夏学期ゼミ#12

Social networks and interactions in cities

Helsley, R. W., & Zenou, Y. (2014)
Journal of Economic Theory, *150*, 426-466.

M1 前田歩美

目次

1. 導入

▪ 都市が存在する理由

＝近接により，経済主体間の交流 (取引,相互作用) が容易

▪ 都市についての研究

- **知識のスピルオーバー**(波及) (Marshall, 1980)
  - 工場間などでの知識(情報，アイデア…)の共有はイノベーションに繋がる (Jacob, 1969)
  - 経済成長における重要な要素 (Romer, 1986, 1990) (Lucas, 1988)
- **対面コミュニケーション**は非常に重要 (Gaspar and Glaeser, 1997)
- “ **都市とはネットワーク**であり，都市集積の存在・成長・後退は交流に大きく依存 ” (Glaeser and Scheinkman, 2001)
- **非市場交流**も非常に重要とされる
  - 都市犯罪 (Glaeser et al., 1996) (Verdier and Zenou, 2004)
  - 収入と失業 (Topa,2001) (Calvo-Armengol and Jackson, 2004)
  - 教育におけるピア効果(＝競争による相乗効果) (De Bartolome, 1990) (Benabou, 1993)
  - 地域の人の主要な外面性と根強い不平等 (Benabou, 1996) (Durlauf, 1996)
  - 市民の雇用と繁栄 (Putnam, 1993)

▪ 非市場交流の位置づけ

- 都市にも，経済の機能にも不可欠
- 非市場交流が外的影響をもたらす**メカニズムは未だ不明確**

  空間的相互作用モデルにおける扱いが支配的
  - 知識等の資源は市場商品の生産における副産物だと仮定
  - スピルオーバー(影響)は距離と共に減衰すると仮定

- 豊富な既往研究

  非市場交流が企業と家庭の立地，都市密度パターン，生産活動に及ぼす影響
  (Beckmann, 1976) (Fujita and Ogawa, 1980) (Lucas and Rossi-Hansberg, 1988)

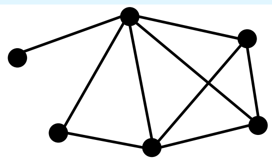
  スピルオーバーの距離による減衰を経験的に示した論文
  (Jaffe et al., 1993) (Rosenthal and Strange, 2003, 2008) (Argazi and Henderson, 2008) 等

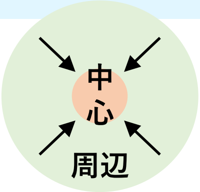
▼

▪ 本論文の目的

Social Network理論を用いて非市場交流を解明する.

非市場交流が **ネットワーク**(Social Network) と **地理的立地** に与える影響は？





2. 関連する研究

▪ 都市経済と集積の経済

① Mossy and Picard (2011, 2012)

居住空間の利用と近隣地域の構成の観点で空間問題(都市構造)を扱う

各agentは対面コミュニケーションにより便益を得るため他のagentを訪問し，訪問には距離に比例する費用がかかる (本モデルと同様)

ネットワークとその構造は明白にモデル化していない (本モデルとの相異)

② Ghiglino and Nocco (2012)

Krugmanの経済地理モデルを拡張し，目に見える消費と合併

agentらはagentタイプの比較に敏感であり，集積パターンは彼らが所属するネットワーク構造に依存すると示した

ネットワークを考えてはいるがとても限定的 (完全 or 分離 or 星型ネットワーク) ※後述

▪ ピア効果とソーシャルネットワーク

ピア効果とネットワークの理論モデルが注目を集めているが，社会的・物理的距離の相互作用を考えた論文はほとんどなく，あってもネットワークが明確にモデル化されていない

①Schelling (1971)

社会的嗜好性と立地の議論

同コミュニティの人々と交流したい意志が少しでも(一部の人のみでも)あった場合，集積が存在し続けると示した

②Johnson and Gilles (2000)

Jackson and Wolinsky (1996) のコネクションモデルに，個人間の**地理的距離に比例する(社会的)リンクの生成コストを導入**

ネットワーク上の地位と立地が相互作用するモデルを提示した最初の論文

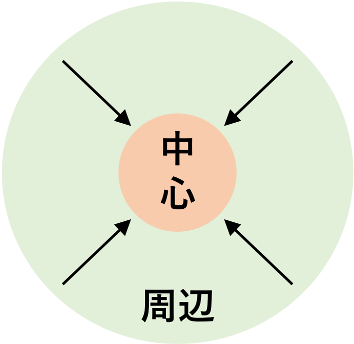
ネットワークと都市経済学の両者に関わる重要な課題を解決するための最初の一手

3. 立地所与の場合の交流均衡

立地とネットワーク

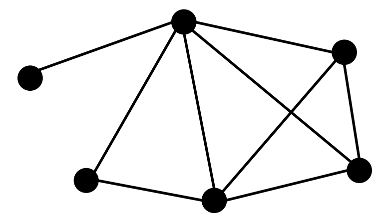
地理的空間

- agent $i = 1, \ldots, n$ は「中心部」と「周辺部」のいずれかに立地
- 全ての交流は「中心部」で行われる
- 本章では立地所与

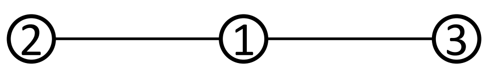


ネットワーク

- agent集合 $N = \{1, \ldots, n\}$と，agent間リンクからなるネットワークg
- g上の繋がりが各人の「交流による便益」に影響 (後述)



★ 例) n=3 星型ネットワーク



このとき，隣接行列 $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ を設定．

ノード1-3間の繋がり

■文字設定

地理的空間

x_i ：agent i の**立地(中心までの距離)**． $x_i \in \{0,1\}, \forall i = 1, \ldots, n.$

ネットワーク

$\mathbf{G} = [g_{ij}]$ ：ネットワーク上での連結の記録を保持する**隣接行列**

$$g_{ij}(= g_{ji}) = \begin{cases} 1 \text{ agent } i \text{と} j \text{が連結するとき} \\ 0 \; otherwise \end{cases}$$ (無指向性)， $g_{ii} = 0$

→ $\boldsymbol{G}$ は(0,1)からなる正方対称行列で，対角成分は0

N_i ：i のネットワーク上の隣人 $N_i = \{\text{all } j |\, g_{ij} = 1\}$

d_i ：Agent i の地位＝隣人数 $d_i = |N_i|$

嗜好 (効用関数の定義)

Agentの効用関数

$$U_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) = z_i + u_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) \quad (1)$$

- 自身の訪問頻度・他人の訪問頻度・ネットワーク上での地位に依存
- 1訪問で1交流できる (→大勢が訪問すれば多くの交流が生じる)

z：価値尺度商品
v_i： agent i の**交流中心への訪問頻度(＝努力)**
$\mathbf{v_{-i}}$：他のn-1人の訪問に対応するベクトル
$u_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g)$：交流に関する補助効用関数

※ v_iは連続変数．例えばv_i =10％なら，月に3日中心を訪問する

※中心部に住んでいても訪問頻度は選択する

補助効用関数

$$u_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) = \alpha v_i - \frac{1}{2} v_i^2 + \theta \sum_{j=1}^{n} g_{ij} v_i v_j \quad (2)$$

- 他人のうち，ネットワーク上で連結するagent ($g_{ij} = 1$) の訪問頻度のみが効用に影響

α：交流による便益の得られやすさを表す
(交流による限界便益)
θ：ネットワークによる相互作用力を表す

$$\alpha > 0, \theta > 0$$

Agent別の指標

- 価値尺度商品への支出：$z_i = y - tx_iv_i$
- 交流による便益の得られやすさ：$\alpha_i = \alpha - tx_i$

  $\alpha > t$ と仮定して，$\alpha_i > 0$

y：収入
t：移動(1回)の限界費用
(周辺部agentのみ発生)

∴効用関数は,

$$U_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) = y + \alpha_i v_i - \frac{1}{2}v_i^2 + \theta \sum_{j=1}^{n} g_{ij} v_i v_j \quad (4)$$

- $\frac{\partial^2 U_i}{\partial v_i^2} = -1$ より，U_iはv_iに関して凹
- $\frac{\partial^2 U_i}{\partial v_i \partial v_j} = \theta, \text{for } g_{ij} = 1$ より，限界効用 $\frac{\partial U_i}{\partial v_i}$ は連結するagentの訪問頻度に対して増加関数

各agentは<u>ネットワーク構造</u>と他人の訪問頻度選択を受けて，効用を最大化するよう v_i を選ぶ.
(＝戦略的補完性が存在)

ネットワークは所与とする.
各agentは両親から継承した繋がりを持つ
→ネットワーク上で中心的な地位のagentを本論文では「**貴族**」と呼ぶ.

3.1 モデル

Katz-Bonacich のネットワーク中心性指標

ネットワークにおけるagentの中心性(重要性)を計測する方法は多く存在する

中心度(degree centrality)：そのagentが連結するagentの人数

中心近接度(closeness centrality)：ネットワークリンク上での他人との平均距離　他たくさん

Katz-Bonacich 中心性

「ノードの影響力や威信は，そこから出発している道のりの重みの合計である」と推定

定式化

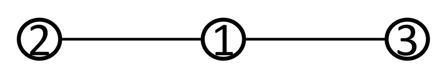
① 隣接行列$\mathbf{G}$ のk乗 $\mathbf{G}^k$ (要素$g_{ij}^{[k]}$) を導入

$g_{ij}^{[k]}(\geq 0)$：ネットワークg上におけるiからjへの長さk(>=1)の経路数

$\mathbf{G}^k$ ：ネットワーク上での無指向性の繋がりを記録する (※ $\mathbf{G}^0 = \mathbf{I}$)

★ 例) $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ のとき，

$$\mathbf{G}^{2k} = \begin{bmatrix} 2^k & 0 & 0 \\ 0 & 2^{k-1} & 2^{k-1} \\ 0 & 2^{k-1} & 2^{k-1} \end{bmatrix}, \mathbf{G}^{2k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 2^k & 2^k \\ 2^k & 0 & 0 \\ 2^k & 0 & 0 \end{bmatrix} \ (k \geq 1)$$



例えば $\mathbf{G}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ⇔ 1-2, 1-3間に長さ3の経路が2本 存在

3.1 モデル

② 行列 $\mathbf{M} = \sum_{k=0}^{+\infty} \theta^k \mathbf{G}^k$ を考える

要素 $m_{ij} = \sum_{k=0}^{+\infty} \theta^k g_{ij}^{[k]}$ ：ネットワーク上でiからjへ向かう道のり数を表す．
ただし，長さkの道はθ^kで重み付けされる．

Mは十分小さなθに対し一意に定まる (後述)

③ Agent i のKatz-Bonacich中心性$b_i(g,\theta)$は **M**のi行目の要素和に等しく，

$$b_i(g,\theta) = \sum_{j=1}^{n} m_{ij}$$

$\mathbf{M} = \mathbf{I} + \theta\mathbf{G} + \theta^2\mathbf{G}^2 + \cdots$の両辺に左から$\theta\mathbf{G}$をかけて，

$$\theta\mathbf{GM} = \theta\mathbf{G} + \theta^2\mathbf{G}^2 + \theta^3\mathbf{G}^3 + \cdots = \mathbf{M} - \mathbf{I}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{M} - \theta\mathbf{GM} = \mathbf{I}$$

④ もし**M**が一意に定まる場合，$\mathbf{M} = [\mathbf{I} - \theta\mathbf{G}]^{-1}$ と書けるので，
Katz-Bonacich中心性のn次元ベクトルは行列形式で

$$\mathbf{b}(g,\theta) = \mathbf{M1} = [\mathbf{I} - \theta\mathbf{G}]^{-1}\mathbf{1} \quad (6)$$

1のn次元ベクトル

⑤ **重み付けKatz-Bonacich中心性**も定義でき，iからjへの道のりの重みをα_jとして

$$b_{\alpha_i}(g,\theta) = \sum_{j=1}^{n} m_{ij}\alpha_j = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{+\infty} \theta^k g_{ij}^{[k]}\alpha_j \quad (7)$$

n次元ベクトル $\boldsymbol{\alpha}$ を用いて，行列形式で

$$\mathbf{b}_{\boldsymbol{\alpha}}(g,\theta) = \mathbf{M}\boldsymbol{\alpha} = [\mathbf{I} - \theta\mathbf{G}]^{-1}\boldsymbol{\alpha}$$

※ネットワークが空($\mathbf{G} = \mathbf{O}$) or $\theta = 0$のとき，全agentのKatz-Bonacich中心性は0.

$\theta > 0$ のときは θ に関して増加関数かつ凸.

3.2 訪問と交流活動のナッシュ均衡

▪ 最適訪問頻度

効用関数(再掲)：$U_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) = y + \alpha_i v_i - \frac{1}{2} v_i^2 + \theta \sum_{j=1}^{n} g_{ij} v_i v_j$

v_iに関する効用最大化の一次条件 $\frac{\partial U_i}{\partial v_i} = 0$より

$$v_i^* = \alpha_i + \theta \sum_{j=1}^{n} g_{ij} v_j^* \quad \forall i = 1, \dots, n. \ (8)$$

∴ agent i の最適(均衡時の)訪問頻度は，ネットワーク上で連結するagentの訪問頻度の一次関数.

式(8)を行列形式で書くと，$\mathbf{v} = \boldsymbol{\alpha} + \theta \mathbf{G} \mathbf{v} \Leftrightarrow [\mathbf{I} - \theta \mathbf{G}] \mathbf{v} = \boldsymbol{\alpha}$

よってナッシュ均衡時の訪問ベクトル$\mathbf{v}^*$は

$$\mathbf{v}^* = [\mathbf{I} - \theta \mathbf{G}]^{-1} \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{M} \boldsymbol{\alpha} \ \ (\because \text{式(6)})$$

agent i の訪問頻度は

$$v_i^*(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g) = \sum_{j=1}^{n} m_{ij} \alpha_j = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=0}^{+\infty} \theta^k g_{ij}^{[k]} \alpha_j \ \ (10)$$

x_i ：agent i の立地

$\mathbf{x_{-i}}$ ：他のn-1人のagent立地ベクトル

g ：ネットワーク

∴ 最適訪問頻度は重み付けKatz-Bonacich中心性に等しく，

$$v_i^*(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g) = b_{\alpha_i}(g, \theta) \ \ (11)$$

3.2 訪問と交流活動のナッシュ均衡

命題1(訪問の均衡)

どのような立地・ネットワークに対しても，$\theta\rho(\mathbf{G}) < 1$ ならば訪問頻度に対する唯一の内部ナッシュ均衡が存在し， agent i の訪問回数は i の重み付けKatz-Bonacich中心性と一致する

$\rho(\mathbf{G})$：隣接行列$\mathbf{G}$ のスペクトル半径(固有値の絶対値の最小値).

※ $\theta\rho(\mathbf{G}) < 1$ ならば$\mathbf{G}$の冪級数$\sum_{k=0}^{+\infty} \theta^k \mathbf{G}^k = \mathbf{M}$は収束し，一意に定まる

以下のことが示されている

- 最適訪問頻度 $v_i^*(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g)$ は**ネットワーク上の地位と立地に依存**
- Katz-Bonacich中心性の指標においてネットワーク上で**より中心性が高い人は，均衡においてより頻繁に交流中心を訪問**する

直感的に，良い繋がりがある人ほど交流の便益を得ているし，そのため立地に拘らず交流のための努力をしているはずである

3.2 訪問と交流活動のナッシュ均衡

▪ 訪問頻度のパラメータに関する変化

命題2(社会的相互作用の強度)

$\theta\rho(\mathbf{G}) < 1$のとき，どのようなネットワーク下であっても，社会的相互作用力の強度θの上昇により均衡時の訪問頻度は上昇する

- θ 増加 → 交流による便益が上昇 → agentはより頻繁に交流したくなる (相乗効果も)
- 同様に，交流による便益の得られやすさα_{i}の上昇， 移動費用 t の減少に対しても訪問頻度は上昇する

数式：$\frac{\partial v_i^*}{\partial \theta} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=0}^{+\infty} k\theta^{k-1} g_{ij}^{[k]} \alpha_j > 0$, $\frac{\partial v_i^*}{\partial \alpha_i} = \sum_{k=0}^{+\infty} \theta^k g_{ii}^{[k]} > 0$, $\frac{\partial v_i^*}{\partial t} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=0}^{+\infty} \theta^k g_{ij}^{[k]} (-x_j) < 0$

▪ 集積の影響

- 式(10)より，$v_i^*(1, \mathbf{x_{-i}}, g) - v_i^*(0, \mathbf{x_{-i}}, g) = m_{ii}(\alpha - t * 1) - m_{ii}(\alpha - t * 0) = -tm_{ii} \leq 0$ ($\because \mathbf{M}$は非負行列)

x_i

→ $m_{ii} > 0$であるagentは，周辺部より中心部に立地した場合の方がより頻繁に訪問する

- 同様に， $v_i^*(x_i, (1, \mathbf{x_{-ik}}), g) - v_i^*(x_i, (0, \mathbf{x_{-ik}}), g) = -tm_{ik} \leq 0\ \forall k \neq i$

  訪問頻度選択の相補性を反映して， v_i^*いずれのagentの中心距離x_kに関しても非増加関数

  ※直結していなくても，ネットワーク上で繋がっているagentならば集積の影響を受ける

$\mathbf{x_{-ik}}$：agent i,k以外の全agentについての立地ベクトル

⇒集積により訪問頻度は増加する

3.2 訪問と交流活動のナッシュ均衡

▪ 社会的交流レベル

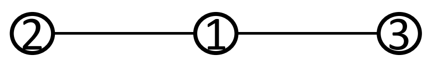
均衡時の社会全体の交流レベル $V^*(g)$ を以下に定義する．

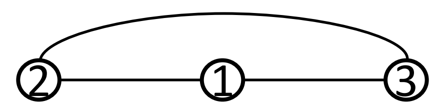
$$V^*(g) = \sum_{i=1}^{n} v_i^*(1, \mathbf{x_{-i}}, g) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=0}^{+\infty} \theta^k g_{ij}^{[k]} \alpha_j \quad (14)$$

- **リンク密度**

ネットワークg'を考える． g'はネットワークリンクがより密集した構造 ($g_{ij} = 1$ならば$g'_{ij} = 1$)

例)　g (星型ネットワーク)　　g' (完全ネットワーク)





このとき，g'における均衡時の訪問頻度はgより大きいかせいぜい等しく $V^*(g') > V^*(g)$.

　リンクの増加は局地的に2 agent間の双方向の相互作用を高める

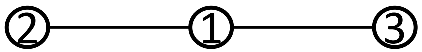
- **集積**

前ページより v_i^*は中心距離x_iに関して非増加関数なので， V^*も非増加関数

命題3(全体の交流)

十分小さなθに対して，ネットワークのリンク密度が上昇すると，または各agentの中心距離が減少すると，個人の交流と同様に社会的交流レベルも増加する

ネットワーク構造と社会的交流の関係を分析しているのは興味深い．



★ 例) **星型ネットワーク**

$\mathbf{G}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$ のとき，$\theta<\frac{1}{\sqrt{2}}$ ならば

$$\mathbf{M}=[\mathbf{I}-\theta\mathbf{G}]^{-1}=\frac{1}{1-2\theta^2}\begin{bmatrix}1 & \theta & \theta\\ \theta & 1-\theta^2 & \theta^2\\ \theta & \theta^2 & 1-\theta^2\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}^*=\mathbf{M}\boldsymbol{\alpha}=\frac{1}{1-2\theta^2}\begin{bmatrix}\alpha_1+\theta\alpha_2+\theta\alpha_3\\ \theta\alpha_1+(1-\theta^2)\alpha_2+\theta^2\alpha_3\\ \theta\alpha_1+\theta^2\alpha_2+(1-\theta^2)\alpha_3\end{bmatrix}$$

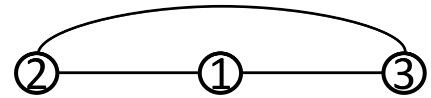
今，$x_1=0, x_2=x_3=1$ とすると

$$\mathbf{v}^*=\frac{1}{1-2\theta^2}\begin{bmatrix}\alpha+2\theta(\alpha-t)\\ \alpha(1+\theta)-t\\ \alpha(1+\theta)-t\end{bmatrix}$$

より $v_1^*>v_2^*=v_3^*$ で，**ネットワーク上で中心的**な agent 1の訪問頻度が高い．

社会的交流レベルは,

$$V^*(g)=\frac{(3+4\theta)\alpha-2(1+\theta)t}{1-2\theta^2}$$



★ 例) **完全ネットワーク**

$\mathbf{G}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$ のとき，$\theta<\frac{1}{2}$ ならば

$$\mathbf{M}=[\mathbf{I}-\theta\mathbf{G}]^{-1}=\frac{1}{1-\theta-2\theta^2}\begin{bmatrix}1-\theta & \theta & \theta\\ \theta & 1-\theta & \theta\\ \theta & \theta & 1-\theta\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}^*=\mathbf{M}\boldsymbol{\alpha}=\frac{1}{1-\theta-2\theta^2}\begin{bmatrix}(1-\theta)\alpha_1+\theta\alpha_2+\theta\alpha_3\\ \theta\alpha_1+(1-\theta)\alpha_2+\theta\alpha_3\\ \theta\alpha_1+\theta\alpha_2++(1-\theta)\,\alpha_3\end{bmatrix}$$

今，$x_1=0, x_2=x_3=1$ とすると

$$\mathbf{v}^*=\frac{1}{1-\theta-2\theta^2}\begin{bmatrix}\alpha(1+\theta)-2\theta t\\ \alpha(1+\theta)-t\\ \alpha(1+\theta)-t\end{bmatrix}$$

よりなお $v_1^*>v_2^*=v_3^*$ で，**中心部に立地している** agent 1の訪問頻度が高い．

社会的交流レベルは,

$$V^*\left(g^{[+23]}\right)=\frac{3(1+\theta)\alpha-2(1+\theta)t}{1-\theta-2\theta^2}>V^*(g)$$

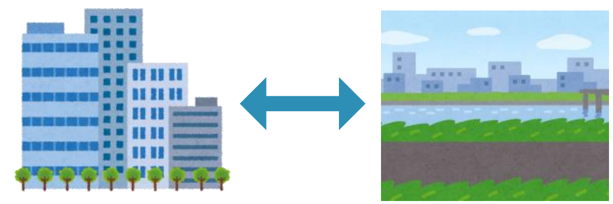
4. 立地選択

4.1 モデルと部分ゲーム完全均衡

▪ 中心部立地コスト

モデルを拡張し，agentが立地選択できる(中心部or周辺部)場合を考える

中心部への立地による外生的なコスト差 c(>0) を導入する



中心部の方が一般的に経済活動が活発

→中心部の立地をめぐる他活動との立地競争

→**地代が高騰**しcが生じる

※cは混雑(＝居住者数)の影響を受けない (5.2では混雑コストを導入)

純効用＝交流による効用 - 立地コスト差

agentは，他人の訪問頻度を所与として，純効用を最大化するように立地選択

選択の流れ (動学ゲーム)

① agentは効用が大きい方への立地 (x=0 or x=1) を選択

② ネットワーク下での最適な訪問頻度を決定する

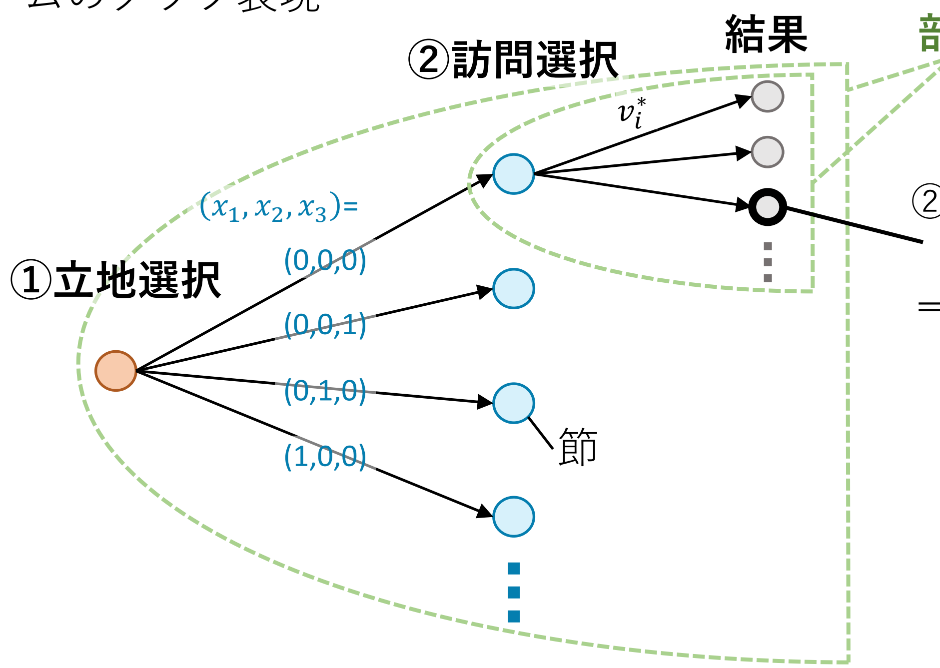
①②のナッシュ均衡をいきなりは求められない→**部分ゲーム完全均衡**を解く

普通このモデルは**後ろ向きに解く**

→②は命題1より， $\theta\rho(\mathbf{G}) < 1$ のとき各agentの訪問頻度は $v_i^*(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g) = b_{\alpha_i}(g, \theta)$ で一意に決まる.

部分ゲーム：動学ゲームのグラフにおいて，ある節とそれ以降の全ての節を含むゲーム
部分ゲーム完全均衡：全ての部分ゲームに対してナッシュ均衡となる戦略

動学ゲームのグラフ表現



②以降の部分ゲームのナッシュ均衡

$$v_i^*(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g) = b_{\alpha_i}(g, \theta)$$

＝元のゲームの「部分ゲーム完全均衡」

②の均衡解を①に代入
→①の選択が求まる

$v_i^* = \alpha_i + \theta \sum_{j=1}^{n} g_{ij} v_j^*$ (8), $U_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) = y + \alpha_i v_i - \frac{1}{2} v_i^2 + \theta \sum_{j=1}^{n} g_{ij} v_i v_j$ (4)より，

均衡時効用：$U_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) = y + \frac{1}{2}[v_i^*(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g)]^2 = y + \frac{1}{2}\left[b_{\alpha_i}(g, \theta)\right]^2$ (16)

→①立地選択を解く．重み付けKatz-Bonacich中心性$b_{\alpha_i}(g, \theta)$が内生変数($\boldsymbol{\alpha}$に依存)であるため，均衡時効用を求めるには，**均衡時の立地構成が必要**

4.1 モデルと部分ゲーム完全均衡

▪ 均衡時効用

$$U_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) = \begin{cases} y + \frac{1}{2}\left[\sum_{j\in C-\{i\}} m_{ij}\alpha + \sum_{j\in P-\{i\}} m_{ij}(\alpha - t) + m_{ii}\alpha\right]^2 - c & (x_i = 0) \\ y + \frac{1}{2}\left[\sum_{j\in C-\{i\}} m_{ij}\alpha + \sum_{j\in P-\{i\}} m_{ij}(\alpha - t) + m_{ii}(\alpha - t)\right]^2 & (x_i = 1) \end{cases} \quad \cdots (*)$$

Agentは，効用が大きくなる方の立地を選択

C：中心部に住む全agent

P：周辺部に住む全agent

c：中心部立地のコスト差

命題4(均衡立地の特徴)

$\theta\rho(\mathbf{G}) < 1$を仮定する．

$m_{ii}^{(2)} = \frac{-2t\left\{\left(\alpha\sum_{j\in C-\{i\}} m_{ij} + (\alpha - t)\sum_{j\in P-\{i\}} m_{ij}\right)\right\} + \sqrt{\Delta}}{2t(2\alpha - t)}$ $\left(\Delta = 4t^2\left[\left(\alpha\sum_{j\in C-\{i\}} m_{ij} + (\alpha - t)\sum_{j\in P-\{i\}} m_{ij}\right)^2 + \frac{2c}{t}(2\alpha - t)\right]\right)$ のとき， $m_{ii} > m_{ii}^{(2)}$を満たす全agentは中心部に， $m_{ii} < m_{ii}^{(2)}$を満たす全agentは周辺部に立地する

ネットワーク上の地位と立地の顕著な関係を表している．

つまり，$m_{ii} = \sum_{k=0}^{+\infty} \theta^k g_{ii}^{[k]}$ はagent iのネットワーク上での中心性を表し，

(*)よりU_iはm_{ii}の増加関数 (係数：α(中心部立地) or $\alpha - t$(周辺部立地)) なので，

移動費用t>0ならば **ネットワーク上の中心性が高い人ほど中心部立地の恩恵を受ける**

＝ネットワーク上の地位が立地に及ぼす影響

Agentが中心部に立地する条件は,

$$\underbrace{y+\frac{1}{2}\left[\alpha\sum_{j\in C-\{i\}}m_{ij}+(\alpha-t)\sum_{j\in P-\{i\}}m_{ij}+\alpha m_{ii}\right]^2}_{}-c$$

$= A(P,C)$ とおく

$$\geq\ y+\frac{1}{2}\left[\alpha\sum_{j\in C-\{i\}}m_{ij}+(\alpha-t)\sum_{j\in P-\{i\}}m_{ij}+(\alpha-t)m_{ii}\right]^2$$

$$\Leftrightarrow [A(P,C)]^2-2c\geq\left[A(P,C)-t\sum_{k=0}^{\infty}\theta^k g_{ii}^{[k]}\right]^2$$

$$=[A(P,C)]^2-2t[A(P,C)]m_{ii}+t^2(m_{ii})^2$$

$$\Leftrightarrow t(2\alpha-t)(m_{ii})^2+2t\left(\alpha\sum_{j\in C-\{i\}}m_{ij}+(\alpha-t)\sum_{j\in P-\{i\}}m_{ij}\right)m_{ii}\geq 2c$$

$=\Phi(m_{ii})$ とおく

$\Phi(m_{ii})-2c>0$ ならagent iは中心に立地

$\alpha>t$ より $t(2\alpha-t)>0$ なので, $\Phi(m_{ii})-2c$ は下に凸の2次関数

$\Phi(m_{ii})-2c=0$ の判別式を

$\Delta=4t^2\left[\left(\alpha\sum_{j\in C-\{i\}}m_{ij}+(\alpha-t)\sum_{j\in P-\{i\}}m_{ij}\right)^2+\frac{2c}{t}(2\alpha-t)\right]$ とおくと,

解は

$$m_{ii}^{(1)}=\frac{-2t\left\{\left(\alpha\sum_{j\in C-\{i\}}m_{ij}+(\alpha-t)\sum_{j\in P-\{i\}}m_{ij}\right)\right\}-\sqrt{\Delta}}{2t(2\alpha-t)}(<0),$$

$$m_{ii}^{(2)}=\frac{-2t\left\{\left(\alpha\sum_{j\in C-\{i\}}m_{ij}+(\alpha-t)\sum_{j\in P-\{i\}}m_{ij}\right)\right\}+\sqrt{\Delta}}{2t(2\alpha-t)}(>0)$$

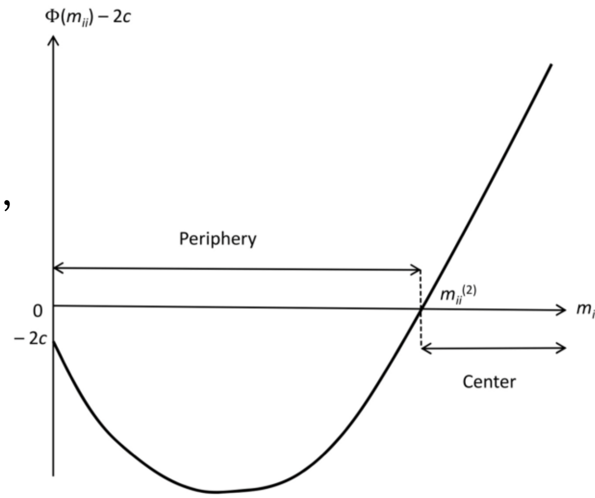


Fig. 2. Characterization of equilibrium locations.

▪ 均衡の存在と一意性

立地 ⇄ 訪問頻度の部分ゲーム完全均衡について，存在と一意性を考える．

これ以降の設定

- 数字が若いagentほどネットワーク上での中心性が高い ($m_{11} \geq m_{22} \geq \cdots \geq m_{nn}$)
- 全agentは中心性によって ω (≤n)タイプに分類される
- **インセンティブ関数**＝「agent i 以外の全agentが中心部に立地した場合に，i が中心部へ立地したい程度」を定義する

$$\Phi^C(m_{ii}) \equiv t(2\alpha - t)(m_{ii})^2 + 2t\left(\alpha \sum_{j \in N - \{i\}} m_{ij}\right) m_{ii}$$

次の命題で「均衡」＝「部分ゲーム完全均衡」であることを示す

命題5(均衡立地の存在と一意性)

$\theta\rho(\mathbf{G})<1$ を仮定し，全agentはωタイプに分類されるとする．どのような均衡状態においても，

(1) 重み付けKatz-Bonacich中心性 $b_{\alpha_i}(g,\theta)$ が等しいagentの立地は同じになる

(2) $b_{\alpha_i}(g,\theta)$がより高いagentは，より低いagentに比べて中心部から遠くには立地しない

(3) 均衡の数は ω+1 に等しい

タイプ数ω=nのとき，立地均衡は

i. $2c<\Phi^C(m_{nn})$ ならば，agent nが中心部立地する条件

一意解の「中心」均衡が存在し，C=N, P=∅

ii. $\Phi^C(m_{nn})<2c<\Phi^C(m_{n-1\,n-1})-2t^2 m_{n-1\,n} m_{n-1\,n-1}$ ならば，

一意解の「中心-周辺」均衡が存在し，C=N-{n}, P={n}

$=\Phi(m_{ii})$

iii. $\Phi^C(m_{n-1\,n-1})-2t^2 m_{n-1\,n} m_{n-1\,n-1}<2c<\Phi^C(m_{n-2\,n-2})-2t^2(m_{n-2\,n-1}+m_{n-2\,n})m_{n-2\,n-2}$ ならば，

一意解の「中心-周辺」均衡が存在し，C=N-{n-1,n}, P={n-1,n}

iv. $\Phi^C(m_{n-2\,n-2})-2t^2(m_{n-2\,n-1}+m_{n-2\,n})m_{n-2\,n-2}<2c<\Phi^C(m_{n-3\,n-3})-2t^2\left(\sum_{j\in P}^{n} m_{n-3\,j}\right)m_{n-3\,n-3}$ ならば，

一意解の「中心-周辺」均衡が存在し，C=N-{n-2,n-1,n}, P={n-2,n-1,n}

v. $agent\ 1$まで繰り返し

vi. $\Phi^C(m_{11})-2t^2\left(\sum_{j\in P-\{1\}}^{n} m_{1j}\right)m_{11}<2c$ ならば，agent 1が中心部立地しない条件

一意解の「中心-周辺」均衡が存在し，C=∅, P=N

※タイプ数ω<nのときは，agent個人ではなくタイプ別に記述される

命題5は部分ゲーム完全均衡時の立地をインセンティブ関数 $\Phi^C(m_{ii})$ で定式化し，
各区間において唯一の均衡解が存在すると示している

同じパラメータの下で均衡解が重複することはない

($\because$ $m_{11} \geq m_{22} \geq \cdots \geq m_{nn}$ より $\Phi^C(m_{11}) \geq \Phi^C(m_{22}) \geq \cdots \geq \Phi^C(m_{nn})$)

▪ パラメータ変化と均衡の移動

キーパラメータを変化させて比較を行う

命題6(中心部への空間的集中)

$\theta\rho(\mathbf{G}) < 1$を仮定する．中心部立地コストc の減少，通勤コストt の増加，社会的相互作用力の強度θ の上昇は，中心部への立地を促進する

数式：$\frac{\partial m_{ii}^{(2)}}{\partial c} > 0, \frac{\partial m_{ii}^{(2)}}{\partial t} < 0, \frac{\partial m_{ii}^{(2)}}{\partial \theta} < 0$ ($\Phi(m_{ii}) - 2c = 0$ の各変数での偏微分より)

命題6は，内生的な立地が均衡時の訪問頻度にどのように影響するかの分析に役立つ

cの減少/ tの増加/ θの上昇

→中心部への立地が集中

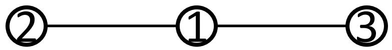
→社会的交流・訪問頻度が増加する($\because$命題3)

立地が社会的活動に影響を与える仕組みが示されている

4.2 例

星型ネットワーク・2タイプagent

★例)



$$\mathbf{M} = \frac{1}{1-2\theta^2}\begin{bmatrix} 1 & \theta & \theta \\ \theta & 1-\theta^2 & \theta^2 \\ \theta & \theta^2 & 1-\theta^2 \end{bmatrix}$$ だったので,

$$m_{11} = \frac{1}{1-2\theta^2}, m_{22} = m_{33} = \frac{1-\theta^2}{1-2\theta^2}$$

$\theta < \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき,

i. $2c < \frac{t(1-\theta)(1+\theta)^2[2\alpha-(1-\theta)t]}{(1-2\theta^2)^2}$

ならば「中心」均衡 C={1,2,3}, P=Ø

ii. $\frac{t(1-\theta)(1+\theta)^2[2\alpha-(1-\theta)t]}{(1-2\theta^2)^2} < 2c < \frac{t[2\alpha(1+2\theta)-t(1+4\theta)]}{(1-2\theta^2)^2}$

ならば「中心-周辺」均衡 C={1}, P={2,3}

iii. $\frac{t[2\alpha(1+2\theta)-t(1+4\theta)]}{(1-2\theta^2)^2} < 2c$

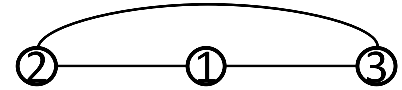
ならば「周辺」均衡 C=Ø, P={1,2,3}

$\theta < \frac{1}{\sqrt{2}}$ の下，例えば $\alpha = 6, t = 1, \theta = 0.2$ のとき，
均衡解は <u>$c < 7.62$ ならば(i)，$7.62 < c < 8.86$ ならば(ii)，$8.86 < c$ ならば(iii)</u>

この結果はagent n人の星型ネットワークにも一般化できる

完全ネットワーク・1タイプagent

★例)



$$\mathbf{M} = \frac{1}{1-\theta-2\theta^2}\begin{bmatrix} 1-\theta & \theta & \theta \\ \theta & 1-\theta & \theta \\ \theta & \theta & 1-\theta \end{bmatrix}$$ だったので,

$$m_{11} = m_{22} = m_{33} = \frac{1-\theta}{1-2\theta^2}$$

$\theta < \frac{1}{2}$ のとき,

i. $2c < \frac{t(1-\theta)^2(2\alpha+4\alpha t-t)}{(1-\theta-1\theta^2)^2}$

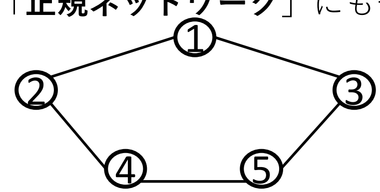
ならば「中心」均衡 C={1,2,3}, P=Ø

ii. $\frac{t(1-\theta)^2(2\alpha+4\alpha t-t)}{(1-\theta-1\theta^2)^2} < 2c$

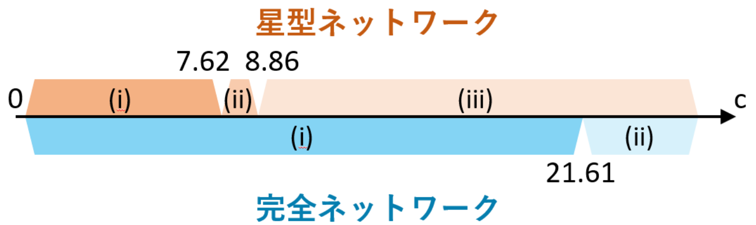
ならば「周辺」均衡 C=Ø, P={1,2,3}

$\theta < \frac{1}{2}$ の下，例えば $\alpha = 6, t = 1, \theta = 0.2$ のとき，
均衡解は <u>$c < 21.61$ ならば(i)，$21.61 < c$ ならば(ii)</u>

この結果はn人の完全ネットワークだけでなく，各agentが同数のリンクを持つ「**正規ネットワーク**」にも一般化できる



4.1 モデルと部分ゲーム完全均衡



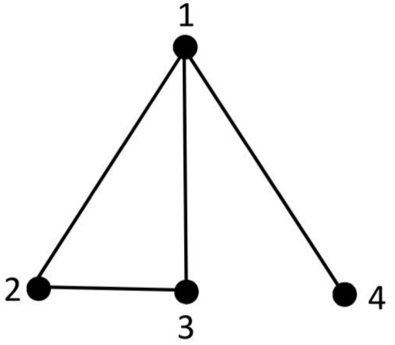
この例より，n=3のとき**星型ネットワークより完全ネットワークの方が「集積」しやすい** (「中心」均衡になりやすい)

←完全ネットワークの方がネットワーク上による相互作用が多いため

「**相互作用が多いネットワークほど集積しやすい**」は一般にいえる結果である

▪ 3タイプのagentがいるネットワーク例

右のネットワークを考える．



隣接行列 $\mathbf{G}=\begin{bmatrix}0&1&1&1\\1&0&1&0\\1&1&0&0\\1&0&0&0\end{bmatrix}$ であり，最大固有値2.17より θ<0.46 ならば

$$\mathbf{M}=[\mathbf{I}-\theta\mathbf{G}]^{-1}=\frac{1}{1-\theta-3\theta^2+\theta^3}\begin{bmatrix}1-\theta&\theta&\theta&\theta(1-\theta)\\\theta&1-2\theta^2&\theta+\theta^2-\theta^3&\theta^2\\\theta&\theta+\theta^2-\theta^3&1-2\theta^2&\theta^2\\\theta(1-\theta)&\theta^2&\theta^2&1-\theta-2\theta^2\end{bmatrix}$$

インセンティブ関数 $\Phi^C(m_{ii})\equiv t(2\alpha-t)(m_{ii})^2+2t\left(\alpha\sum_{j\in N-\{i\}}m_{ij}\right)m_{ii}$

このとき，

i. $2c<\Phi^C(m_{44})$ ならば C={1,2,3,4}, P=∅

ii. $\Phi^C(m_{44})<2c<\Phi^C(m_{33})-2t^2m_{34}m_{33}$ ならば C={1,2,3}, P={4}

iii. $\Phi^C(m_{33})-2t^2m_{34}m_{33}<2c<\Phi^C(m_{11})-2t^2(m_{12}+m_{13}+m_{14})m_{11}$ ならば C={1}, P={2,3,4}

iv. $\Phi^C(m_{11})-2t^2(m_{12}+m_{13}+m_{14})m_{11}<2c$ ならば C=∅, P={1,2,3,4}

命題5 (**均衡数＝タイプ数+1，同じ中心性のagent(2,3)の立地は同じ**) と合致

5. 福利の分析と補助金政策

■ 合計福利

まず立地を所与とする．

社会的交流(＝合計福利) を最大化する均衡解$(v_1^O, \dots, v_n^O)$ を求める．

$U_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) = y + \alpha_i v_i - \frac{1}{2} v_i^2 + \theta \sum_{j=1}^n g_{ij} v_i v_j$ (再掲)より，

$$\max_{v_1,\dots,v_n} W = \max_{v_1,\dots,v_n} \sum_{i=1}^n U_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g)$$
$$= \max_{v_1,\dots,v_n} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[y + \alpha_i v_i - \frac{1}{2} v_i^2 \right] + \theta \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n g_{ij} v_i v_j \right\}$$

一次条件 $\frac{\partial W}{\partial v_i} = 0$ より

$$\alpha_i - v_i + \theta \sum_j g_{ij} v_j + \theta \sum_j g_{ji} v_j = 0$$
$$\therefore \ v_i^O = \alpha_i + 2\theta \sum_j g_{ij} v_j$$

ここで，各agentが効用最大化した場合のナッシュ均衡 $v_i^* = \alpha_i + \theta \sum_{j=1}^n g_{ij} v_j^*$ (8) を用いると

$$v_i^O = v_i^* + \theta \sum_j g_{ij} v_j \ (25)$$

∴社会的最適解に比べナッシュ均衡は訪問頻度が低い

←自身の訪問選択が他人の訪問選択に与える正の影響を無視している

(訪問選択の相補性により生じる正の外部性)

市場均衡は効率的ではない

▪ 補助金政策

最適解を実現するため，計画者は**中心訪問に対し補助金**を出す．

最適補助金額 S_i^O は，式(25)より

$$S_i^O = \theta \sum_j g_{ij} v_j$$

$$\mathbf{S}^O = \theta \mathbf{G} \mathbf{v} \text{ (行列表現)}$$

ネットワーク上で
より中心にいるagentに
より高い補助金額

訪問頻度選択の前に計画者からagentへ最適補助金額 S_i^O を伝達する場合，

$$U_i = y + \left(\alpha_i + S_i^O\right) v_i - \frac{1}{2} v_i^2 + \theta \sum_j g_{ij} v_i v_j$$

$$= y + \alpha_i v_i - \frac{1}{2} v_i^2 + 2\theta \sum_j g_{ij} v_i v_j$$

これにより最適解に修正できる．

この政策の一番の問題は，**補助金額がagent毎に異なり，各agentのネットワーク上の地位情報が必要**な点．ほとんどのネットワークではそのような情報は得られない

→解決策：

ネットワーク上で最も中心にいるagentの最適補助金額 $S_{i_{max}}^O = \theta \sum_j g_{i_{max}j} v_j$ を計算し，全agentに対し $S_{i_{max}}^O$ を与える．情報収集は容易になるが，コストが増加する．

▪ 立地に対する補助金

次に，agentが立地選択できるとする.

情報制約より，計画者は訪問ではなく**立地に対して**補助金を出す

- 中心部立地による交流増加・効用の上昇を図るため，**中心立地コストc を補助**する

  ⇒コスト当たり補助金額σ として，中心立地コストを c → (1-σ)c に低下

選択の流れ

⓪ 計画者からagentへ中心立地に対する補助金を周知

① agentが立地選択する　命題5において c → (1-σ)c

$i.\quad 2(1-\sigma)c < \Phi^{C}(m_{nn})$

② agentが訪問頻度を選択する　$v_i^*(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g) = \sum_{j=1}^{n} m_{ij}\alpha_j$

- より集積が起こることは明らか.
- 最適な立地を実現するには，**全agentが中心部に立地するように補助金を出す**. これにより合計福利Wが最大化される

5.2 内生の立地

★例) n=3ネットワーク，$\alpha = 6, t = 1, \theta = 0.2$ とする．例えば c=20 のとき，

・**星型ネットワーク**：

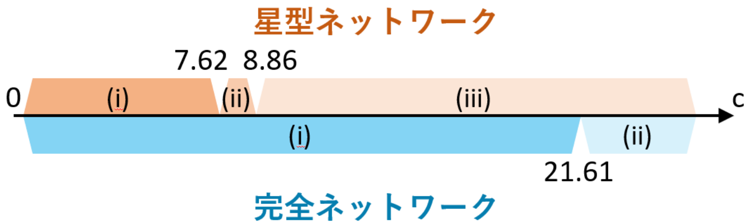
$c(1-\sigma) < 7.62$ ならば「中心」均衡になるので，

$\sigma \geq 0.619$ より中心立地コストの62%を補助すればよい．

・**完全ネットワーク**：

$c(1-\sigma) < 21.61$ ならば「中心」均衡になるので，

補助金は不要.



agent n人のとき，ネットワーク上の中心性が最下位のagent nを中心部へ立地させられれば良い(十分条件)

命題5より，最適補助金額σ^Oは

$$2(1-\sigma^O)c < \Phi^C(m_{nn}) \Leftrightarrow \sigma^O > 1 - \frac{\Phi^C(m_{nn})}{2c}$$

上式は $2c > \Phi^C(m_{nn})$ のとき成立し， $2c \leq \Phi^C(m_{nn})$ ならば補助金は不要

$$\therefore \sigma^O = \max\left\{0,\ 1 - \frac{\Phi^C(m_{nn})}{2c}\right\}$$

立地が内生的の場合，計画者は**ネットワーク上の中心性が最下位のagentを知る必要**がある

6. 拡張

6.1 貴族 vs. 有能なagent

- **モデルと現実の相異**

ここまで：ネットワークはagent固有の特性であり，立地には依存しないものと仮定

⇅

現実社会：立地選択にネットワーク(や子供)がある程度影響するし，ネットワークは一部 (両親や家族から受け継いで) 外生的であるが，ほとんどは自分たちの行動に依存する

⇒親からコネクションを受け継いだ「**貴族**」**だけでなく，**

必ずしもネットワーク上で中心的な地位ではない「**有能**」**なagentも中心部に集まる**

利益を上げるのが上手い

モデルの改良方法

(1) ネットワークリンクの内生化

(2)「才能」の導入

6.1 貴族 vs. 有能なagent

(1) ネットワークリンクの内生化

①立地選択→②**リンク選択**→③訪問選択

この場合，agentは①立地に応じて異なる②リンクを選択する ⇒非常に複雑な問題

既往研究より，標準的なネットワーク形成モデルには**多様な組み合わせの均衡が存在**することが知られる.

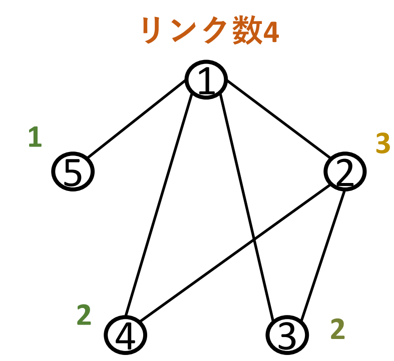
立地・訪問頻度選択が加わることでさらに複雑に

対応策の一つ：**Köing et al.(2013)の動学モデル**

- 各期で一人のagentをランダムに選んでリンクを形成し，その後 (前章までと同様に) 訪問頻度の均衡を求める方法

- Köing et al.(2013)は，定常状態の均衡において，単一のネットワーク **nested-split graph** が存在することを示した

  中心性が高いagent iのネットワーク上の隣人N_iは，中心性が高いagent jの隣人N_jを包含しているグラフ $N_i \subset N_j$



- ここに立地選択が加わると，全てを分析的に解くのは非常に難しい

  ただし「リンク選択前のagentは同一，かつ均衡において全てのネットワークがnested-split graph」を仮定すれば，前章までと同じ結果が得られる.

  主な違いは，ネットワークが継承ではなくagentが選択する点

  ⇒ **"たまたま" リンクが形成されたagentが中心部に立地する**ようになる

  行動の局地的相補性より，各agentはネットワーク上で**地位の高いagentとリンクを結びたい**と考える＝「richer-get-richerモデル」

(2)「才能」の導入

agentは固有の”能力”を持つとする.

- 効用関数 $U_i(v_i, \mathbf{v_{-i}}, g) = y + \alpha_i v_i - \frac{1}{2}v_i^2 + \theta \sum_{j=1}^{n} g_{ij} v_i v_j$ において，$\alpha_i = \alpha - tx_i \rightarrow \alpha_i = \beta_i - tx_i$ に変更

β_i：訪問頻度v_iの限界利益.
β_iが高いほど利益を上げられる = 有能
※ネットワーク上の地位とは無相関

$\min\{\beta_1, \ldots, \beta_n\} > t$ ($\because \alpha_i > 0$) を仮定する.
立地所与のとき，$\theta\rho(\mathbf{G}) < 1$ ならばナッシュ均衡における訪問頻度の一意解が存在し(命題1),

$$v_i^*(x_i, \mathbf{x_{-i}}, g) = b_{\alpha_i}(g, \theta) = \sum_{j=1}^{n} m_{ij}(\underbrace{\beta_j - tx_j}_{\alpha_i})$$

∴ネットワーク上の地位m_{ii}が高いほど or 能力β_iが高いほど，訪問頻度も高くなる

立地が内生的な場合を考えるには，命題5を用いる.
インセンティブ関数は $\Phi^C(m_{ii}) \equiv t(2\beta_i - t)(m_{ii})^2 + 2t\left(\beta_i \sum_{j \in N-\{i\}} m_{ij}\right) m_{ii}$
∴ネットワーク上の地位m_{ii}が高いほど or 能力β_iが高いほど，中心部に立地しやすい

貴族　　　　**有能**

6.1 貴族 vs. 有能なagent

β_iとm_{ii}の順位が対応していないとき，「貴族」だけでなく「有能」なagentも都市中心に立地することを示す

★例) n=3ネットワークで，$\beta_1 < \beta_3 < \beta_2$ と仮定 → agent 1＝貴族，agent 2＝有能.
このとき，C={1,2}, P={3} (☆) (貴族も有能も中心に立地)となる条件を計算する.

命題5と$\mathbf{M} = \frac{1}{1-2\theta^2}\begin{bmatrix} 1 & \theta & \theta \\ \theta & 1-\theta^2 & \theta^2 \\ \theta & \theta^2 & 1-\theta^2 \end{bmatrix}$，効用関数(*)より

Agent 1が中心立地する条件： $U_1(v_1^*(1,0,1), \mathbf{v_{-1}}, g) < U_1(v_1^*(0,0,1), \mathbf{v_{-1}}, g)$

$$\Leftrightarrow [m_{12}\beta_2 + m_{13}(\beta_3 - t) + m_{11}(\beta_1 - t)]^2 < [m_{12}\beta_2 + m_{13}(\beta_3 - t) + m_{11}\beta_1]^2 - c$$

$$\Leftrightarrow c < 2[m_{12}\beta_2 + m_{13}(\beta_3 - t) + m_{11}\beta_1]m_{11}t - (m_{11}t)^2$$

$$\Leftrightarrow c < \frac{2t[\beta_1+\theta\beta_2+\theta(\beta_3-t)]-t^2}{2[1-2\theta^2]^2} (= A_1)$$

Agent 2が中心立地する条件： $c < \frac{2(1-\theta^2)t[\theta\beta_1+(1-\theta^2)\beta_2+\theta^2(\beta_3-t)]-(1-\theta^2)^2 t^2}{2[1-2\theta^2]^2} (= A_2)$

Agent 3が周辺立地する条件： $c > \frac{2(1-\theta^2)t[\theta\beta_1+\theta^2\beta_2+(1-\theta^2)\beta_3]-(1-\theta^2)^2 t^2}{2[1-2\theta^2]^2} (= A_3)$

よって(☆)が成り立つ条件は,

$$A_3 < c < \min\{A_1, A_2\}$$

→親からの継承＝**ネットワーク上の地位だけでなく，才能も重要**である.

もし$\beta_1 \ll \beta_3 = \beta_2$ ならば，C={2,3}, P={1} の均衡もあり得る.

※このモデルでは，均衡の特徴と存在・一意性の観点で，前章までのような**一般解は得られない**

▪ 中心部立地コストの内生化

混雑コストを導入し，内生的な中心部立地コスト$c(N^C)$ を考える

N^C：中心部への立地人数

仮定

(1) $c'(N^C) > 0$ ： N^Cが多いほどコストが高くなる

(2) $c(0) > 0$ ：中心に誰も済まなくてもコストはかかる

(2)が成り立たないとき，全員が周辺立地したとき c=0 より，「周辺」均衡が成立しない

この新モデルにおいて，均衡の存在区間はやや変化し，命題5の $\mathrm{c} \rightarrow c(N^C)$ とすれば得られる

これを説明するため， $c(N^C) = (1 + N^C) * c$ であるとして，n=3星型ネットワークを考えよう．
混雑コストがない場合の均衡は命題7より得られる

6.2 混雑コスト

混雑コストによる均衡の変化を示すため，$c(N^C) = (1+N^C) * c$ であるとして★例を考える．

★例) n=3星型ネットワークにおいて，$\theta < \frac{1}{\sqrt{2}}$，中心立地コスト$c(N^C) = (1+N^C)c$ のとき，

i. $c < \frac{t(1-\theta)(1+\theta^2)[2\alpha-(1-\theta)t]}{8(1-2\theta^2)^2}$ ならば c={1,2,3}, P=∅

$c(3) = 4c$

ii. $\frac{t(1-\theta)(1+\theta^2)[2\alpha-(1-\theta)t]}{8(1-2\theta^2)^2} < c < \frac{t[2\alpha(1+2\theta)-t(1+4\theta)]}{4(1-2\theta^2)^2}$ ならば c={1}, P={2,3}

$c(1) = 2c$

iii. $\frac{t[2\alpha(1+2\theta)-t(1+4\theta)]}{4(1-2\theta^2)^2} < c$ ならば c=∅, P={1,2,3}

新しい均衡は登場しない．
混雑コストを考慮しない場合より中心立地は起こりにくい
＝**混雑コストは周辺立地を促進する**

※混雑コスト無しのときは，4.2 より

i. $4c < \frac{t(1-\theta)(1+\theta)^2[2\alpha-(1-\theta)t]}{2(1-2\theta^2)^2}$

ii. $\frac{t(1-\theta)(1+\theta)^2[2\alpha-(1-\theta)t]}{2(1-2\theta^2)^2} < 4c$ かつ
$2c < \frac{t[2\alpha(1+2\theta)-t(1+4\theta)]}{2(1-2\theta^2)^2}$

iii. $\frac{t[2\alpha(1+2\theta)-t(1+4\theta)]}{2(1-2\theta^2)^2} < 2c$

混雑コストの導入は，比較静学，特にθの増加による変化を理解する上でも役立つ．

パラメータ変化に対する結果の比較

相互作用力θの増加が訪問頻度と効用を上昇させ，中心立地を促進する効果は，
混雑コストを導入すると弱くなる．特に中心立地の促進効果はなくなる

7. 空間的不整合と政策問題

▪ 空間的不整合仮説 (Kain, 1968)

雇用の中心地へのアクセスが悪い地域に住む労働者は，強い地理的障壁のため，高給の仕事を発見・維持できないという仮説.

米国では黒人が都市の中の隔絶地域に住んでおり，「仕事への距離」が遠いため雇用機会に恵まれないことが，高い失業率の主な原因であると主張している.

Kain以降，多くの検証研究が行われてきた

- 通常のアプローチ：労働市場の成果の指標 (雇用，所得など) を，仕事へのアクセスを表す指標 (居住地・雇用中心地間の距離を表す何らかの指標など) に関連付ける方法

一般的な結論：

(i) 仕事へのアクセスに乏しいと条件の良い仕事に巡り合いにくい

(ii) 黒人やヒスパニック系の労働者は，白人労働者に比べて仕事へのアクセスが悪い

(iii) 仕事へのアクセスの人種差により，雇用の人種差の1/3～1/2を説明できる

▪ 本モデルの応用

黒人労働者の労働市場における不利を説明する上で，本モデルを用いて**地理的空間（仕事への距離）だけでなく社会的空間の重要性を提示する**ことで，「空間的不整合仮説」の議論に新たな視点を与える.

7. 空間的不整合と政策問題

- **モデルの解釈**

中心部：全ての仕事が集中し，全ての交流が行われる場所
周辺部：それ以外
agent間の交流：仕事情報の交換
中心部への訪問：誰かと仕事情報を交換すること (1訪問で1回)

- 交流の回数(v_i)と質(＝出会った他者のネットワーク中心性$b_{\alpha_j}(g,\theta)$に比例) が高いほど，仕事情報の質も高くなり，就職確率も高くなると仮定

→ **中心部への訪問頻度v_iと就職確率e_iの間には正の関係**

※この考えの根底には「情報の不完全性」があり，ネットワークは不完全性を (部分的に) 緩和する役割を果たす

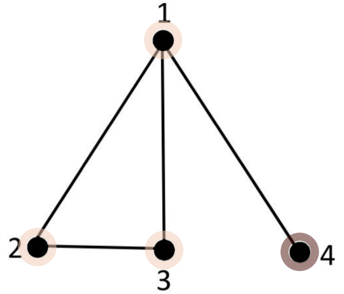
- **ネットワークの人種差**

ここでは，**白人労働者は黒人労働者よりもネットワーク上の中心的な地位にいる**と仮定する

- 白人達が一緒に育ち，学校に通い，社会生活を送り，一緒に労働力になるという「旧友ネットワーク」の考え方を表す(Wial[81])
- 労働市場のネットワークは一部で人種別に形成されており，人種間よりも人種内でより強く作用していること，黒人ネットワークは白人のものよりも質が低いことを示す証拠もある

例) 右のネットワークにおいて， agent 1,2,3: 白人労働者，agent 4: 黒人労働者と仮定

→命題1より訪問頻度 $v_1^* > v_2^* = v_3^* > v_4^*$
∴**就職確率はagent 4が最も低く**，$e_1 > e_2 = e_3 > e_4$
また命題5より，**agent 4が最も中心部に立地しにくい**



7. 空間的不整合と政策問題

■ **示唆**

- 因果関係が社会空間から地理空間にまで及んでいる

  ＝黒人労働者の社会的不整合 (ネットワーク上の低地位) が，空間的不整合 (地理的空間における悪い立地) に繋がる

  このモデルではネットワーク構造が重要で，ネットワークが非対称的であればあるほど黒人労働者の状況は悪化する
  逆に，完全ネットワーク(or 正規ネットワーク)では人種差は表れない

- Zenou(2013)は，因果関係が逆になるモデルを開発

  「黒人労働者の空間的不整合 (住宅差別) が社会的不整合をもたらし，その結果，労働市場での不利となる」

各モデルから政策的含蓄を得るには，因果関係を知ることが重要

- 「**空間的不整合⇒社会的不整合**」の場合：労働者の地理的立地に焦点を当てた政策が必要
  → **近隣地域の再生政策**

  欧米の政策例↓
  - エンタープライズ・ゾーン・プログラム：経済困窮地域に対し，地域経済の再興に役立つ企業に税制上の優遇措置
  - エンパワーメント・ゾーン政策：不況に陥っている特定の都市部（または農村部）を指定し，労働力と資本への補助金を通じて雇用・経済発展を促進する
  - その他：通勤費補助の交通政策 等

- 「**社会的不整合⇒空間的不整合**」の場合：労働者の社会的孤立に焦点を当てた政策が必要
  → **人種間交流の促進，求職者・雇用者間に繋がりを創造**
  - MTOプログラム：低所得者層に住宅支援を行うことで，より良い地域への移転を支援

いずれにせよ，社会的空間と地理的空間は密接に関係しており，政策を成功させたいのならば両方を考慮に入れるべき.

8. 結論

・ネットワーク(Social Network)上の地位と地理的立地の相互作用を分析した
社会的距離 と **物理的距離**

・均衡状態における訪問頻度(努力)：
ネットワーク上で中心的なagentや**交流中心の近くに立地している**agentほど高くなる

→経済全体の交流レベル：
ネットワークのリンク密度や**agentの物理的な集積度合**に応じて上昇

・立地が内生のとき：
ネットワーク上で中心的なagentほど**中心部に立地**しやすい

拡張と応用

・交流中心が複数ある場合

・交流中心の場所を内生化

・θの範囲の拡張

$\frac{\partial^2 U_i}{\partial v_i \partial v_j} = \theta$ より，

本モデル：$\theta > 0 \Rightarrow$ 他人がたくさん努力 (訪問) するなら，自分もたくさん努力した方が効用が高い
＝**各人の努力は「戦略的補完関係」**

拡張：$\theta < 0 \Rightarrow$他人がたくさん努力 (訪問) するなら，自分は努力しない方が効用が高い (ただ乗り)
＝**各人の努力は「戦略的代替関係」**