

行動モデル夏の学校2018 9/15  
ネットワーク上の行動モデルと  
Urban Science：理論と観測

# 配分理論と組み合わせ最適

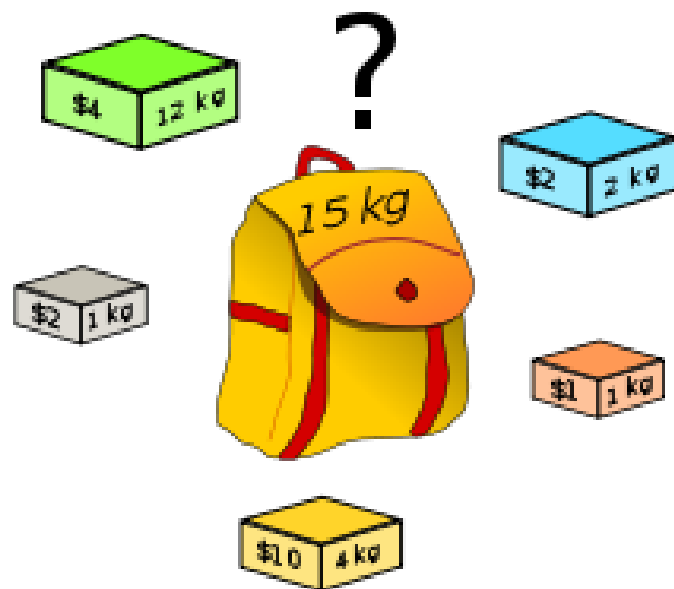
熊本大学 円山琢也

# コンテンツ

- 組み合わせ最適とは？
- 鎌倉のロードプライシング
- 交通配分モデルの基礎
  
- 配分モデル+組み合わせ最適の研究紹介：  
コードン領域内の距離依存・走行時間単位料金の  
組み合わせ最適化問題 (Liu Wang Meng 2014)
  - ログサム, 経路エントロピー分解, 非加法性料金, 仮想リンク法,  
大域最適化

# 組み合わせ最適化：ナップサック問題

- 15kgまでしか入らないナップサック
- 価値と重さがいろいろな品物が $N$ 個ある
- 品物をうまくいれて全体の価値を最大化したい



荷物の選び方は $2^N$ 通りある。

$N$ が大きいつき、総当たりで解くのは大変！

出典Wikipedia

# 0-1 ナップサック問題

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i \in I} v_i x_i \\ & s. t. \sum_{i \in I} w_i x_i \leq W \\ & x_i \in \{0, 1\} \quad (\forall i \in I) \end{aligned}$$

## ナップサック問題

$I = \{1, 2, \dots, N\}$  品物の集合

$w_i$ : 品物  $i$  の重さ

$v_i$ : 品物  $i$  の価値

$W$ : ナップサックの最大容量

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{品物 } i \text{ を入れる} \\ 0 & \text{品物 } i \text{ を入れない} \end{cases}$$

## 公共政策の問題

$I = \{1, 2, \dots, N\}$  プロジェクトの集合

$w_i$ : プロジェクト  $i$  のコスト

$v_i$ : プロジェクト  $i$  の社会的便益

$W$ : 予算額

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{プロジェクト } i \text{ を実行する} \\ 0 & \text{プロジェクト } i \text{ を実行しない} \end{cases}$$

# 組み合わせ最適化の交通分野の応用例

- 予算が与えられているときに，どのリンクを新設するか． どのリンクの容量を増加させるか
- 災害で途絶したリンクをどこから復旧すべきか？
- バスの最適路線網計画， MaaSの設計
- 最短経路探索， 巡回セールスマン問題
- 混雑料金問題： どこで， どの金額を， どのような方式で徴収するか？

# 交通ネットワークデザイン問題：混雑課金の例

## 上位問題

(社会的余剰の最大化)

均衡制約付き最適化問題 MPEC  
or 二段階最適化問題

決定変数：課金額・レベル

所要時間  
(混雑状態)

## 下位問題

(ネットワーク均衡配分)

決定変数が離散：

DNDP: Discrete Network Design Problem

→ 所与の課金レベルに対しての課金リンクの  
組み合わせの最適化

決定変数が連続：

CNDP: Continuous Network Design Problem

→ 所与の課金リンクに対しての課金額の最適化

決定変数が離散と連続の組み合わせ：

MNDP: Mixed Network Design Problem

→ 課金リンクと課金額の最適化

# 世界に誇れる観光都市「鎌倉」の実現への支援

休日を中心に著しい道路交通渋滞が発生する鎌倉では、ロードプライシングの導入を目指しており、有識者や国・県・市など関係者からなる協議会等を設置し、地域の取組を支援。

## 鎌倉市の現状

- ・ 鎌倉市には年間2,000万人を超える観光客が来訪。
- ・ 鶴岡八幡宮、鎌倉大仏等の観光地周辺で休日を中心に著しい交通渋滞が発生。



## 鎌倉市の提案

### これまでの主な取組

パーク&ライド

シャトルバス運行

バス専用レーン

鎌倉フリー環境手形



## 鎌倉ロードプライシング(仮称)



ETC2.0等を活用した交通分析や課金の仕組み等を検討

## 2020年の導入を目指す鎌倉市の取組みに対して支援

(観光交通イノベーション地域として選定し、有識者や国・県・市など関係者からなる協議会等で検討)

# 混雑課金政策の評価モデル

- どのような利用者の行動変化を期待しているのか
  - 経路変更、手段変更、出発時刻変更、目的地変更、トリップ・チェーン・パターン変更、観光地での滞在時間の変更，長期的な立地変更 等
- それに対応したモデル構築
- 行動モデル+ネットワークモデル+デザインモデル

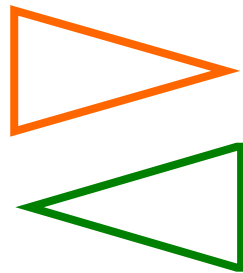


# 古典的な交通配分モデル

- 静的利用者均衡配分
- OD交通量固定-経路選択行動
  - ネットワークとOD表とリンクコスト関数が与えられたときに、各リンクを流れる交通量を予測する
  - 四段階推定法における最終段階
  - 最短経路選択 or 確率的経路選択
- OD需要変動モデル
- 需要変動の表現法も多様
- OD単位の需要関数 Beckmann et al モデル
- 手段選択・目的地選択モデルとの統合 etc

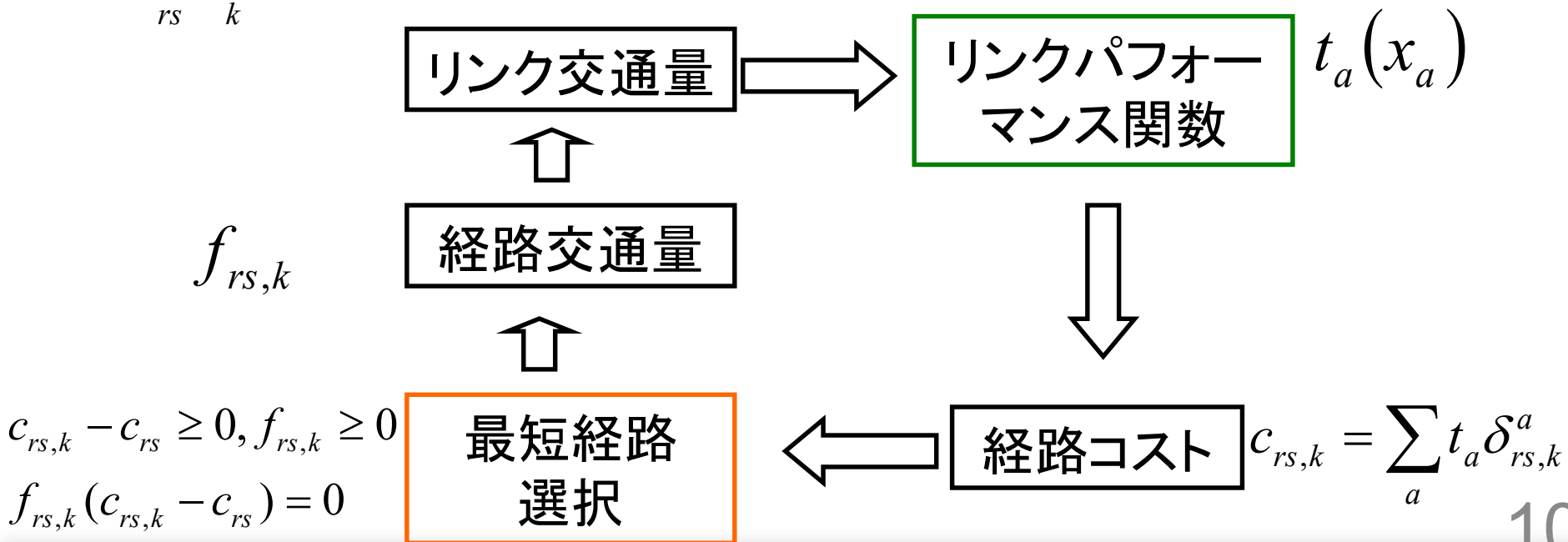
# 確定的利用者均衡 UE

需要サイド  
利用者行動



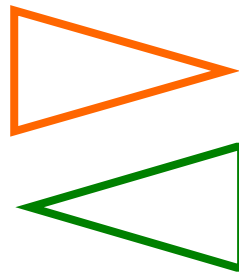
道路ネットワーク  
における  
混雑現象

$$x_a = \sum_{rs} \sum_k f_{rs,k} \delta_{rs,k}^a$$



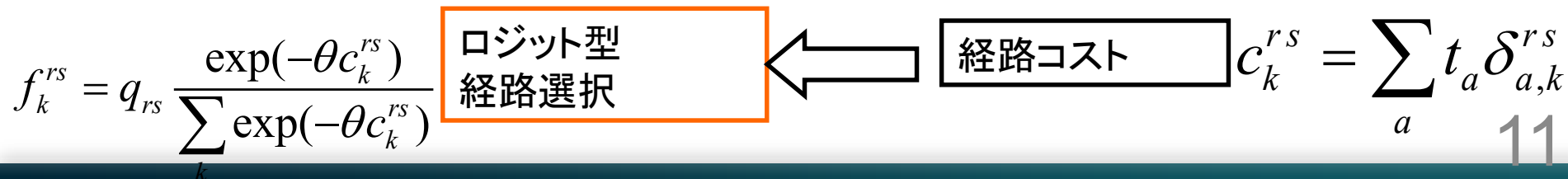
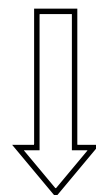
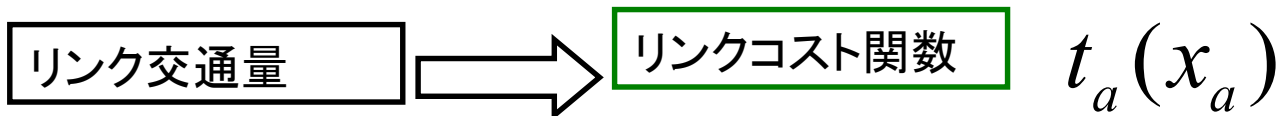
# 確率的利用者均衡 (Logit SUE)

需要サイド  
利用者行動



道路ネットワーク  
における  
混雑現象

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$



# 等価な最適化問題

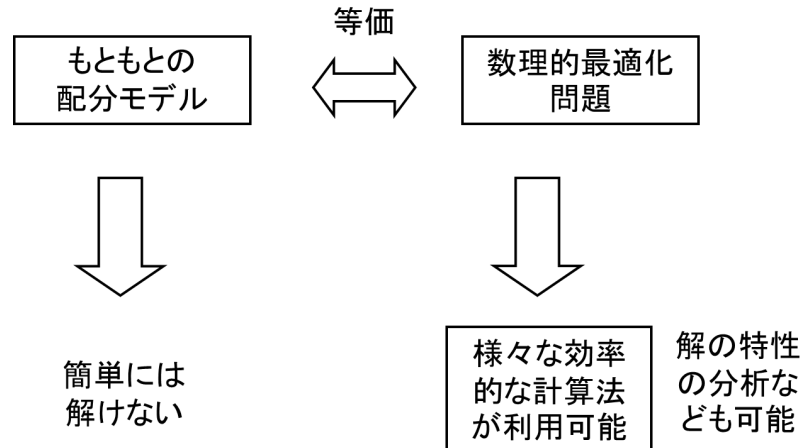
UE 
$$\min .Z(\mathbf{x}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

Logit SUE 
$$\min .Z(\mathbf{x}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega + \frac{1}{\theta} \sum_{r,s,k} f_k^{rs} \log f_k^{rs}$$

$s.t. \sum_k f_{rs,k} = q_{rs}, \forall rs$

$x_a = \sum_{rs} \sum_k \delta_{rs,k}^a f_{rs,k}, \forall a$

$f_{rs,k} \geq 0, x_a \geq 0$



# コードン領域内の距離依存・走行時間単位混雑課金の最適化問題

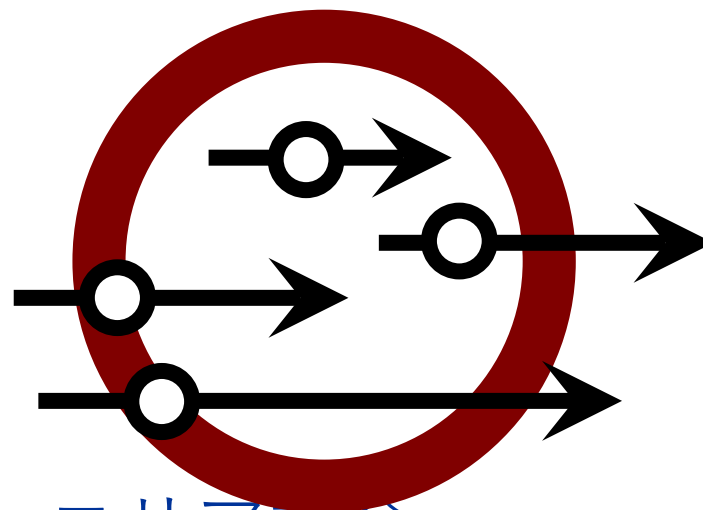
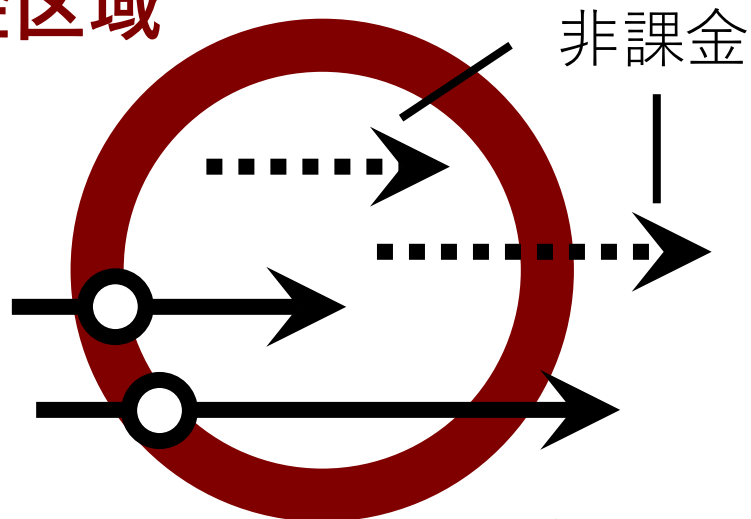
Liu, Z., Wang, S., Meng, Q.: Optimal joint distance and time toll for cordon-based congestion pricing, *Transportation Research Part B*, 69, 81-97, 2014.

- ロジット **SUE** を下位問題にしたネットワークデザイン問題
- 所与のコードン領域に対しての次善課金
- 問題を効率的に解くために経路エントロピー分解, 双対性定理, 非線形料金を対処する仮想リンク法, 大域最適化のための工夫など

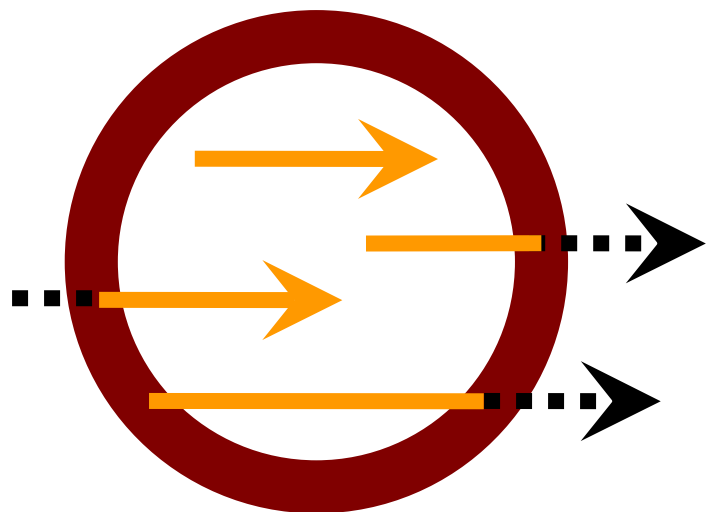
# 多様な次善課金

円山 2016

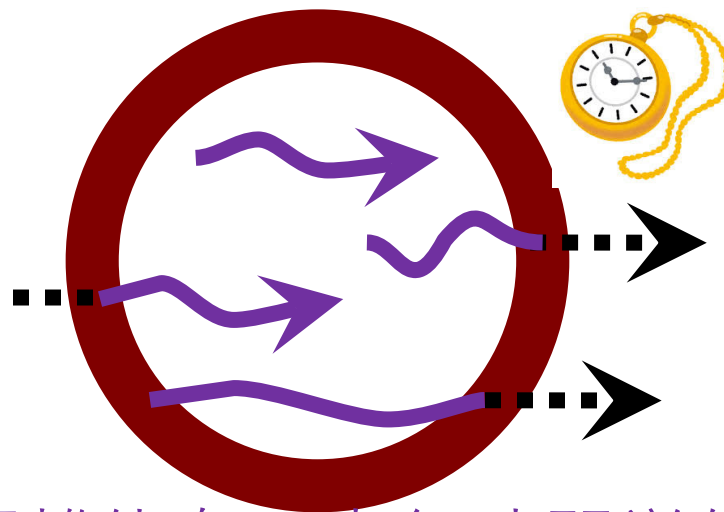
課金区域



流入時コードン課金



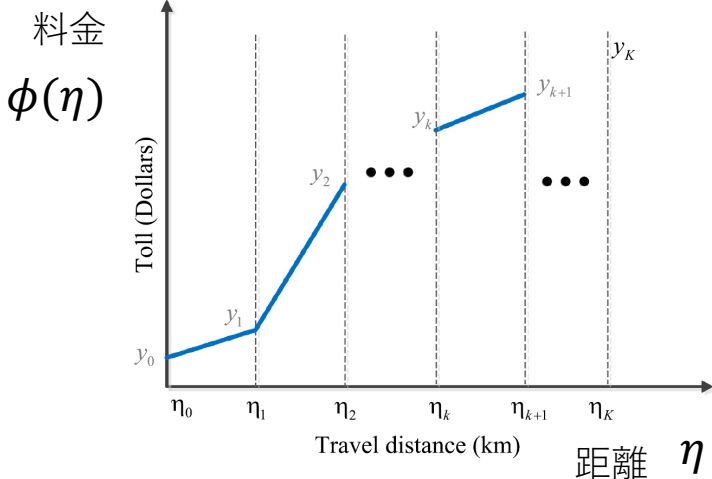
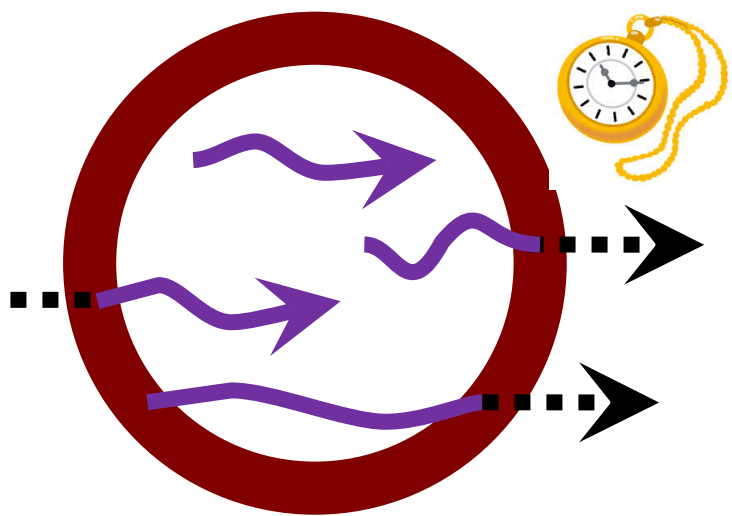
エリア課金



走行距離依存コードン課金

距離依存・走行時間単位

# 距離依存・走行時間単位コードン課金



通常のコordon課金は，課金区域内の走行距離に関係なく一定額であり不公平



コードン内距離比例課金がありうる  
(シンガポールで検討中)



距離完全比例に限らず距離依存でもよい折れ線型距離依存など



単純に距離依存だと，最短距離経路に交通が集中し，混雑しうる



距離依存かつ走行時間に依存した課金を考える (cf タクシー料金)



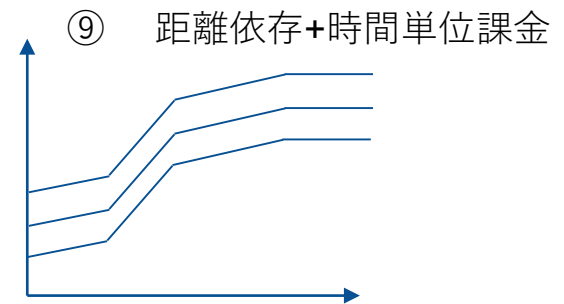
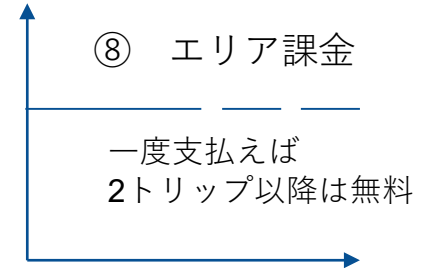
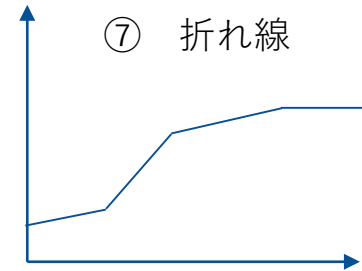
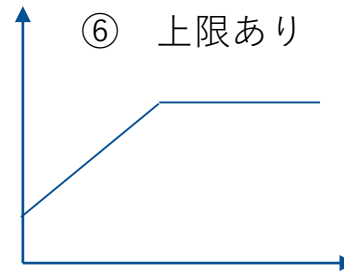
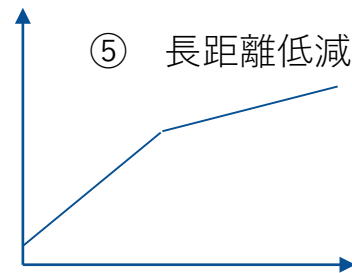
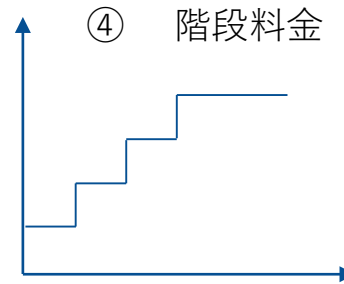
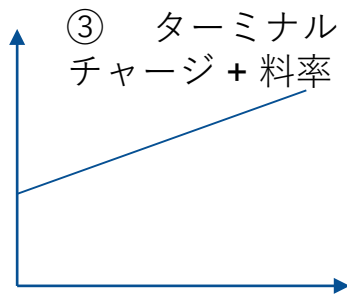
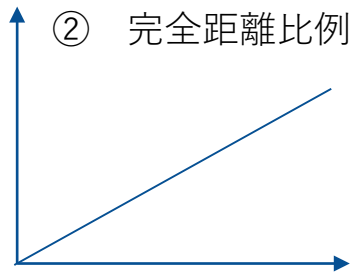
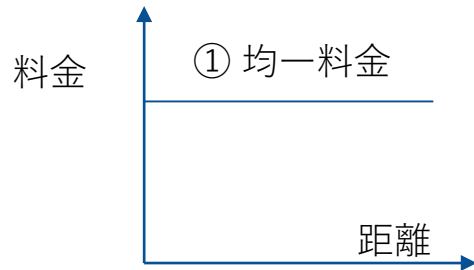
距離 $\eta$ 依存の折れ線 $\phi(\eta)$ ，単位走行時間あたりの課金額 $\beta$ の組み合わせをどう定める？

$$\tau = \lambda_1 \phi(\eta) + \lambda_2 \beta t$$

課金額=距離依存額 + 走行時間比例額

# 非加法性料金

土木学会 (2006), Lawphongpanich and Yin (2012)



リンク単位に料金抵抗  
を分解可能

リンク単位での料金抵抗の表現は困難

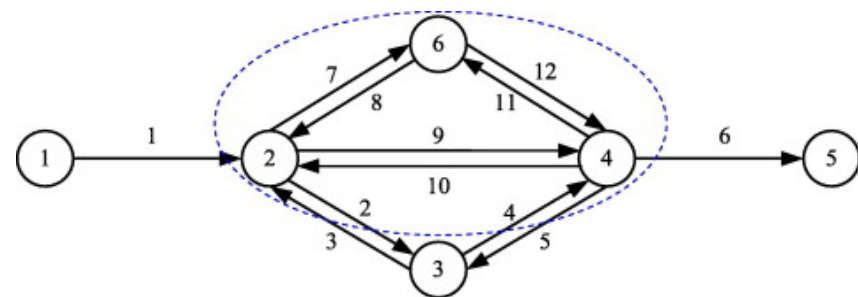


# 仮想リンク法

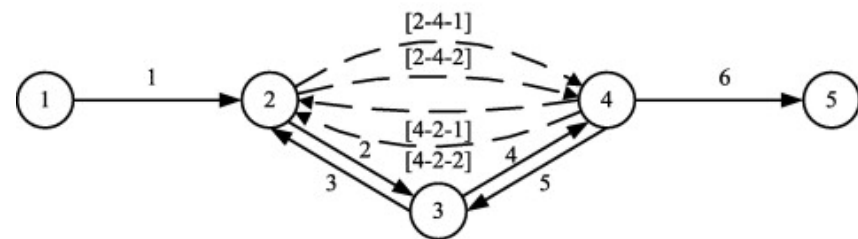
- 有料道路のICペア毎に料金が与えられる場合
  - 全入口-出口ペア間に仮想リンクを設定，料金を負荷してサブモデルを計算  
(土木学会 2006)
  - 入口出口ペアは有限であることを利用

- 距離依存型コードン課金

- コードンの入口出口リンク間の経路を列挙
- 限られた領域内のネットワークであれば，経路列挙が可能であることを利用



topology of the toy example



network representation with dummy links

コードン領域と仮想リンクの例  
(Meng Liu Wang 2012)

# ログサム, 双対理論

$$S_{rs}(c_{rs}) = -\frac{1}{\theta} \ln \left( \sum_k \exp(-\theta c_{rs}^k) \right) = -\frac{1}{\theta} \ln \left( \frac{\exp(c_{rs}^k)}{p_{rs}^k} \right) = c_{rs}^k + \frac{1}{\theta} \ln p_{rs}^k$$

ODペア $rs$ 間

ログサム変数 (期待最小費用) Williams (1977)

合成効用, アクセシビリティ指標

Nested Logitモデルの導出, 便益指標などに利用される

$$\therefore p_{rs}^k = \frac{\exp(-\theta c_{rs}^k)}{\sum \exp(-\theta c_{rs}^k)}$$

↑  
経路選択確率

↑  
ODペア $rs$ 間経路 $k$ の  
経路コスト

$$p_{rs}^k S_{rs} = p_{rs}^k c_{rs}^k + \frac{1}{\theta} p_{rs}^k \ln p_{rs}^k$$

$$\sum_k p_{rs}^k S_{rs} = S_{rs} = \sum_k p_{rs}^k c_{rs}^k + \sum_k \frac{1}{\theta} p_{rs}^k \ln p_{rs}^k$$

ロジット・エントロピー双対関係  
宮城 小川 (1986) Miyagi (1986)

# 社会的余剰, エントロピー分解

$$SW(\mathbf{y}, \beta) = \sum_{r,s,k} f_{rs}^k \tau_{rs}^k + \sum_{r,s} q_{rs} S_{rs}(\mathbf{c}_{rs}(\mathbf{y}, \beta)) = - \sum_a x_a t_a - \frac{1}{\theta} \sum_{rsk} f_{rs}^k \ln \frac{f_{rs}^k}{q_{rs}}$$

$$\boxed{\text{社会的余剰}} = \boxed{\text{課金収入}} + \boxed{\text{消費者余剰}}$$



前ページの双対関係より

$$ETTT = -SW = \sum_a x_a t_a + \frac{1}{\theta} \sum_{rsk} f_{rs}^k \ln f_{rs}^k$$

期待総走行時間

確率的システム最適と呼ぶ研究者もいる  
Yang (1999), Maher et al. (2005)

$$\sum_{rsk} f_{rs}^k \ln f_{rs}^k = \sum_r \sum_{ij} x_{ij}^r \ln x_{ij}^r - \sum_r \sum_j \left( \sum_i x_{ij}^r \right) \ln \left( \sum_i x_{ij}^r \right)$$

経路エントロピー分解定理  
Akamatsu (1997)

$Z_{SSO}$  を(起点別)リンク交通量で評価可能にする 経路列挙不要

# コードン領域内距離依存・走行時間単位課金最適化

$$\max_{z \in \Omega_z, \beta \in \Omega_\beta} SW(\mathbf{y}, \beta)$$

実行可能な  
距離依存料金  
と走行時間単位料金

*subject to* 非加法料金を考慮したLogit SUE

- SIP (Semi-infinite Programming)モデルへ変換
- ICM (Incremental Constraint Method: 緩和SIP) を繰り返す
- 緩和SIP:混合整数計画非線形問題
- 上記を近似した, 混合整数計画問題 (MILP: Mixed Integer Liner Programming)を解く.
- 大域的最適解を計算可能

# 数值計算例

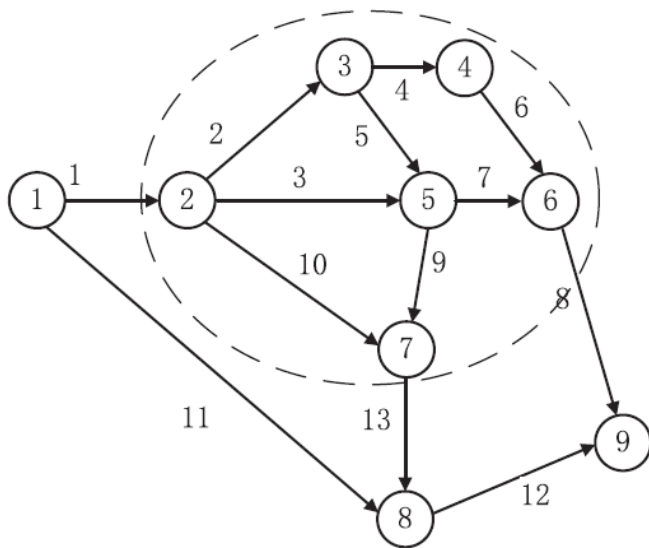


Fig. 4. Network structure of the numerical example.

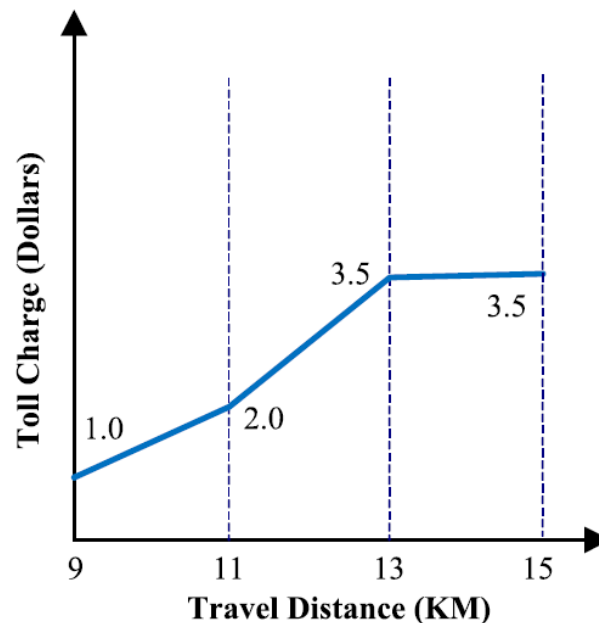


Fig. 5. Optimal distance-toll.

$$\beta = 0.3 \text{ dollar/min}$$

純粹な距離依存コードン課金は最短距離経路の混雑増大を招く。  
時間単位課金との組み合わせでより社会的余剰の向上を確認

# 展開例

- コードン領域の最適設計+課金関数の最適化
  - Ekström et al. (2012, 2014), 高木ら(2014)
- 二重コードン
- 動的課金
  - Gu et al. (2018) : MFDを利用した距離・時間依存エリア課金
  - Zheng et al. (2012,2016) Agent-based simulator + MFD 動的コードン
- 観光渋滞では対象地域内で長期間滞在してもらおうほうが良いなど現実政策へ対応 etc
- モニタリング・短期予測に基づく課金変更

# 参考文献: 教科書/専門書類

- 森杉壽芳・宮城俊彦編著: 都市交通プロジェクトの評価, コロナ社, 1996.
- 土木学会: 交通ネットワークの均衡分析-最新の理論と解法-, 1998.
- 土木学会: 道路交通需要予測の理論と適用 第I編-利用者均衡配分の適用に向けて, 2003.
- 土木学会: 道路交通需要予測の理論と適用 第II編 利用者均衡配分モデルの展開, 2006.
- 飯田恭敬, 北村隆一: 交通工学, 8章 道路ネットワーク解析, 2008.
- 土木学会: 土木計画学ハンドブック, 4.2 交通ネットワーク分析, 2017
- Sheffi, Y.: *Urban Transportation Networks*, MIT press, 1985.
- Ortuzar, J. D. & Willumsen, L. G.: *Modelling Transport*, 4<sup>th</sup> Edition, John Wiley & Sons, 2011.
- Cascetta, E.: *Transportation Systems Analysis: Models and Applications*, 2<sup>nd</sup> Ed, 2009.
- 福島雅夫: 新版数理計画入門, 朝倉書店, 2011
- B.コルテ, J.フィーゲン: 組み合わせ最適化 第2版, 丸善出版, 2012.
- 秋山孝正(編著) すぐわかる応用計画数学, コロナ社, 2018.

# 参考文献: 論文

- 高木良太, 円山琢也, 溝上章志: 混雑課金領域の形状制約を考慮した最適設計手法の構築と適用, 土木学会論文集D3 (土木計画学), Vol. 70, No. 1, pp. 88-101, 2014.
- 円山琢也: 領域形状に着目した次善混雑課金の政策分析, 応用地域学研究, No.20, p.13-22, 2016.
- Akamatsu, T.: Decomposition of path choice entropy in general transport networks, *Transportation Science*, 31 (4) pp. 349-362, 1997
- Ekström, J. A. Sumalee, H.K. Lo: Optimizing toll locations and levels using a mixed integer linear approximation approach, *Transportation Research Part B*, 46 (7), pp. 834-854, 2012.
- Ekström, J., Engelson, L., Rydergren, C., 2014. Optimal toll locations and toll levels in congestion pricing schemes: a case study of Stockholm. *Transp. Plan. Technol.* 37, 333–353.
- Gu, Z., Shafiei, S., Liu, Z., Saberi, M., Optimal distance- and time-dependent area-based pricing with the Network Fundamental Diagram. *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.* 95, 1–28, 2018.
- Lawphongpanich, S., Yin, Y., 2012. Nonlinear pricing on transportation networks. *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.* 20, 218–235. 2012.
- Liu, Z., Wang, S., Meng, Q.: Optimal joint distance and time toll for cordon-based congestion pricing, *Transportation Research Part B*, 69, 81-97, 2014.
- Maher, M., K. Stewart, A. Rosa: Stochastic social optimum traffic assignment, *Transportation Research Part B*, 39 (8), pp. 753-767, 2005.
- Meng, Q., Liu, Z., Wang, S., 2012. Optimal distance tolls under congestion pricing and continuously distributed value of time. *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.* 48, 937–957, 2012.
- Yang, H.: System optimum, stochastic user equilibrium, and optimal link tolls, *Transportation Science*, 33 (4), pp. 354-360, 1999.
- Zheng, N., Waraich, R.A., Axhausen, K.W., Geroliminis, N., A dynamic cordon pricing scheme combining the Macroscopic Fundamental Diagram and an agent-based traffic model. *Transp. Res. Part A Policy Pract.* 46, 1291–1303, 2012.
- Zheng, N., Rérat, G., Geroliminis, N. Time-dependent area-based pricing for multimodal systems with heterogeneous users in an agent-based environment. *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.* 62, 133–148, 2016.