車から2年間で得られたGPSデータ→そのうち24台のものを使用
 - 5リンク以上の1832トリップデータで推定
 - 466の目的地、37000以上のリンク選択サンプルが得られた。

パラメータ推定結果

	RL	RL with LS
$\hat{\beta}_{TT}$	-2.45	-3.20
Std. err.	0.06	0.06
t-test	-40.83	-52.59
$\hat{\beta}_{LT}$	-1.01	-1.11
Std. err.	0.03	0.03
t-test	-33.67	-31.90
$\hat{\beta}_{LC}$	-0.40	-0.32
Std. err.	0.01	0.01
t-test	-40.00	-21.98
$\hat{\beta}_{LS}$		-0.23
Std. err.		0.02
t-test		-13.20
$LL(\hat{\beta})$	7481.5	7213.2

LS導入で改善

旅行時間を基準に考えると、
交差点: 6秒、左折: 20秒にあたる

$\hat{\beta}_{UR}$ is fixed to -20.

パラメータ初期値: $\tilde{\beta}_{TT} = -2, \tilde{\beta}_{LT} = -1, \tilde{\beta}_{LC} = -1, \tilde{\beta}_{UR} = -20$

まとめ

- 選択肢集合に制約をかけない経路選択モデルの提案
- リンクベース選択肢の動的な記述からはじめ、各経路の選択確率がMNL型で記述できることを示した.
- Link Sizeを導入し、重複のある経路の効用修正を図り、推定実験を通して効果的であることを示した.